衝撃力の大きさと方向の逆問題解析*

井上 裕嗣^{*1}, 池田 直人^{*2}, 岸本 喜久雄^{*1}
渋谷 寿一^{*1}, 小泉 堯^{*1}

Inverse Analysis of the Magnitude and Direction of Impact Force

Hirotsugu INOUE, Naoto IKEDA, Kikuo KISHIMOTO,
Toshikazu SHIBUYA and Takashi KOIZUMI

This paper treats an inverse problem for estimating the magnitude and direction of an impact force acting on a body of arbitrary shape. It is shown that three directional components of the impact force vector can be estimated from responses measured at more than three points of the body by means of deconvolution. It is pointed out that the impact force cannot always be estimated satisfactorily since the inverse problem is ill-posed and/or ill-conditioned in some situations. For improving the estimation accuracy, the singular value decomposition technique is adopted. The validity of the present method is demonstrated through an experiment in which an impact force acting on a simply supported beam is estimated from strain responses measured by strain gages.

Key Words: Inverse Problem, Impact Force, Experimental Mechanics, Transfer Function, Transient Response

1. 緒 言

衝撃を受ける機械や構造物の信頼性や安全性を検討するためには、衝撃力を正確に評価する必要がある。したがって、機械や構造物の衝撃実験などにおいて、衝撃力を正確に測定することは重要な課題である。ところが、衝撃力が作用する場合には、応力波が反射・透過を繰り返して物体内を伝播する現象が無視できないため、衝撃点以外の位置における物体のひずみや変位の時間的変動は、一般に衝撃力の時間的変動と異なる。したがって、衝撃力の測定は静的荷重の測定に比べて困難である。特に、任意形状の物体に作用する衝撃力を測定するための有効な方法は、従来見当たらなかった。

一方、コンピュータや計測機器の進歩によって、測定データに各種の演算処理を施すことが容易になっており、これを利用した種々の計測手法が提案されている。衝撃力の測定に関しても、物体のひずみや加速度などの衝撃応答を測定し、この測定データをもとに逆解析を行うことにより、任意形状の物体に作用する衝

撃力を推定する方法が近年注目されている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。著者らは、これまでに、衝撃応答から衝撃力を推定する逆問題の解析手法について研究⁽⁷⁾⁻⁽¹¹⁾し、はりや板などの構造要素の衝撃実験を行ってこの手法の妥当性を確認するとともに、材料の衝撃試験における衝撃荷重の測定に適用して有用性を示した。しかし、これまでの研究では、衝撃力の方向を一定と仮定しているために、任意の方向から作用する衝撃力の推定にこの手法を適用することはできない。

実際の衝撃問題では、衝撃力の方向が既知の一定方向とは限らず、衝撃力の方向があらかじめ予測できない場合や、時間とともに衝撃力の方向が変化する場合がある。したがって、広範囲の衝撃問題において衝撃力を正確に測定するためには、衝撃力の大きさの時間的変動だけでなく、方向の時間的変動も測定できる手法を確立することが要求される。

そこで、本研究では、物体の衝撃応答から衝撃力の大きさと方向をともに推定する逆問題について論じる。すなわち、まず、本研究の逆問題の基本的な解析手法を示し、次に、逆問題の不適切性を指摘するとともにその適切化手法を論じ、最後に、両端支持はりに作用する衝撃力の測定に適用した結果を示して本研究の手法の有効性を明らかにする。

* 原稿受付 平成4年6月22日。

^{*1} 正員, 東京工業大学工学部(〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。^{*2} 准員, ソニー(株)(〒141 東京都品川区北品川 6-7-35)。

図1 衝撃力が作用する任意形状の物体

2. 任意方向衝撃力の逆問題

図1に示すように、任意形状の物体のある1点に、任意の方向から任意の大きさの衝撃力が作用する場合を考える。衝撃力を任意の3方向に分解し、その各成分を $f_i(t)$, ($i = 1, 2, 3$) とする。また、衝撃力により物体の任意の n 個 ($n \geq 3$) の点に生じるひずみ、変位、加速度などの衝撃応答を $e_j(t)$, ($j = 1, 2, \dots, n$) とする。衝撃力に対して応答が線形であれば、これらの衝撃力と応答との関係は次式の畳み込み積分によって表される。

$$e_j(t) = \sum_{i=1}^3 \int_0^t h_{ji}(t-\tau) f_i(\tau) d\tau, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

ここで、 $h_{ji}(t)$, ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, n$) は、この線形系のインパルス応答関数である。式(1)の両辺をフーリエ変換し、行列の形で表示すれば、次式を得る。

$$\mathbf{E} = \mathbf{H} \mathbf{F} \quad (2)$$

ここで、

$$\mathbf{E} \equiv \{E_1(\omega), E_2(\omega), \dots, E_n(\omega)\}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{H} \equiv \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & H_{12}(\omega) & H_{13}(\omega) \\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega) & H_{23}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{n1}(\omega) & H_{n2}(\omega) & H_{n3}(\omega) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{F} \equiv \{F_1(\omega), F_2(\omega), F_3(\omega)\}^T \quad (5)$$

であり、大文字はそれぞれ対応する小文字で表された関数のフーリエ変換を、また、上添字 T は行列の転置を表す。本研究では、 $H_{ji}(\omega)$ を伝達関数と呼ぶ。

任意の衝撃力を直接測定することは一般に困難であるが、任意の衝撃力に対する応答は、ひずみゲージや加速度計などのセンサを用いることにより比較的容易に測定できる。したがって、あらかじめ伝達関数 $H_{ji}(\omega)$ を同定しておけば、応答の測定データ $e_j(t)$ をフーリエ変換し、式(2)を $\mathbf{F}$ について解き、フーリエ逆変換することによって、衝撃力の各方向成分 $f_i(t)$ が求められる。さらに、 $f_i(t)$ が求められれば、衝撃力の大きさと方向

も求められる。数値フーリエ変換・逆変換は、高速フーリエ変換 (FFT)⁽¹²⁾ を利用すれば容易にかつ効率よく計算できる。なお、既報⁽⁸⁾⁽¹¹⁾⁽¹³⁾ に示したように、FFT のウィンドウ関数として指数関数を採用し、フーリエ変換をラプラス変換の形に変形すれば、数値変換・逆変換によって生じる衝撃力の推定誤差は小さくなる。

伝達関数は、較正実験を行うことにより同定できる。すなわち、衝撃力の各成分の方向 $i = 1, 2, 3$ から測定可能な衝撃力を作用させ、このときの衝撃力と応答とを同時に測定し、これらの測定データをフーリエ変換すれば、伝達関数 $H_{ji}(\omega)$ が同定できる。既報⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ に示したように、スペクトルによる線形系の入出力関係に基づいて、多数の較正実験の測定データからスペクトルのアンサンブル平均を計算して伝達関数を同定すれば、非因果的ウィーナフィルタ理論に基づく逆問題の適切化が実現できる。

3. 逆問題の不適切性と適切化

本研究の逆問題では、連立方程式(2)を解いて衝撃力を求める際に以下のような不適切性が存在する。

- 1) 衝撃応答の測定位置によっては、係数行列 $\mathbf{H}$ の階数が不足し、連立方程式(2)が不定または不能になる。このとき、解の一意性または存在性が満足されない。
- 2) 実際問題に適用する際には、センサや測定機器の特性に起因する測定誤差、測定ノイズ、測定データの量子化誤差、FFTなどの数値計算上の誤差などが原因となって、 $\mathbf{E}$ および $\mathbf{H}$ には誤差が必ず含まれる。本来は一意解が存在する場合でも、このような誤差のために解の一意性または存在性が満足されなくなることがある。
- 3) 係数行列 $\mathbf{H}$ の条件数 $\text{cond}(\mathbf{H})$ が大きい場合には、 $\mathbf{E}$ および $\mathbf{H}$ に含まれる誤差が拡大され易くなり、解の安定性が低下する。

まず、はじめの二つの不適切性を改善するために、特異値分解を利用した最小二乗法により連立方程式(2)を解く。

係数行列 $\mathbf{H}$ の特異値分解は、

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (6)$$

により得られる⁽¹⁴⁾。ここで、 $\mathbf{U}$ および $\mathbf{V}$ はそれぞれ $n \times n$ および 3×3 のユニタリ行列であり、上添字 H は行列の共役転置を表す。また、 $\mathbf{\Sigma}$ は $n \times 3$ の実行列で、

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

であり, σ_i は行列 $\mathbf{H}$ の特異値で

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0 \quad (8)$$

を満たす.

特異値分解を利用すれば, ユークリッドノルム $\|\tilde{\mathbf{F}}\|_2$ および $\|\mathbf{H}\tilde{\mathbf{F}} - \mathbf{E}\|_2$ が最小となる意味での解 (最小二乗解) は

$$\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{H}^+ \mathbf{E} \quad (9)$$

により得られる⁽¹⁵⁾. ここで, $\mathbf{H}^+$ は Moore-Penrose の一般逆行列で

$$\mathbf{H}^+ = \mathbf{V} \Sigma^+ \mathbf{U}^H \quad (10)$$

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} \sigma_1^+ & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^+ & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^+ & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\sigma_i^+ = \begin{cases} 1/\sigma_i & (\sigma_i \neq 0) \\ 0 & (\sigma_i = 0) \end{cases} \quad (12)$$

によって定まる. 式 (9) の最小二乗解は一意である. このことは,

- 1) $\|\tilde{\mathbf{F}}\|_2$ が最小, すなわち, 衝撃力のエネルギーが最小
- 2) $\|\mathbf{H}\tilde{\mathbf{F}} - \mathbf{E}\|_2$ が最小, すなわち, 連立方程式の残差の二乗和が最小

という二つの条件を付加することにより, 解の存在性と一意性が常に満足されるような改善がなされたことを意味している.

第三の不適切性を改善するために, 本研究では階数操作による方法⁽¹⁶⁾を採用する. 行列 $\mathbf{H}$ の条件数は, 最大の特異値 σ_1 と零でない最小の特異値 σ_r (r は $\mathbf{H}$ の階数) から

$$\text{cond}(\mathbf{H}) = \sigma_1 / \sigma_r \quad (13)$$

により得られる. したがって, あるしきい値よりも小さな特異値を零に置き換える (すなわち, 階数を低下させる) 操作を施せば, 条件数は小さくなるため, 誤差の拡大が抑制できる. すなわち, 解の安定性が向上する. なお, しきい値が小さ過ぎる場合は適切化が不十分となり, 大き過ぎる場合は過度に平滑化された解が得られるため, 階数操作を施す際には条件数や解の残差を参考にしてしきい値を適切に選択する必要がある.

図2 両端支持はりの衝撃

図3 衝撃力の方向とひずみの測定位置との関係

4. 両端支持はりの衝撃実験

本研究の逆問題解析手法の妥当性を検討するために, 両端支持はりに対して任意の角度から横衝撃を与え, このときのはりのひずみ応答の測定データから逆解析によって衝撃力の大きさと方向を推定する実験を行った.

4・1 実験装置と方法 本実験の概要を図2に示す. はりは, 円形断面の黄銅棒 (直径 20 mm, 長さ 2 m) を両端支持 (スパン 1.5 m) したものである. はりの支持点は, 上下からボルトで締め付けて, 衝撃の反動で飛び上がらないようにした. 衝撃力は, 衝撃体を円筒ガイドに沿わせて自由落下させ, はりの中央に衝突させることにより与えた. 使用した衝撃体は, 直径 10 mm, 長さ 500 mm の軟鋼棒, および, 直径 25 mm の鋼球である. 衝撃力の方向を変えるときは, はりを所定の角度だけ軸回りに回転させ, 衝撃点のはりの上側になるようにした. はりのひずみ応答は, 衝撃点から 100 mm 離れた側面の 3ヵ所に, 長手方向に半導体ひずみゲージ (共和電業, KSP-2-E4) を接着して測定した. はりの断面方向から見た衝撃力の方向とひずみの測定位置との関係を図3に示す.

