すべり変形するだ円形結晶粒を含む材料の剛塑性変形*

阿部 武治^{*1}, 永山 則之^{*2}, 高野 恭寿^{*3}
山崎 浩史^{*4}, 高岡 隆司^{*5}Rigid-Plastic Deformation of Metal with Elliptic
Crystal Grain Deformed by SlipTakeji ABE, Noriyuki NAGAYAMA, Yasuju TAKANO,
Hiroshi YAMASAKI and Takashi TAKAOKA

The rotation of the grain in polycrystalline metal is caused by crystal slips in each grain. In order to clarify the rotation of a grain surrounded by neighbouring grains, a plane model is introduced in which an anisotropic elliptic inclusion is embedded in an isotropic matrix. Hill's quadratic yield function allowing for orthotropic anisotropy is adopted to express the slip in the inclusion. The deformation and the rotation of the inclusion are analyzed with the rigid-plastic finite element method and discussed based on the calculated results. The inclusion deformed by slip rotates so that the slip direction coincides with the tensile direction. The rotation of the grain is restricted when the shape of grain deviates from the circular shape.

Key Words: Plasticity, Anisotropy, Numerical Analysis, Rigid-Plastic FEM, Polycrystalline Metal, Inclusion, