近似三次元理論による等方性積層板の衝撃応答解析*

鞠 重 錫^{*1}, 松 本 浩 之^{*2}An Analysis on Impact Responses of Isotropic Laminated
Plate by Approximated Three-Dimensional Theory

Joong Suk KOOK and Hiroyuki MATSUMOTO

The stresses and deformations in an isotropic laminated plate (steel plate adhered to acrylic plate with different thicknesses) due to impact were analyzed. In-plane stresses were obtained with good accuracy by the plate bending theory. To obtain the out-of-plane stresses, in-plane stresses were substituted into the three-dimensional dynamic theory of elasticity and a numerical integration method was employed. This method is called an approximated three-dimensional theory in this paper. When the plate was impacted on the acrylic side with a long steel bar, an almost circular delamination was created on the interfacial boundary layer of the laminated plate. In the experimental record of the impact force history, a clear signal could be recognized at the creation of the delamination. Employing the data of the experimental impact load history as input for the numerical calculation, out-of-plane stresses on the interfacial layer were obtained. The size of the circular delamination were considered in terms of the resultant shear stress on the boundary layer.

Key Words: Composite Material, Laminates, Impact, Delamination, Plate Theory, Foreign Object Damage

1. 結 論

一方向プリプレグで作られた FRP 積層板は異物衝突によって圧痕, 界面はく離, せん断き裂などの損傷が生じて, そのメカニズムは極めて複雑である⁽¹⁾。現状では, 異質の等方性材積層板の単独の界面はく離に関してさえもその損傷メカニズムは十分に明らかにされていない。界面のはく離は各層の面内応力だけでなく層間の面外応力についても考慮する必要があり, 損傷メカニズムを解明する基礎として, 衝撃による積層板の三次元的な応力解析が必要になる。

本研究の目的は, 近似三次元理論⁽²⁾を用いて衝撃を受ける異質の等方性材の積層板について界面の面外応力の分布を求め, 実験による界面のはく離と定性的に比較検討することである。

まず異質の等方性積層板(厚さの異なるアクリル板と軟鋼板を接着)のアクリル側の表面を長い軟鋼棒で衝撃した場合, 界面に単純な円形のはく離のみが生じ, 衝撃荷重変動の波形には明りょうにはく離に伴う破損信号が含まれていることを確認した。そこで, 損傷が

起きる瞬間までの衝撃荷重の実験値を理論解析の入力データとし, 近似三次元理論による損傷瞬間の界面の面外応力を解析し, 実験の損傷に対する考察を行った。

2. 等方性積層板の衝撃応答解析と界面の損傷

2.1 等方性積層板の解析 図1のような厚さ h の等方性積層板の面内方向変位 u, v を高次近似理論により次のように表す。

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u^0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ &\quad + z^2\xi_x(x, y, t) + z^3\zeta_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v^0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ &\quad + z^2\xi_y(x, y, t) + z^3\zeta_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w^0(x, y, t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで u^0, v^0, ϕ_x, ϕ_y は中央面の x, y 方向の変位とたわみ角, w^0 は中央面の z 方向のたわみであって, それ以外の関数は中央面に対するテイラー展開の高次項に相当する。ここで板の両表面($z = \pm h/2$)で $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ とすれば $\xi_x = \xi_y = 0, \zeta_x = -\{4/(3h^2)\}(\phi_x + \partial w^0/\partial x), \zeta_y = -\{4/(3h^2)\}(\phi_y + \partial w^0/\partial y)$ となる。図1のように四辺単純支持された長さ a , 幅 b の長方形の積層板の上面の中央点に $\cos$ 関数状に分布する荷重 q

* 原稿受付 平成4年7月22日。

^{*1} 正員, 東京工業大学大学院 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。^{*2} 正員, 東京工業大学工学部。

が $a_0 \times b_0$ の長方形領域に作用すると考えると、分布荷重 $q(x, y, t)$ はステップ関数 U を用いて次のように表せる。

$$q(x, y, t) = -q_0(t) \cos \pi x/a_0 \cdot \cos \pi y/b_0 \\ \times \{U(x+a_0/2) - U(x-a_0/2)\} \\ \times \{U(y+b_0/2) - U(y-b_0/2)\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし $q_0 = \pi^2 F(t)/4a_0b_0$, $F(t)$: 衝撃荷重。

分布荷重 $q(x, y, t)$ をフーリエ級数展開すれば

$$q(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} q_{mn} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y \\ \dots\dots\dots (3)$$