本実験の手順は以下の通りである.

- 1) $i = 1$ の方向から軟鋼棒で衝撃し, そのときの衝撃力 $f_1(t)$ および $j = 1, 2, 3$ の位置のひずみ応答 $e_j(t)$ を測定する. これらの測定データをフーリエ変換し, 伝達関数 $H_{j1}(\omega)$, ($j = 1, 2, 3$) を同定

図4 衝撃棒の校正実験の方法

する。

- 2) $i = 2$ の方向から軟鋼棒で衝撃し、1と同様にして伝達関数 $H_{j2}(\omega)$, ($j = 1, 2, 3$) を同定する。
- 3) 任意の方向 θ から軟鋼棒または鋼球で衝撃し、 $j = 1, 2, 3$ のひずみ応答 $e_j(t)$ を測定する。
- 4) 3の測定データをフーリエ変換し、1, 2で同定した伝達関数を用いて、式(9)により最小二乗解を求め、これをフーリエ逆変換して衝撃力の各成分 $f_i(t)$, ($i = 1, 2$) を求める。さらに、これより衝撃力の大きさと方向の時間的変動を求める。

手順1, 2の校正実験に使用した軟鋼棒には、衝撃端近傍(衝撃端より10 mm)の側面に半導体ひずみゲージ(共和電業, KSP-2-E4)が接着してある。後述するように、棒による両端支持はりの衝撃では、衝撃力の持続時間が棒の内部を縦波が1往復する時間と等しいため、このひずみゲージで検出されるひずみ波形は、棒の衝撃端(すなわち、はり)に作用する衝撃力の波形とはわずかに異なる。そこで、このひずみゲージで検出されるひずみと衝撃力との間の伝達関数をあらかじめ同定しておき、逆解析を行うことにより校正実験における衝撃力を推定した。このときの伝達関数は、図4に示すような同径、同材質の棒の縦衝撃実験を行えば、同定することができる。はりの衝撃に使用した軟鋼棒(Rod a)を別の軟鋼棒(Rod b)に衝突させたときの応力波の伝播、衝撃力波形、ひずみ波形は図4に示す通りである。図4より明らかなように、Rod bのひずみゲージ

図5 校正実験の結果

(Gage 2)で測定されるひずみ波形の初期の部分は、衝撃端に作用する衝撃力波形を時間的にずらしたものに等しい。そこで、Rod aのひずみゲージ(Gage 1)によりひずみ応答を、Rod bのひずみゲージにより衝撃力をそれぞれ測定すれば、Rod aの衝撃端に作用する衝撃力とGage 1のひずみとの間の伝達関数が同定できる。なお、この場合には、衝撃力の方向は既知の一定方向であるから、衝撃力を成分に分解する必要はなく、行列 H は 1×1 となる。本実験では、このような実験を10回繰り返して、10組の衝撃力とひずみの測定データから、文献(11)に示した方法によりスペクトルのアンサンブル平均を計算して伝達関数を同定した。

本実験では、ひずみゲージを直流ストレインアンプに接続し、その出力を波形記憶装置で捕捉することにより測定データを得た。そして、測定データをパーソナルコンピュータに転送し、演算処理を行った。なお、データのサンプリング周期は $\Delta t = 1 \mu s$ 、サンプリング数は $N = 1024$ であり、測定データのフーリエ変換・逆変換は指数ウィンドウ($\exp(-\gamma t)$, $\gamma = 5/(N \Delta t)$)を用いたFFT⁽¹³⁾により行った。

4・2 校正実験の結果 校正実験として、軟鋼棒を高さ200 mmから落下衝突(衝突速度1.98 m/s)させ、衝撃力およびひずみ応答を測定した。図5(a)は $i = 1$ の方向から衝撃した場合の衝撃力 $f_1(t)$ 、図5(b)はこのときのひずみ応答 $e_j(t)$, ($j = 1, 2, 3$)の測定結果を示している。衝撃力の持続時間は約200 μs であり、これは軟鋼棒の内部を縦波が1往復する時間に等しい。ひずみ応答 $e_2(t)$ と $e_3(t)$ は同符号、 $e_1(t)$ はそれらとは逆符号であるが、それぞれの時間的変動はいずれも同様である。本実験では、校正実験を10回繰り返して図5と同

図6 棒による衝撃力の推定結果 ($j = 1, 2$ の場合) 図7 棒による衝撃力の推定結果 ($j = 1, 3$ の場合)

様な測定データを10組とり、文献(11)に示した方法によりスペクトルのアンサンブル平均を計算して伝達関数 $H_{j1}(\omega)$, ($j = 1, 2, 3$) を同定した。また、 $i = 2$ の方向からも同様に棒で衝撃し、伝達関数 $H_{j2}(\omega)$, ($j = 1, 2, 3$) を同定した。

4・3 棒による衝撃力の推定 高さ 200 mm から $\theta = 75^\circ$ の方向に軟鋼棒を落下衝突させ、その時の衝撃力の大きさと方向を逆解析により推定した。

まず、 $j = 1, 2$ の位置で測定した二つのひずみ応答から、先に同定した伝達関数を用いて、衝撃力を推定した。この場合、行列 H は 2×2 である。図6(a)に衝撃力の大きさの推定結果を示す。なお、推定結果と比較するために、棒のひずみゲージを用いて校正実験の場合と同じ方法で衝撃力を測定した結果を細線で示している(以下の図でも同様)。この結果によれば、データ

図8 行列 H の条件数
(a) $j = 1, 2$ の場合, (b) $j = 1, 3$ の場合

後半部でわずかにノイズ状の振動が生じているものの、両結果はよく一致している。図6(b)は衝撃力の方向の推定結果である。衝撃力の方向を求める際には、衝撃力の大きさが最大値の5%以下になった場合は方向を $\theta = 0^\circ$ とした(以下の結果でも同様)。この結果によれば、衝撃力が作用している間は $\theta = 75^\circ$ と推定されており、真値とよく一致している。以上のように、この場合には衝撃力の大きさ、方向ともに精度よく推定された。

次に、 $j = 1, 3$ の位置で測定した二つのひずみ応答から、同じ衝撃力を推定した。図7(a)は衝撃力の大きさ、図7(b)は衝撃力の方向の推定結果を示している。大きさの推定結果は全体に激しく振動しており、棒のひずみゲージにより測定した結果(細線)と一致していない。また、方向の推定結果にも振動が重畳しており、 $\theta = 75^\circ$ の一定値は得られていない。先の図6の場合と比較しても、この場合は満足な推定結果が得られていない。

以上の二つの例における推定精度の違いと問題の悪条件性との関連を明らかにするために、それぞれの場合の行列 H の条件数を調べた。図8(a), (b)は、それぞれ、 $j = 1, 2$, $j = 1, 3$ の場合の各周波数ごとの条件数を示している。この図によれば、100 kHz 以下の周波数域において、 $j = 1, 3$ の場合の方が $j = 1, 2$ の場合よりも条件数が多い。特に、20 kHz 以下の低周波域では、 $j = 1, 2$ の場合には条件数が1に近いのに対し、 $j = 1, 3$ の場合には条件数はその10倍程度となっている。したがって、 $j = 1, 3$ の場合は、 $j = 1, 2$ の場合に比べて行列 H がより悪条件であったために、衝撃力の推定精度が低下したことがわかる。

図9 棒による衝撃力の推定結果
($j = 1, 3$; $\text{cond}(\mathbf{H}) \leq 16$ の場合)

図10 棒による衝撃力の推定結果 ($j = 1, 2, 3$ の場合)

そこで、 $j = 1, 3$ の場合の悪条件性を改善するために、最小の特異値を零に置き換える適切化処理を施し、その有効性を調べた。データ処理を行った各周波数において行列 $\mathbf{H}$ の条件数が16以下になるように適切化処理を施した場合、衝撃力の大きさと方向の推定結果をそれぞれ図9(a), (b)に示す。図9を図7と比較すると、適切化処理を施したことによって推定結果の波形に生じる振動は小さくなり、推定精度が向上したことがわかる。

最後に、衝撃力の方向成分の数(本実験の場合は2)よりも多数のひずみ応答の測定データをもとに衝撃力を推定した場合の精度の向上について調べるために、 $j = 1, 2, 3$ の位置で測定した三つのひずみ応答から同じ衝撃力を推定した。この場合、行列 $\mathbf{H}$ は 3×2 である。

図11 球の衝撃によるはりのひずみ応答

図12 球による衝撃力の推定結果 ($j = 1, 2$ の場合)

図10(a), (b)は、それぞれ衝撃力の大きさと方向の推定結果である。この結果によれば、衝撃力の大きさの推定結果は棒のひずみゲージによる測定結果とよく一致しており、衝撃力の方向も $\theta = 75^\circ$ と推定されている。また、この推定結果を $j = 1, 2$ の場合の推定結果(図6)と比較すると、ひずみ応答の測定点の数を増加したことにより、衝撃力の推定精度が若干ではあるが向上したことがわかる。

4.4 球による衝撃力の推定 逆解析による衝撃力の推定法の適用例として、鋼球を高さ500 mmから $\theta = 75^\circ$ の方向に落下衝突(衝突速度3.13 m/s)させ、このときの衝撃力の大きさと方向を推定した。図11は、ひずみ応答 $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$ の測定結果である。これらのひずみの測定データから、先に同定した伝達関数を用いて逆解析を行い、衝撃力を推定した。

$j = 1, 2$ の位置で測定した二つのひずみ応答から、衝撃力を推定した結果を図12に示す。ここで、衝撃力の大きさについては、推定結果と比較するために、ヘルツの接触理論(球と円柱の接触)⁽¹⁷⁾を利用して近似的に解析⁽¹⁸⁾した結果を図中に破線で示している(以下の図

図13 球による衝撃力の推定結果 ($j = 1, 3$ の場合) 図14 球による衝撃力の推定結果
($j = 1, 3$; $\text{cond}(\mathbf{H}) \leq 10$ の場合)

でも同様)。図12によれば、衝撃力の大きさの推定結果は、データ後半部で波形が乱れているが、近似解析の結果とほぼ一致している。また、衝撃力の方向は、衝撃力が作用している間はほぼ一定で、 $\theta = 75^\circ$ と推定されている。したがって、この場合の衝撃力の推定精度は十分であると考えられる。

一方、図13は、 $j = 1, 3$ の位置で測定した二つのひずみ応答から、同じ衝撃力を推定した結果である。前述の棒による衝撃力の推定結果(図7参照)と同様に、衝撃力の大きさの推定結果は全体に激しく振動しており、近似解析の結果と一致していない。また、方向の推定結果は、衝撃力が作用している間に $\theta = -30^\circ$ から $\theta = 110^\circ$ に変化しており、正確な値は得られていない。

次に、 $j = 1, 3$ の場合について、最小の特異値を零に

図15 球による衝撃力の推定結果 ($j = 1, 2, 3$ の場合)

置き換える適切化処理を施し、推定精度の向上を図った。各周波数において行列 $\mathbf{H}$ の条件数が10以下になるように処理した場合の、衝撃力の推定結果を図14に示す。この結果を適切化処理をしない場合の推定結果(図13)と比較すると、適切化処理によって、衝撃力の大きさは振動が小さくなり、また、方向は衝撃力が作用している間はほぼ一定の値をとるように改善されたことがわかる。しかし、衝撃力の最大値は近似解析の結果に比べて若干小さく推定されており、方向も $\theta = 75^\circ$ とはなっておらず、誤差が生じている。

最後に、 $j = 1, 2, 3$ の位置で測定した三つのひずみ応答から、衝撃力を推定した結果を図15に示す。この場合は、 $j = 1, 2$ の場合(図12)に比べて若干ではあるが推定精度が向上している。

5. 考 察

本研究では、従来提案されている方法の中では最も単純な、階数操作による適切化手法を採用した。両端支持はりの衝撃実験の結果からわかるように、問題の条件が極めて悪い場合には、この適切化処理を施しても推定精度の向上は十分ではない(図14参照)。その原因は、式(7)に示したように特異値が各周波数ごとにたかだか3個しかない(特に、両端支持はりの衝撃実験では、衝撃力の方向が2次元であるから特異値は2個しかない)ために、この適切化手法では十分にきめ細かな適切化ができないことによると考えられる。したがって、衝撃力の推定精度を向上させるためには、チホノフの適切化手法⁽¹⁹⁾などのように、連続的に適切化パラメータを変化させる方法がより効果的であると考えられ、今後さらに適切化手法を検討する必要がある。

ところで、伝達関数を成分とする行列 H の条件数は、衝撃力を成分に分解するときの方向の選び方と応答の測定位置との組み合わせによって変化するため、あらかじめ適切な組み合わせを選択しておけば、本論文で検討したような適切化処理の必要はない(例えば、図6, 12の場合)。しかし、任意形状(特に、複雑な形状)の物体では、適切な組み合わせを選択することが困難であったり、複雑な解析を要したりする場合があるので、悪条件の場合にも衝撃力の推定精度が低下しないように、適切化処理を検討しておくことは重要である。

6. 結 言

本論文では、任意形状の物体に任意方向から作用する衝撃力の測定に適用することを目的として、衝撃力の逆問題解析手法について論じた。すなわち、物体の衝撃応答から衝撃力の大きさと方向を推定する逆問題の基本的な解析方法を示すとともに、この逆問題に内在する不適切性を指摘し、これを改善するための一方法を示した。そして、両端支持はりに作用する衝撃力の測定に適用して本研究の手法の有効性を確認した。今後は、適切化手法についてさらに検討し、三次元的

な衝撃力や方向が時間とともに変化する衝撃力の測定に本手法を適用して有効性を検証することが必要であると考えられる。

文 献

- (1) Doyle, J.F., *Exp. Mech.*, **24**-1 (1984), 10.
- (2) Michaels, J.E. and Pao, Y.H., *J. Acoust. Soc. Am.*, **77**-6 (1985), 2005.
- (3) Stevens, K.K., *Proc. 1987 SEM Spring Conf. Exp. Mech.*, (1987), 838.
- (4) 放生・茶谷・上村, 機論, **55**-511, A (1989), 477.
- (5) Bateman, V.I., Carne, T.G., Gregory, D.L., Attaway, S.W. and Yoshimura, H.R., *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, **113** (1991), 192.
- (6) Ödeen, S. and Lundberg, B., *Int. J. Impact Eng.*, **11**-2 (1991) 149.
- (7) 井上・渡辺・渋谷・小泉, 非破壊検査, **37**-4 (1988), 337.
- (8) 井上・渋谷・小泉・福地, 非破壊検査, **37**-11 (1988), 874.
- (9) 井上・渋谷・小泉・岸本, 非破壊検査, **39**-5 (1990), 390.
- (10) 井上・石田・岸本・渋谷, 機論, **57**-534, A (1991), 424.
- (11) 井上・岸本・渋谷・小泉, 機論, **57**-543, A (1991), 2727.
- (12) 例えば, Brigham, E.O., *The Fast Fourier Transform and its Applications*, (1988), 131, Prentice-Hall.
- (13) 井上・上林・岸本・渋谷・小泉, 機論, **57**-542, A (1991), 2523.
- (14) 例えば, 伊理・韓, 線形代数—行列とその標準形, (1977), 206, 教育出版.
- (15) 例えば, 文献(14)の248ページ.
- (16) 例えば, 久保, 計算力学とCAEシリーズ10, 逆問題, (1992), 37, 培風館.
- (17) 例えば, 中原, 材料力学(下), (1983), 116, 養賢堂.
- (18) Schwieger, H., *Z. Angew. Math. Mech.*, **45**-7/8 (1965), 499.
- (19) 例えば, 文献(16)の45ページ.