短繊維強化プラスチックの非線形応力-ひずみ挙動の予測*

関 根 英 樹^{*1}, 丹 野 顯^{*2}
南 克 哉^{*3}, 伊地知 靖 人^{*4}Numerical Simulation of Nonlinear Stress-Strain Behavior of
Short Fiber-Reinforced PlasticsHideki SEKINE, Ken TANNO,
Katsuya MINAMI and Yasuhito IJICHI

This paper proposes a numerical simulation method for nonlinear stress-strain relationships of short fiber-reinforced plastics in which interfacial debonding between fibers and matrix occurs. The criterion of the interfacial debonding is expressed in terms of the released elastic strain energy. Nonlinear finite element analysis is carried out and the simulation results agree well with experimental results. The influences of the critical energy release rate for interfacial debonding, aspect ratio of fibers and fiber orientation on the stress-strain relationships are also discussed. We concluded that the proposed simulation method is useful for the prediction of nonlinear stress-strain relationships for short fiber-reinforced plastics.

Key Words: Composite Material, Inelasticity, Nonlinear Stress-Strain Relationship, Short Fiber-Reinforced Plastics, Interfacial Debonding, Released Elastic Strain Energy, Nonlinear Finite Element Method, Numerical Simulation

1. 緒 言

短繊維を強化材とし、プラスチックを母材とする短繊維強化プラスチックは、近年製造技術の進歩により量産が可能となり経済的に優れていることから自動車産業をはじめとして用途が大きく広がっている。このような状況にあつて、短繊維強化プラスチックの巨視的な変形、破壊特性の、内部構造に立ち入った本質的な把握は特に重要となっているが、その複雑な内部構造のために研究はこれまでほとんど進んでいない。

短繊維強化プラスチックの変形、破壊に際して、材料内部で母材の割れ、繊維-母材間の界面はく離、繊維の破断等の微視的破壊が生じることはよく知られている。Sato ら⁽¹⁾⁽²⁾ はガラス短繊維強化ナイロン 6,6 を用いた実験結果から、引張りによる変形、破壊を内部の微視的破壊と関連づけて、繊維端での微視き裂の発

生に始まり、続いて繊維端から繊維長さ方向への界面はく離の進展、そして母材へのき裂の進展による最終破断の 3 段階に分類した。また、Yuan ら⁽³⁾ や Gupta ら⁽⁴⁾ もガラス短繊維強化ポリ塩化ビニルやガラス短繊維強化ポリプロピレンについて Sato らとほぼ同様な破壊過程を想定した。

このように短繊維強化プラスチックの巨視的な変形、破壊特性は、繊維、母材の材料特性だけでなく、繊維-母材間の界面はく離の影響を強く受ける。界面はく離に関する研究としては、古くは Owen ら⁽⁵⁾ や Atkinson ら⁽⁶⁾ の研究があるが、特に界面はく離のクライテリアに注目したものとしては、エネルギーの観点からはく離応力の検討を行った Outwater ら⁽⁷⁾ の研究が重要である。近年、著者らのグループ⁽⁸⁾⁽⁹⁾ は、繊維強化クロスプライ複合材を対象として、材料内部の微視的破壊が集積した損傷がほとんど界面はく離のみからなっている場合について、損傷の拡大が局所的な弾性ひずみエネルギーの解放に支配されていることを実験およびシミュレーションから実証した。

上述のように、短繊維強化プラスチックの巨視的な変形、破壊特性は界面はく離の影響を強く受けるから、巨視的な変形、破壊特性の数値シミュレーションの確立のためには、界面はく離の進展過程の導入が不

* 原稿受付 平成 4 年 4 月 13 日。

^{*1} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。^{*2} 正員、宮城工業高等専門学校 (〒981-12 名取市愛島塩手字野田山 48)。^{*3} 東北大学大学院 [現: (株) 東芝]。^{*4} 住友化学工業(株)千葉研究所 (〒299-01 市原市姉崎海岸 5-1)。

