二次元モアレ干渉法における干渉じまの フーリエ変換による分離・抽出*

森 本 吉 春^{*1}, 嶋 田 泰 造^{*2}

Separation and Extraction of Fringe Patterns in Two-Dimensional Moire Interferometry by Fourier Transform

Yoshiharu MORIMOTO and Taizo SHIMADA

Moire interferometry can measure two-dimensional in-plane displacement distributions from x - and y -directional fringe patterns obtained by two sets of two beams. If the four beams are incident simultaneously, not only are the two-directional fringe patterns recorded on one image, but also other fringes are recorded simultaneously. In this paper, a method using Fourier transform is proposed in order to extract the necessary fringe pattern. An image of two-directional fringe patterning with carriers obtained simultaneously by the four beams is recorded, and each directional first harmonic of the Fourier spectrum of the image is filtered for the purpose of selection. The phase distribution of the inverse Fourier transform of each directional first harmonic provides each directional displacement distribution.

Key Words: Material Testing, Experimental Stress Analysis, Nondestructive Inspection, Optical Engineering, Moire Interferometry, Fourier Transform Method, Two-Dimensional Analysis

1. 緒 言

光の干渉を用いて微小な面内変形を計測するモアレ干渉法⁽¹⁾では, x , y 方向それぞれ2つの光の干渉によって各方向の等変位線を表わすしماを得る. この場合, x , y 方向それぞれ2つ計4つの光を同時に入射すると, x , y 各方向の等変位線を表わすしまが同時に記録されるだけでなく, x 方向と y 方向の光の干渉によって x , y 各方向の変位を表わさない別の干渉じまも同時に記録され, 各方向の変位を求めたい場合にはノイズとなる. 従来この各方向の変位を表わすしまのみの抽出が困難であったため, x 方向と y 方向それぞれ2つずつの光を別々に入射させ, 各方向のしまを別々に記録していた^(2,3). しかし別々に記録すると動的な変形や, 熱変形のように時間とともに変化するような場合の二次元の変形解析ができなくなる. そこで著者らは試料の回転を利用し, x , y の各方向の変位を表わすしまが互いにほぼ垂

直なキャリアパターンを作り, そのしま画像をフーリエ変換し, 各方向の1次調和波を取り出すことによって必要なしまの抽出を行なう方法を提案した⁽⁴⁾. 本研究ではこのしまの抽出の理論的検討を行なう.

2. モアレ干渉法の基本原理⁽¹⁾

図1にモアレ干渉法の光学系を示す. 試料表面には空間周波数一定で格子線方向が x および y 軸に垂直な二次元回折格子が形成されている. ここで水平面(x - z 平面)において試料表面に入射角 α でコヒーレント光(X_1)を入射するとその-1次の回折光が試料表面に垂直に回折する. また入射角 $-\alpha$ の光(X_2)の1次回折光も試料表面に垂直に現れる. 鉛直面(y - z 平面)においても同様に, Y_1 , Y_2 の回折光も試料表面に垂直に現れる. ここで入射角 α は次の式から得られる.

$$\sin \alpha = f_0 \lambda \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし, f_0 は回折格子の空間周波数, λ は入射する光の波長である.

試料が変形していない場合, 回折光はすべて試料面に垂直に回折反射して一致するのでしまは得られないが, 試料が変形するとそれに伴い回折格子のピッチが変わり, 回折角がわずかに変化するため干渉じまを生

* 平成4年4月2日 第69期通常総会講演会において講演, 原稿受付 平成4年6月22日.

^{*1} 正員, 大阪大学基礎工学部(〒560 豊中市待兼山町1-1).

^{*2} 学生員, 大阪大学大学院.

図1 モアレ干渉法における4光入射

じる。このしまのうち X_1 , X_2 の干渉によって得られるしまは x 方向の等変位線を, Y_1 , Y_2 の干渉によって得られるしまは y 方向の等変位線を表わしている。また測定感度(しま1本当りの変位量)は回折格子のピッチの半分に相当している。

3. フーリエ変換によるしま抽出と 各干渉じまの意味

前節で述べたように X_1 と X_2 との干渉じまは x 方向の変位を, また Y_1 と Y_2 との干渉じまは y 方向の変位を表わしているが, この4光を同時に入射すると x 方向と y 方向の干渉じまが同時に記録されるだけでなく, X_1 と Y_1 あるいは X_2 と Y_2 などの干渉による x , y 方向の変位を表わさない別の干渉じまも同時に記録されることになる。そこでここでは, そのような各方向の変位を表わさない干渉じまを取り除き, かつ x 方向, y 方向の変位を表わす干渉じまを分離する方法を提案する。

まず4光の回折光がすべて一致している状態つまり干渉じまを生じていない状態から z 軸回りに試料を微小角 $\Delta\theta$ だけ回転させキャリアパターンを生じさせる。そこで回転した後の座標軸 x' , y' を格子に沿って図2のように設定すると入射光 X_1 は次式で表わされる。

$$X_1 = a' \exp\{jk(x \sin \alpha + z \cos \alpha) + j\phi_{a0}\}$$

$$= a' \exp\{jk[(x' \cos \Delta\theta - y' \sin \Delta\theta) \sin \alpha + z \cos \alpha] + j\phi_{a0}\} \quad (2)$$

 ここで j は虚数単位, k は波数, ϕ_{a0} は $x=0$, $z=0$ での位相を表わす。また回折格子の x 方向および y 方向の各振幅反射率分布 T_x , T_y はフーリエ級数を用いて以下のようにおくことができる。

$$T_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_n \exp(j2\pi n f_0 x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_n \exp(j\lambda k n f_0 x) \quad (3)$$

$$T_y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_n \exp(j2\pi n f_0 y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_n \exp(j\lambda k n f_0 y) \quad (4)$$

図2 試料の回転と座標軸

ここで e_n は n 次の回折反射光の振幅反射率の振幅である。式(3)および(4)は x' 軸あるいは y' 軸に垂直な空間周波数 f_0 の回折格子であることを表わしている。回折格子上では $z=0$ であるからこの回折格子に入射した X_1 の-1次の回折光 X_{1d} は, 式(2)と式(3)との積から

$$X_{1d} = a' e_{-1} \exp\{jk\{(-f_0 \lambda + \cos \Delta\theta \cdot \sin \alpha)x' - y' \sin \Delta\theta \sin \alpha\} + j\phi_{a0}\} \quad (5)$$

となる。ここで簡単のため $a' e_{-1} \rightarrow a$ とする。また $\Delta\theta$ が微小であることから $\sin \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta$, $\cos \Delta\theta \rightarrow 1$ とし, さらに式(1)を代入すると, 式(5)は

$$X_{1d} = a \exp\{jk(-y' \Delta\theta \sin \alpha) + j\phi_{a0}\} \quad (6)$$

で表わされる。同様に X_2 の回折光 X_{2d} , Y_1 の回折光 Y_{1d} , Y_2 の回折光 Y_{2d} はそれぞれ以下のように表わすことができる。

$$X_{2d} = b \exp\{jk(y' \Delta\theta \sin \alpha) + j\phi_{b0}\} \quad (7)$$

$$Y_{1d} = c \exp\{jk(x' \Delta\theta \sin \alpha) + j\phi_{c0}\} \quad (8)$$

$$Y_{2d} = d \exp\{jk(-x' \Delta\theta \sin \alpha) + j\phi_{d0}\} \quad (9)$$

次に, 試料が変形することにより変形前の座標 (x, y) が (X, Y) に変化したとする。このときの x , y 各方向の変位を $u(X, Y)$, $v(X, Y)$ とすると

$$X = x + u(X, Y) \quad (10)$$

$$Y = y + v(X, Y) \quad (11)$$

の関係が成り立つ。ここでキャリアパターンを作成するために与えた回転角 $\Delta\theta$ は微小であることから, $x' \rightarrow x$, $y' \rightarrow y$ とすると, 変形後の振幅反射率分布は式(3), (4)より以下のように表わすことができる。

$$T_X = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_n \exp[j\lambda k n f_0 \{X - u(X, Y)\}] \quad (3')$$

$$T_Y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_n \exp[j\lambda k n f_0 \{Y - v(X, Y)\}] \quad (4')$$

これよりそれぞれの回折光は変形前と同様にして

$$X_{1d}' = a \exp\{jk\{f_0 \lambda u(X, Y) - Y \Delta\theta \sin \alpha\} + j\phi_{a0}\} \quad (6')$$

$$X_{2d}' = b \exp\{jk\{-f_0 \lambda u(X, Y) + Y \Delta\theta \sin \alpha\} + j\phi_{b0}\} \quad (7')$$

$$Y_{1d}' = c \exp\{jk\{f_0 \lambda v(X, Y) + X \Delta\theta \sin \alpha\} + j\phi_{c0}\} \quad (8')$$

$$Y_{2d}' = d \exp\{jk\{-f_0 \lambda v(X, Y) - X \Delta\theta \sin \alpha\} + j\phi_{d0}\} \quad (9')$$

と表わすことができる。ここで X_1 と X_2 のみを入射した場合, その強度分布を I_x' とすると

$$I_x' = |X_{1d}' + X_{2d}'|^2$$

$=a^2+b^2+2ab \cos \{2kY\Delta\theta \sin \alpha - 4\pi f_0 u(X,Y) + \phi_{b0} - \phi_{a0}\}$ (12)
と表わすことができる。これより X_{1d} と X_{2d} による干渉じまは、 x 方向の変位 $u(X)$ を含む干渉じまであり、 $u(X,Y)=0$ のとき y 軸に垂直なしまとなる。図 3 (a) に X_{1d} と X_{2d} の干渉により得られた干渉じまを示す。また Y_1 と Y_2 のみを入射した場合、その強度分布を I_y' とすると

$$I_y' = |Y_{1d}' + Y_{2d}'|^2 = c^2 + d^2 + 2cd \cos \{2kX\Delta\theta \sin \alpha + 4\pi f_0 v(X,Y) + \phi_{c0} + \phi_{d0}\} \quad (13)$$

と表わすことができることから、 Y_{1d} と Y_{2d} による干渉じまは、 y 方向の変位 $v(X,Y)$ を含む干渉じまであり、 $v(X,Y)=0$ のとき図 3 (b) に示すように x 軸に垂直なしまとなる。ここで X_1 , X_2 , Y_1 , Y_2 を同時に入射した場合、その強度分布を I' とすると

$$I' = |X_{1d}' + X_{2d}' + Y_{1d}' + Y_{2d}'|^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab \cos \{2kY\Delta\theta \sin \alpha - 4\pi f_0 u(X,Y) + \phi_{b0} - \phi_{a0}\} + 2ac \cos \{k(X+Y)\Delta\theta \sin \alpha + 2\pi f_0 \{v(X,Y) - u(X,Y)\} + \phi_{c0} - \phi_{a0}\} + 2ad \cos \{k(X-Y)\Delta\theta \sin \alpha + 2\pi f_0 \{u(X,Y) + v(X,Y)\} + \phi_{a0} - \phi_{d0}\} + 2bcc \cos \{k(X-Y)\Delta\theta \sin \alpha + 2\pi f_0 \{u(X,Y) + v(X,Y)\} + \phi_{c0} - \phi_{b0}\} + 2bdc \cos \{k(X+Y)\Delta\theta \sin \alpha + 2\pi f_0 \{v(X,Y) - u(X,Y)\} + \phi_{b0} - \phi_{d0}\} + 2cd \cos \{2kX\Delta\theta \sin \alpha + 4\pi f_0 v(X,Y) + \phi_{c0} - \phi_{d0}\} \quad \cdots (14)$$

となる (図 3 (c))。第 1 ~ 4 項はしまを表わさず平均的な明るさを表わすものである。第 5 項および第 10 項は x および y 方向の変位を表わす干渉じまであり、第 6 項から第 9 項までは余分な干渉じまである。 $u(X,Y)=0$, $v(X,Y)=0$ であるとき第 6 項と第 9 項は $y=x$ に垂直、第 7 項と第 8 項は $y=-x$ に垂直なしまとなる。図 3 (d)~(g) に式 (14) の第 6 ~ 9 項に相当する、それぞれ X_{1d} と Y_{1d} , X_{2d} と Y_{2d} , X_{1d} と Y_{2d} , X_{2d} と Y_{1d} の干渉により得られた干渉じまを示す。これらの干渉じまを周波数面上で見ると、それぞれの項の 1 次調和波は図 4 に示すように、異なった位置に現れる。ただし第 5 項と第 9 項、第 7 項と第 8 項は同じ位置に現れる。このことから 4 光同時に入射した場合でも、 x , y 方向の変位を表わす各 1 次調和波を図 5 のようにフィルタリングし、逆変換することによって、図 6 に示すように x , y 各方向の変位を表わす干渉じまのみを分離、抽出することができる。

第 5 項の 1 次調和波を抽出し、逆フーリエ変換したものを $I_{x(1)}$ とすると、この抽出した干渉じまの位相値 ϕ_x' は次式によって求めることができる。

$$\phi_x' = 2kY\Delta\theta \sin \alpha - 4\pi f_0 u(X,Y) + \phi_{b0} - \phi_{a0} = \frac{\text{Im}[I_{x(1)}]}{\text{Re}[I_{x(1)}]} \quad \cdots (15)$$

変形前についても、4 光入射を行なうとその強度分布 I

は式 (6)-(9) から

$$I = |X_{1d} + X_{2d} + Y_{1d} + Y_{2d}|^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab \cos (2ky'\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{b0} - \phi_{a0}) + 2ac \cos \{2k(X+Y)\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{c0} - \phi_{a0}\} + 2ad \cos \{2k(X-Y)\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{a0} - \phi_{d0}\} + 2bc \cos \{2k(X-Y)\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{c0} - \phi_{b0}\} + 2bd \cos \{2k(X+Y)\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{b0} - \phi_{d0}\} + 2cd \cos (2kX\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{c0} - \phi_{d0}) \quad \cdots (14)'$$

であることから、第 5 項の位相値 ϕ_x は同様の操作を行ない

$$\phi_x = 2kY\Delta\theta \sin \alpha + \phi_{b0} - \phi_{a0} \quad \cdots (15)'$$

を求めることができる。この変形前後の位相差を $\Delta\phi_x$ とすると

$$\Delta\phi_x = \phi_x' - \phi_x = -4\pi f_0 u(X,Y) \therefore u(X,Y) = -\frac{\Delta\phi_x}{4\pi f_0} \quad \cdots (16)$$

となることから、 x 方向の変位分布を求めることができる。また式 (14), (14)' の第 10 項の位相をそれぞれ求め、変形前後の位相差を $\Delta\phi_y$ とすると同様に

$$v(X,Y) = \frac{\Delta\phi_y}{4\pi f_0} \quad \cdots (17)$$

となり、 y 方向の変位分布を求めることができる。この方法は x , y 方向の変位を表わす干渉じまを分離し、各方向の変位分布を求めるだけにとどまらず、位相から変位を求めているため、従来のしま中心から求める方法に比べ、小数次のしま次数を解析していることになり、測定感度の高い有用な方法であるといえる。

次に式 (14), (14)' の第 6 項から第 9 項まではそれぞれ何を表わしているかについて検討する。第 6 項から第 9 項までの変形前後の位相差をそれぞれ $\Delta\phi_{(6)}$, $\Delta\phi_{(7)}$, $\Delta\phi_{(8)}$, $\Delta\phi_{(9)}$ とすると、各方向の位相差を求める場合と同様にして

$$\Delta\phi_{(6)} = 2\pi f_0 \{v(X,Y) - u(X,Y)\} \quad \cdots (18)$$

$$\Delta\phi_{(7)} = 2\pi f_0 \{u(X,Y) + v(X,Y)\} \quad \cdots (19)$$

$$\Delta\phi_{(8)} = 2\pi f_0 \{u(X,Y) + v(X,Y)\} \quad \cdots (20)$$

$$\Delta\phi_{(9)} = 2\pi f_0 \{v(X,Y) - u(X,Y)\} \quad \cdots (21)$$

となる。ところで x 軸に対して 45 度方向の変位を u_{45} , 135 度方向の変位を u_{135} とすると

$$u_{45} = u(X,Y) \cos 45^\circ + v(X,Y) \sin 45^\circ \quad \cdots (22)$$

$$u_{135} = u(X,Y) \cos 135^\circ + v(X,Y) \sin 135^\circ \quad \cdots (23)$$

で表わされる。式 (18)~(23) から

$$u_{45} = \frac{\Delta\phi_{(7)}}{2\sqrt{2}\pi f_0} = \frac{\Delta\phi_{(8)}}{2\sqrt{2}\pi f_0} \quad \cdots (24)$$

$$u_{135} = \frac{\Delta\phi_{(6)}}{2\sqrt{2}\pi f_0} = \frac{\Delta\phi_{(9)}}{2\sqrt{2}\pi f_0} \dots\dots\dots (25)$$

となる。これは X_{1d} と Y_{1d} あるいは X_{2d} と Y_{2d} との干渉は x 軸から135度方向の変位情報を、また X_{1d} と Y_{2d} あるいは X_{2d} と Y_{1d} との干渉は x 軸から45度方向の変位情報を含んだしماとなって現れ、その測定感度は x, y 各方向のそれと比べ、 $\sqrt{2}$ 倍粗くなっていることを表わしている。

(a) X_1 と X_2 による干渉 (b) Y_1 と Y_2 による干渉 (c) X_1, X_2, Y_1, Y_2 による干渉 (d) X_1 と Y_1 による干渉 (e) X_2 と Y_2 による干渉 (f) X_1 と Y_2 による干渉 (g) X_2 と Y_1 による干渉

図3 回折光による干渉じま

図4 図3(c)のパワースペクトル

(a) x 方向の調和波の抽出 (b) y 方向の調和波の抽出

図5 各方向の1次調和波抽出

(a) 図5(a)から得られる
 x 方向のしま (b) 図5(b)から得られる
 y 方向のしま

図6 抽出されたしま

つまり x, y 各方向の変位分布と同様に45度方向あるいは135度方向の変位分布を求めることができる。そこで図3(c)の状態から図7に示すようにさらに回転を加え、

図7 回転によって与えた二次元変位

図8 変形後のキャリアパターン

 図9 本解析法による変位分布 (単位 μm)

 図10 理論による変位分布 (単位 μm)

剛体変位させた x , y 各方向の変位分布を以下に示す. 図8に剛体変位後のキャリアパターンを, また図9 (a) (b)にそれぞれ x , y 各方向の変位分布を示す. また X_{2d} と Y_{1d} のみの干渉によって得られた45度方向の変位分布を図9(c)に, また X_{1d} と Y_{1d} のみの干渉によって得られた135度方向の変位分布を図9(d)に示す. またこの理論値を図10に示す.

4. 適用例

ここでは X_1 と X_2 および Y_1 と Y_2 のビームを別々に入射させた実験を行なった, 参考文献(3)と同じ三端子レギュレータに電流を流したときの熱変形について二次元同時計測を行ない, 比較検討を行なう.

図11に測定に使用した三端子レギュレータと測定範囲を, 図12に電流を流し始めてから120秒後のキャリアパターンを示す. この結果を参考文献(3)と比較したところ, いずれの場合も誤差は1パーセント程度とほぼ同じ結果が得られることが確認できた.

5. 結 言

以上のことから, モアレ干渉法において4光を同時に入射しても, フーリエ変換を用いることによって x 方

図11 三端子レギュレータとその測定範囲

図12 キャリアパターン (120秒後)

(a) 60秒後

(b) 120秒後

図13 x方向の変位分布 (単位 μm)

(a) 60秒後

(b) 120秒後

図14 y方向の変位分布 (単位 μm)

向およびy方向の変位を表わすしまのみを抽出、分離することが可能であることを理論的に証明した。つまりこの方法を用いることにより、二次元ひずみが同時に計測できることになり、時間的に変化する熱変形や動的な変形に対しては特に有効である。また、x方向、y方向それぞれ1つの光を組み合わせることができる干渉じまは、x軸、y軸に対して45°傾いた方向の変位を表わしていることを理論的に示した。なお本方法ではフーリエ変換を用いているため各方向のしまの位相値を求めることができ、その変形前後の位相値により、より感度のよい変位、ひずみ測定ができることになり、微小変形計測には非常に有効である。また解析手順も各画素において同じであり、完全自動化が可能でその適用範囲は広い。

文 献

- (1) Post, D., Chap.7 Moire Interferometry, Handbook on Experimental Mechanics, ed Kobayashi, A.S., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1987), 314.
- (2) Morimoto, Y., Post, D. and Gascoigne, H.E., Carrier pattern analysis of moire interferometry using Fourier transform, SPIE Proc.No.1554, Second Int.Conf.on Photomechanics and Speckle Metrology, (1991), in printing.
- (3) 森本吉春, 田中正夫, 嶋田泰造, フーリエ変換モアレ干渉法による電子部品の熱変形解析, 光弾性学会, 投稿審査済.
- (4) 森本吉春, 嶋田泰造, 朴斗源, 韓応教, フーリエ変換モアレ干渉法を用いた二次元微小変形解析, 非破壊検査, 41-8, (1992), 479.