となる。ただし、 $\alpha_m = (2m+1)\pi/a$, $\beta_n = (2n+1)\pi/b$ 。等方性積層板の周辺単純支持に関する境界条件は次のようになる。

$$(1) \quad x = -a/2, a/2 \text{ において} \\ \left. \begin{array}{l} \text{変位: } v^0 = w = 0 \\ \text{たわみ角: } \phi_y = 0 \\ \text{面内力: } N_x = 0 \\ \text{曲げモーメント: } M_x = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$(2) \quad y = -b/2, b/2 \text{ において} \\ \left. \begin{array}{l} \text{変位: } u^0 = w = 0 \\ \text{たわみ角: } \phi_x = 0 \\ \text{面内力: } N_y = 0 \\ \text{曲げモーメント: } M_y = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

さらに、初期条件として次式のように定義する。

$$t=0 \text{ において } w = \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

また境界条件をもとに五つの未知数 $u^0, v^0, w^0, \phi_x, \phi_y$ について級数解を次のように仮定する。

$$u^0 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} U_{mn}(t) \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \\ v^0 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} V_{mn}(t) \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \\ w^0 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} W_{mn}(t) \cos \alpha_m x \cos \beta_n y \\ h\phi_x = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} X_{mn}(t) \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \\ h\phi_y = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{mn}(t) \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \\ \dots\dots\dots (7)$$

級数解は変位の平衡方程式に代入して求められて、式(1)と変位とひずみの関係式から面内ひずみが得られる⁽³⁾。

等方性積層板の K 層めの応力とひずみの関係を座標系 (x, y, z) に対して表すと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_K = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ e_{12} & e_{11} & 0 \\ 0 & 0 & e_{66} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_K \dots\dots\dots (8)$$

ここで e_{ij} は (x, y, z) に関する剛性マトリックスである。各層ごとの面内応力は面内ひずみを式(8)に代入して得られる。

面外せん断応力と面外垂直応力は高次近似理論による面内応力を、三次元応力の平衡方程式に代入し、 z に対して数値積分して次式のように表される。

$$\tau_{xz}(z=z_i) = \tau_{xz}(z=-h/2) - \int_{-h/2}^{z_i} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) dz \\ \tau_{yz}(z=z_i) = \tau_{yz}(z=-h/2) - \int_{-h/2}^{z_i} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right) dz \\ \sigma_z(z=z_i) = \sigma_z(z=-h/2) - \int_{-h/2}^{z_i} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right. \\ \left. + \rho_K \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) dz \\ \dots\dots\dots (9)$$

ここで $\tau_{xz}(z=-h/2) = \tau_{yz}(z=-h/2) = \sigma_z(z=-h/2) = 0$, ρ_K は K 層の密度である。ただし面内応力は各層で異なった式表示になるため式(9)の積分は各層ごとに行わなければならない。

2・2 実験方法と界面の損傷

アクリル板 (190 mm×190 mm×2 mm) と軟鋼板 (190 mm×190 mm×1 mm) を二液性エポキシ接着剤 (日本チバガイギー: 樹脂 AW 106, 硬化剤 HV 953 U) で接着し等方性積層板の試験片を作った。図2は実験装置の概略で、等方性積層板の周辺は丸棒付きの支持枠ではさみ、周辺単純支持条件が満たされるようにした。衝撃体として直径 $d_0=10$ mm, 長さ $l=1000$ mm の軟鋼棒を高さ H から自由落下させて等方性積層板のアクリル側の中央に衝突させた。衝撃荷重は軟鋼棒の長さの1/2の位置に貼った半導体ゲージの出力と一次元波動伝ば理論を

図1 解析モデル

用いて求めた。

図3は等方性積層板に軟鋼棒を高さ $H=10\text{ mm}$ と $H=100\text{ mm}$ で落下衝撃した場合の衝撃荷重変動である。高さ $H=10\text{ mm}$ における衝撃荷重変動は損傷がない場合であって、損傷がある場合の衝撃荷重変動で損傷の影響が最初に現れる時間を調べるためのものである。図3で↓は $H=10\text{ mm}$ の荷重変動と比較して得られた損傷が発生したことによる信号が初めて認められた瞬間であって、その時間は衝撃後約 2.2 ms で

図2 実験装置の概略図

図3 等方性積層板の衝撃荷重変動
($H=10\text{ mm}$, $H=100\text{ mm}$)

図4 等方性積層板の界面はく離 ($H=100\text{ mm}$)

あった。損傷の発生は荷重が減少する際に起きる。図4は、落下高さ $H=100\text{ mm}$ で等方性積層板に衝撃した場合、界面で発生したほぼ円形はく離の写真である。はく離の直径 d_1 は約 9 mm であった。図5は等方性積層板に軟鋼棒を高さ $H=10\text{ mm}$ と $H=250\text{ mm}$ で落下衝撃した場合の衝撃荷重変動である。衝撃速度が速くなるほど損傷瞬間の衝撃荷重は大きくなるが、損傷が起きた瞬間は衝撃後 2.2 ms で一定であることがわかる。図6(a), (b), (c), (d)は、落下高さ $H=170\text{ mm}$, 200 mm , 250 mm , 350 mm で等方性積層板に衝撃した場合、思面で発生したはく離の写真である。はく離の直径 d_1 は約 15 mm , 24 mm , 26 mm , 30 mm であって、はく離は衝撃速度が速いほど大きくなる。図7は衝撃エネルギーとはく離面積の関係を示し、衝撃エネルギーがほぼ 1 J 以上になると極端にはく離面積が大きくなっているが、定量的な結論を得るには

図5 等方性積層板の衝撃荷重変動
($H=10\text{ mm}$, $H=250\text{ mm}$)

図6 等方性積層板の界面はく離

接着条件を十分吟味したうえで、さらにデータを積み重ねる必要があると思う。

3. 理論解析結果と考察

解析で面外応力を求めるために実験の衝撃荷重を用いた。解析で用いた材料定数と密度は次のようにした。

アクリル⁽⁴⁾: $E_1=4.02$ GPa, $\nu_1=0.4$, $G_1=1.43$ GPa, $\rho_A=1\,163$ kg/m³

軟鋼: $E_2=206.0$ GPa, $\nu_2=0.3$, $G_2=79.23$ GPa, $\rho_s=7\,860$ kg/m³

荷重領域 $a_0(=b_0)$ は棒の直径と同様にし、接着層の厚さは無視した。図8~13は等方性積層板に軟鋼棒

図7 衝撃エネルギーとはく離面積との関係

図8 τ_{xx} の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

図9 τ_{yz} の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

を高さ $H=100$ mm で落下衝撃した場合、損傷が起きた瞬間の荷重点近傍の界面 ($z=-h/6=-0.5$ mm) の面外応力の分布である。図8は面外せん断応力 τ_{xz} の分布で x 軸に沿って大きく変化して $x=5$ mm, $y=0$ で最大値に、図9は面外せん断応力 τ_{yz} の分布で y 軸に沿って大きく変化して $x=0$, $y=5$ mm で最大値になることがわかる。図10は面外せん断応力 τ_{rz} の分布で $x=3$ mm, $y=3$ mm で最大値を示し、図11は面外せん断応力 $\tau_{\theta z}$ の分布で $x=5$ mm, $y=0$ で最小値を、 $x=0$, $y=5$ mm で最大値を示している。よって、面外せん断応力は外周の影響を受けて非軸対称に分布していることがわかる。図12は合面外せん断応力 $\tau(=\sqrt{\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2})$ ⁽⁵⁾ の分布を示し、荷重点を中心としてほぼ円形になって図4のような損傷の形状と類似している。荷重点で合面外せん断応力は零を、約半径 $r_1(=\sqrt{x^2+y^2})=5$ mm で最大値を示している。図13は面外垂直応力 σ_z の分布を示し、荷重点を中心としてほぼ円形状に分布している。荷重点では圧縮応力が最大値を、半径 $r_1=6$ mm では引張応力の最大値を示している。等高線の分布を見ると、合面外せん断応力 τ の場合は半径 $r_1=5$ mm 以上でも円形状に分布しているのに対して、面外垂直応力 σ_z は半径 $r_1=5$ mm 以内では円形状に分布しているが、 $r_1=5$ mm 以上では非軸

図10 τ_{rx} の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

図11 $\tau_{\theta z}$ の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

対称に分布している。

図 14, 15 は等方性積層板に軟鋼棒を高さ $H=100$ mm で落下衝撃した場合、最大荷重が生じる瞬間 ($t=1.9$ ms) の荷重点近傍の界面の合面外せん断応力 τ , 面外垂直応力 σ_z の分布である。図 14, 15 の τ, σ_z ともに絶対値としては図 12, 13 より大きい傾向は同様であった。最大荷重の時間で損傷が起きらないのは、合面外せん断応力 τ が大きくてもはく離を生じにくくする圧縮応力 σ_z も大きくなるためであると思われる。最大荷重の時間以後に損傷が起きるのは合面外せん断応力が τ が小さくなって荷重付近の界面を押付けた圧縮応力 σ_z が小さくすべりやすくなるためではないかと思われる。

図 12 τ の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

図 13 σ_z の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

図 14 τ の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=1.9$ ms, $z=-h/6$)

図 16, 17 は等方性積層板に軟鋼棒を高さ $H=250$ mm で落下衝撃した場合、損傷が起きた瞬間での荷重点近傍の界面の合面外せん断応力 τ , 面外垂直応力 σ_z の分布である。衝撃速度は速くても、合面外せん断応力 τ と面外垂直応力 σ_z の最大位置はほぼ変わらない。等高線の分布を見ると、高さ $H=100$ mm の場合と同様に合面外せん断応力 τ は半径 $r_1=5$ mm 以上でも円形状に分布しているのに対して、面外垂直応力 σ_z は半径 $r_1=5$ mm 以内だけが円形状に分布している。よって、荷重点に近いほど面外垂直応力の影響が大きくなって、荷重点から離れるほど合面外せん断応力の影響が大きくなると思われる。

図 15 σ_z の xy 分布 ($H=100$ mm, $t=1.9$ ms, $z=-h/6$)

図 16 τ の xy 分布 ($H=250$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

図 17 σ_z の xy 分布 ($H=250$ mm, $t=2.2$ ms, $z=-h/6$)

表 1 損傷が起きた瞬間の最大面外応力とはく離面積

H(mm)	100	170	200	250	300
τ_{fmax} (MPa)	5.1	5.48	7.44	8.15	9.97
σ_{zfmax} (MPa)	-7.91	-8.88	-12.0	-13.1	-15.9
A(mm ²)	64	177	452	531	707

表 1 は、等方性積層板に高さを変えて軟鋼棒を落下衝撃した場合、損傷が起きた瞬間での τ_{fmax} , σ_{zfmax} と損傷面積 A である。衝撃速度が速くなるほど損傷が起きる瞬間の最大合面外せん断応力 τ_{fmax} , 最大面外垂直応力 σ_{zfmax} が大きくなる。実験では衝撃速度が速くなるほどはく離が大きくなる。よって、損傷が起きる瞬間の最大合面外せん断応力 τ_{fmax} が大きければ τ の分布領域が広がりはく離は大きくなると考えられる。衝撃速度が速くなるほど損傷瞬間の最大合面外せん断応力 τ_{fmax} , 最大面外垂直応力 σ_{zfmax} が大きくなることから、今後ひずみ速度の影響を検討する必要がある。

4. 結 論

本研究を要約すると次のようになる。

- (1) 実験の衝撃荷重変動で損傷の直前の時点がわかると損傷直前の応力状態がわかる。
- (2) アクリルと軟鋼の接合板をアクリル側から打撃すると最大衝撃荷重の後ではく離は生じた。
- (3) 衝撃速度が速いほど、はく離面積と損傷の瞬間の衝撃荷重は大きくなるが、損傷発生時間はほぼ一定である。
- (4) 界面で面外せん断応力 τ_{xz} , τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{zy} は非軸

対称に分布しているが、合面外せん断応力 τ は荷重点を中心としてほぼ円形になって損傷の形状と類似していることがわかった。

(5) 最大荷重の時間以後に損傷が起きるのは合面外せん断応力が小さくなくても荷重付近の界面を押付けた圧縮応力 σ_z が小さくなりすべり破断が生じやすいと思われる。

(6) 荷重点に近いほど面外垂直応力の影響が大きくなって、荷重点から離れるほど合面外せん断応力の影響が大きくなると考えられる。

(7) 損傷が起きる瞬間の合面外せん断応力の分布領域が広いほどはく離領域が大きくなると考えられる。

今後の課題として、合面外せん断応力と面外垂直応力を考慮したはく離発生条件について検討することが望まれる。なお、本研究は文部省科学研究費補助金、一般研究 A (課題番号 63420027) の援助を受けて行われた。

文 献

- (1) Matsumoto, H., Adachi, T. and Ujihashi, S., Static and Impact Induced Damage of CFRP Laminates, *Proceeding of the Oji International Seminar on Dynamic Fracture*, (1990), 174-182.
- (2) 鞠・足立・宇治橋・松本, 近似三次元理論による直交積層板の静応力解析の精度の検討, 機論, 57-543, A(1991), 2653-2658.
- (3) 鞠・鈴木・足立・宇治橋・松本, 低速衝撃による CFRP 積層板の荷重変動とひずみ変動, 機論, 56-532, A(1990), 2520-2525.
- (4) 松本・中原・関野, 縦衝撃による粘弾性定数の推定, 機論, 45-399, A(1979), 1409-1417.
- (5) 中原, 材料力学(下巻), (1966), 47-49, 養賢堂.