可欠となる。しかし、これまでに短繊維強化プラスチックについて、繊維、母材それぞれの材料特性だけでなく、界面はく離の進展過程も考慮して巨視的な変形、破壊特性の数値シミュレーションを実施した例はない。本研究は、繊維、母材の材料特性および繊維の寸法、配向さらに界面はく離を考慮した短繊維強化プラスチックの引張りによる非線形応力-ひずみ挙動の数値シミュレーション手法を確立することを目的としている。解析の基礎はマイクロメカニクスと非線形有限要素法に基づく数値シミュレーション手法である。界面はく離進展をエネルギーの観点から考慮し、繊維の相互干渉の効果は Self-consistent 法の考え方をを用いて算定した。その後、数値シミュレーションを実施して短繊維強化プラスチックの非線形応力-ひずみ挙動に及ぼす各種パラメータの影響について検討した。また、ガラス短繊維強化ポリプロピレンについて実験を行い、変形、破壊特性、AE 放出特性、材料内部の繊維の配向状況を求め、破壊過程の検討およびシミュレーション手法の妥当性の検証を行った。

2. 数値シミュレーションの基礎式

2.1 短繊維強化複合材の応力-ひずみ関係 繊維の配向に分布がある場合、短繊維強化複合材の伸びひずみ ϵ_c に対する引張応力 $\sigma_c(\epsilon_c)$ は次式で表される⁽¹⁰⁾。

$$\sigma_c(\epsilon_c) = V_f \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \bar{\sigma}_f(\epsilon_{fc}) \cos^2 \theta f(\theta) d\theta + (1 - V_f) \sigma_m(\epsilon_c) \quad (1)$$

ここに、 V_f は繊維体積含有率、 θ は引張方向と繊維のなす角、 $\bar{\sigma}_f(\epsilon_{fc})$ は短繊維の長さ方向のひずみ ϵ_{fc} に対応して 1 本の繊維に作用する平均の引張応力である。ひずみ ϵ_{fc} は次式で表される。

$$\epsilon_{fc} = \epsilon_c (\cos^2 \theta - \nu_c \sin^2 \theta) \quad (2)$$

ここに、 ν_c は複合材のポアソン比である。また、式(1)における $\sigma_m(\epsilon_c)$ は伸びひずみ ϵ_c での母材の引張応力である。一方、 $f(\theta)$ は繊維の配向分布関数であり、次式が成立する。

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) d\theta = 1 \quad (3)$$

繊維の相互干渉による効果は Self-consistent 法の考え方を導入して評価する。すなわち、無限体中の 1 本の繊維を考え、繊維に作用する平均引張応力 $\bar{\sigma}_f$ の評価の際に、繊維のまわりの母材として複合材の応力-ひずみ挙動を示す材料を採用する。一方、 σ_m は実際の母材となる材料のひずみ ϵ_c での値を用いる。計算にあたっては、初期値として例えば繊維の相互干渉を考慮

しない複合材の応力-ひずみ関係を与えて、逐次近似により繊維の相互干渉を考慮した複合材の応力-ひずみ挙動を求めることになる。

2.2 繊維-母材間のはく離進展とエネルギー解放 連続繊維強化積層板における損傷の拡大と解放される弾性ひずみエネルギーとの関係⁽⁸⁾⁽⁹⁾ を母材が非線形性を示す短繊維強化複合材の繊維-母材間のはく離進展の場合に拡張適用する。すなわち、はく離面の形成に使われるエネルギーは弾性ひずみという形で複合材内に蓄えられている弾性エネルギーから供給されると考える。そのとき、はく離面積が ΔA だけ増加した場合に解放されるエネルギーは、はく離進展の際の外力による弾性変形仕事 ΔU^e と複合材中に蓄えられている弾性ひずみエネルギーの増分 ΔW^e との差として次のように表される。

$$G \Delta A = \Delta U^e - \Delta W^e \quad (4)$$

ここに、 G は単位面積のはく離進展に伴うエネルギーの解放量である。さらに、上式は領域の境界に作用している荷重 P 、荷重点の弾性変位 u^e 、およびそれらの増分量によって次のように書くことができる。

$$G \Delta A = \frac{1}{2} (P \Delta u^e - \Delta P u^e) \quad (5)$$

式(5)から、作用している荷重が P から $P + \Delta P$ まで変化する間のはく離進展による弾性コンプライアンスの変化 ΔC^e と解放されるエネルギーのバランスの式として次式が得られる。

$$G = \frac{1}{2} P (P + \Delta P) \frac{\Delta C^e}{\Delta A} \quad (6)$$

ここで、 C^e は領域内の弾性ひずみエネルギーから求めることができ、次式で与えられる。

$$C^e = \frac{1}{2P^2} \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^e dV \quad (7)$$

ここに、 σ_{ij} は領域内部の応力、 ϵ_{ij}^e はひずみ ϵ_{ij} の弾性成分、 V は領域の体積である。

数値シミュレーションでは、はく離進展の条件として次式を用いる。

$$G = G_c \quad (8)$$

ここに、 G_c は限界エネルギー解放率である。

3. 数値シミュレーション手法

非線形有限要素法による解析は短繊維の単一繊維モデルについて行う。解析領域は繊維の中心を対称軸とする軸対称性を考慮して、軸対称 1/2 領域とした。図 1 に 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた母材の要素分割の一例を示す。無限体中に単一繊維が存在する場合の解を得ることを考えて、母材領域は、繊維の

長さ方向には繊維半長の3倍、半径方向には繊維半径の20倍の寸法と十分に大きくとった。負荷形態としては繊維の長さ方向の解析領域端面に一様強制変位を与えた場合を考えた。一方、繊維の半径方向の解析領域表面は、ひずみが大きくなったときのくびれの影響を避けるために、円筒面を保ちながら外力の合力が零となるような境界条件とした。本解析では界面はく離の条件式(8)を考慮しながら、領域端面での伸びひずみ ϵ_c に対する繊維内の平均引張応力 $\bar{\sigma}_f(\epsilon_c)$ を求めた。はく離進展は1回のはく離進展面積 ΔA を繊維-母材境界の1要素分として節点荷重を徐々に解放することにより行い、界面はく離後、はく離面にはせん断応力は働かないものとした。また、界面はく離は繊維端から繊維中央へ進展するとし、繊維端面は最初から界面はく離しているものとして解析を行った。

有限要素解析により得られた繊維に作用する平均引張応力 $\bar{\sigma}_f(\epsilon_c)$ を式(1)に代入すれば、複合材に作用する引張応力 $\sigma_c(\epsilon_c)$ が求められる。次にこの σ_c と ϵ_c の関係を改めて母材領域の材料データとして選び、再び有限要素解析を行うことにより σ_c と ϵ_c との関係を求め直す。この繰返し計算によって得られた $\sigma_c(\epsilon_c)$ の収束値を用いて、複合材の応力-ひずみ曲線とした。図2にこの計算の流れを示す。

数値シミュレーションにあたっては、はく離進展時期の決定が問題になる。本論文では、ある負荷段階においてあらかじめ ΔA だけ界面はく離を進展させ、その後はく離面積一定のままで負荷荷重あるいは荷重点変位を増加していく。同時に式(6)により G を計算する。負荷を増して、ついに式(8)を満足した負荷段階になったときが、実際にはく離進展が生じたことになる。次に再びはく離を ΔA だけ進展させ、以後同様の手順で計算を進めていく。本論文では、計算から求めるのこぎり波状の応力-ひずみの関係を表す曲線の高応力側の包絡線を、 $\Delta A \rightarrow 0$ の極限で得られる応力-ひずみ曲線として、のこぎり波状の応力ひずみ曲線の平

滑化を行った。

なお、本論文では、 $\sigma_c(\epsilon_c)$ が最大応力に達するまでの応力-ひずみ曲線を求めたが、 σ_c が最大応力に達した後の母材の応力-ひずみ関係は応力が最大応力の値で一定であるとして取扱った。

4. 実験方法および実験結果

4.1 試験片 実験にはポリプロピレンおよび変性ポリプロピレンを母材とし、Eガラス繊維を強化材として射出成形により作製した短繊維強化プラスチックを用いた。ガラス繊維の直径は $13\mu\text{m}$ であり、重量含有率は30%である。母材に占める変性ポリプロピレンの重量含有率を0%、5%、10%、15%に変えることにより界面特性の異なる4種類の試験片を用意した。母材の引張りによる機械的特性は、繊維が入られていない試験片により調べた。引張試験に用いた試験片の形状は図3に示すようなASTM D 638に従うダンベル形である。

試験片中の繊維の配向については、試験片を表面から研磨後、研磨深さ0.375, 0.75, 1.5 mmにおいて繊

図2 応力-ひずみ関係シミュレーションの流れ図

図1 繊維の中心を対称軸とする軸対称領域中の母材の有限要素分割

図3 引張試験片形状

維 250 本ずつの配向角（試験片の長さ方向に対する繊維の傾き）を測定し、配向分布を得た。変性ポリプロピレン含有率 0% の試験片の厚さ方向平均の配向角分布を図 4 に示す。

4.2 実験方法 引張試験はインストロン万能試験機 Model 1185 を用い、室温においてクロスヘッド速度 0.5 mm/min の条件下で実施した。引張試験時には、AE 計測系を用いて試験時に試験片において発生する AE 信号のモニタおよび記録を行った。AE 信号は広帯域形トランスデューサ (PAC UT 1000) で検知され、前置増幅器および主増幅器で総合利得が 60 dB および 80 dB に増幅して記録された。

4.3 実験結果 引張試験により得られた最大応力（破断応力）までの各試験片の応力 σ_c -ひずみ ϵ_c 曲線を図 5 に示す。図中には総合利得 80 dB で計測した振幅 0.2 V 以上の AE 事象数を併せて示した。ひずみが約 3×10^{-3} まではすべての試験片の応力-ひずみ曲線は線形性を保ちよく一致しているが、さらに大きいひずみに対しては応力-ひずみ曲線は非線形となり、各試験片の値は一致しなくなる。変性ポリプロピレン

が 0% の試験片では最大応力時のひずみがその他の試験片の 1/2 以下となっている。AE 信号は応力-ひずみ曲線が非線形となるひずみ以降で検知され、10 秒当たりの AE 事象数はひずみの増加に伴って次第に増加し、最大応力に達する直前に急増している。

繊維が入れられていない試験片での引張試験では、真ひずみが 2.0 でも試験片の破断は起こらず、また、試験中に有意の AE 信号は検知されなかった。さらに、応力-ひずみ関係に対する変性ポリプロピレンの含有率の影響も見られなかった。

変性ポリプロピレン 15% 試験片中の繊維長さについて引張試験前と試験終了後のものを比較した結果、繊維長さにはほとんど違いが見られなかったことから、本実験では繊維は破断してないと考えられる。

変性ポリプロピレン含有率 0% および 15% の試験片の破面の SEM 写真を図 6 に示す。0% の試験片の破面は平滑であり、15% の試験片は凹凸の激しい破面を呈している。図 6 の SEM 写真を拡大し、ガラス繊維の表面を観察した結果、0% の試験片ではガラス繊維の表面には母材の付着が全く見られなかったが、15% の

図 4 繊維配向角分布

図 5 実験から得られた σ_c - ϵ_c 曲線と AE 特性

(a) 変性ポリプロピレン含有量 0%

(b) 変性ポリプロピレン含有量 15%

図 6 試験片破面の SEM 写真

試験片では母材の付着が所々に見られた。すなわち0%と15%の試験片の破面の差はこの変性ポリプロピレンの有無による界面特性の変化を反映しているものと思われる。また、双方の試験片とも引抜けたガラス繊維や引抜けた跡と思われる空洞が観察される。この破面観察結果やAE計測結果および繊維長さの観察結果より、本実験では繊維-母材間の界面はく離および繊維の引抜けが最大応力(破断応力)に達する前に起きているものと考えられる。

5. 数値シミュレーション結果 および考察

数値シミュレーションは、実験と同じ繊維重量含有率30%の短繊維強化プラスチックを対象として行った。なお、表1に本数値シミュレーションに用いたガラス繊維およびポリプロピレンの物性値を示す。ポリプロピレンの縦弾性係数、ポアソン比、降伏応力は実測値である。また、母材のポリプロピレンおよび変性ポリプロピレンの相当応力 $\bar{\sigma}_m$ -相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_m^p$ の関係式としては、ポリマーの引張応力-ひずみ関係の実験結果⁽¹¹⁾を参考にして、繊維が入れられていない試験片の引張試験から定めた次の式を用いた。

表1 室温におけるガラス繊維およびポリプロピレンの物性値

		Glass fiber	Polypropylene
Young's modulus	GPa	72.5	1.295
Poisson's ratio		0.22	0.37
Yield stress	MPa	-	7.65
Density	kg/m ³	2550	910

図7 複合材の応力-ひずみ曲線の
数値シミュレーション結果

$$\bar{\sigma}_m = \begin{cases} 41.77(3.40 \times 10^{-2} + \bar{\epsilon}_m^p)^{0.165} & (0 < \bar{\epsilon}_m^p < 0.093) \\ 28.12 \exp[0.449(\bar{\epsilon}_m^p)^2] & (0.093 \leq \bar{\epsilon}_m^p) \end{cases} \quad (9)$$

数値シミュレーションにおいて、繊維のアスペクト比 l/d は13.5とし、繊維の配向分布は実測値を用いた。はく離進展の限界エネルギー解放率については、はく離後の界面における摩擦を考慮して、はく離進展の見かけの限界エネルギー解放率 G_c を次式のように定義して数値シミュレーションに用いた。

$$G_c = G_{c0} + \frac{dG_c}{dA} A \quad (10)$$

ここに、 G_{c0} は真の限界エネルギー解放率、 A は繊維のはく離面積である。式(10)は、はく離面における摩擦力によるはく離進展抵抗の増大を見かけの限界エネルギー解放率 G_c の増加として解釈したことになっている。

図7に、変性ポリプロピレン含有率が0%および15%の試験片における応力 σ_c -ひずみ ϵ_c 曲線の数値シミュレーション結果を実験結果とともに示す。図からわかるように、数値シミュレーション結果は実験結果とよく一致している。本数値シミュレーションでは、 $G_{c0} = 24 \text{ J/m}^2$ とし、変性ポリプロピレン含有率が0%の試験片では $dG_c/dA = 0.12 \times 10^{12} \text{ J/m}^4$ 、15%の試験片では $1.2 \times 10^{12} \text{ J/m}^4$ として計算を行った。 dG_c/dA の値によって応力-ひずみ曲線の初期傾き、すなわち引張方向の縦弾性係数は変わらないが、応力-ひずみ曲線が非線形となる付近から dG_c/dA の影響が現れ、 dG_c/dA の値が大きくなると最大応力とそのときのひずみはともに大きくなる。これは、 dG_c/dA の値が大きいほどより大きな負荷レベルにならなければ、界面はく離が進展しないためである。また、最大応力時ののはく離面積の比較によると、 dG_c/dA の値によらずほぼ一定のはく離面積において最大応力となることが示された。

ここで dG_c/dA の物理的意味について考察する。界面はく離が ΔA だけ進展する間に、はく離した界面に作用する摩擦力によって失われるエネルギー ΔW_f は次式のように表される。

$$\Delta W_f = \Delta u \tau_f A \quad (11)$$

ここに、 Δu は界面はく離が ΔA だけ進展する間のはく離した界面での繊維-母材間のずれによる相対変位、 τ_f ははく離した界面での繊維-母材間の単位面積当たりの平均摩擦力である。解散された弾性ひずみエネルギーが界面はく離の進展とはく離面での摩擦に費やされると考えると次式が成り立つ。

$$G_c = G_{c0} + \frac{\Delta W_f}{\Delta A} \quad \text{.....(12)}$$

式(10)および式(12)より dG_c/dA は次式のように表すことができる。

$$\frac{dG_c}{dA} = \frac{\Delta u}{\Delta A} \tau_f \quad \text{.....(13)}$$

したがって、 $\Delta u/\Delta A$ が一定値であるとする、 dG_c/dA は、はく離した界面での単位面積当たりの摩擦力に比例する量であると考えることができる。

以上の考察と引張試験から得られた応力-ひずみ曲線および AE 事象数とひずみの関係との対比より、AE 信号が検知され始めたひずみが約 3×10^{-3} から界面はく離が進展し始めると考えられるが、変性ポリプロピレンの含有率によって曲線に違いが出始めるひずみが約 7×10^{-3} より大きい領域では、はく離面積の増大によって、界面での摩擦の影響が次第に大きくなると考えられる。したがって、変性ポリプロピレンの混入による強度向上は、はく離強度の向上よりもはく離面での摩擦力の増加に基づくものといえることができる。前述したように、ガラス繊維の表面には、0%の試験片では母材の付着は全く見られなかったが、15%の試験片では母材の付着が所々に見られ、この母材の付着が摩擦力を大きくしている主要因子と思われる。

図 8 は、 dG_c/dA の値を $1.2 \times 10^{12} \text{ J/m}^4$ とし、繊維の配向分布として実測値を用いた場合の短繊維強化プラスチックの応力-ひずみ曲線を繊維のアスペクト比 l/d をパラメータとして示したものである。繊維のアスペクト比を 20 にすると、アスペクト比が 13.5 の場合に比べて縦弾性係数、最大応力はともに大きくなる。特に、最大応力に関してはアスペクト比が 13.5 の場合の約 170%と縦弾性係数の約 110%に比べて増大が顕著である。

図 8 数値シミュレーションによる σ_c - ϵ_c 曲線 (繊維アスペクト比の影響)

図 9 は、図 8 の場合と同様に dG_c/dA の値を $1.2 \times 10^{12} \text{ J/m}^4$ とし、 $l/d=13.5$ とした場合の短繊維強化プラスチックの応力-ひずみ曲線を繊維の配向分布特性をパラメータとして示したものである。繊維の配向分布特性としては一方向、実験で用いた射出成形材の繊維の配向分布および二次元ランダム配向の 3 種類を取り上げた。縦弾性係数および最大応力はともに一方向材、射出成形材、二次元ランダム配向材の順に大きくなっており、一方向材の縦弾性係数および最大応力は射出成形材の場合の約 130%となった。また、繊維の配向分布特性が一方向に近づくにつれて最大応力時のひずみは小さくなる。

6. 結 言

繊維、母材の材料特性および繊維の寸法、配向さらに界面はく離を考慮した短繊維強化プラスチックの引張りによる非線形応力-ひずみ挙動の数値シミュレーションの手法を提案した。はく離進展の条件としてエネルギーに基づく条件を導入し、繊維の相互干渉の効果は Self-consistent 法の考え方をを用いて算定した。数値シミュレーションを行って、短繊維強化プラスチックの非線形応力-ひずみ挙動に及ぼすはく離進展の限界エネルギー解放率、繊維のアスペクト比および繊維の配向分布特性の影響について検討した。その結果、提案した数値シミュレーション手法は短繊維強化プラスチックの物性予測、物性制御上有用であることが示された。さらに、数値シミュレーション結果より以下の知見が得られた。

(1) dG_c/dA は、はく離した界面での単位面積当たりの摩擦力に比例する量であると考えられるが、 dG_c/dA が大きくなると最大応力とそのときのひずみはともに大きくなることがわかった。

図 9 数値シミュレーションによる σ_c - ϵ_c 曲線 (繊維配向分布の影響)

(2) 繊維のアスペクト比が大きくなると、縦弾性係数および最大応力はともに大きくなった。特に、最大応力はその増大が顕著であった。

(3) 繊維の配向分布特性を変えた数値シミュレーションを行った結果、縦弾性係数および最大応力とともに一方向材、実験で用いた射出成形材、二次元ランダム配向材の順に大きくなった。また、繊維の配向分布特性が一方向に近づくにつれて最大応力時のひずみは小さくなることがわかった。

本研究の一部は平成2, 3年度文部省科学研究費補助金一般研究(C)02650061(研究代表者: 関根英樹)によったものであることを付記し謝意を表す。また、本研究においてご支援をいただいた住友化学工業(株)千葉研究所角五正弘氏および西尾太一氏に謝意を表す。

文 献

- (1) Sato, N., Kurauchi, T., Sato, S. and Kamigaito, O., *J. Mater. Sci. Lett.*, **2**(1983), 188.
- (2) Sato, N., Kurauchi, T., Sato, S. and Kamigaito, O., *J. Mater. Sci.*, **19**(1984), 1145.
- (3) Yuan, J., Hiltner, A. and Baer, E., *J. Mater. Sci.*, **20**(1985), 4377.
- (4) Gupta, V. B., Mittal, R. K. and Goel, M., *Comp. Sci. Tech.*, **37**(1990), 353.
- (5) Owen, D. R. and Lyness, J. F., *Fibre Sci. Tech.*, **5**(1972), 129.
- (6) Atkinson, C., Avila, J., Betz, E. and Smelser, R. E., *J. Mech. Phys. Solids*, **30**(1982), 97.
- (7) Outwater, J. O. and Murphy, M. C., *Mod. Plast.*, **47**(1970), 160.
- (8) 神谷・関根, 機論, **56-524**, A(1990), 930.
- (9) 神谷・深田・関根, 機論, **56-528**, A(1990), 1751.
- (10) Kelly, A. and Tyson, W. R. (Zackey, V. F. 編), *High Strength Materials*, (1965), 578, John Wiley & Sons.
- (11) G'Sell, C. and Jonas, J. J., *J. Mater. Sci.*, **14**(1979), 583.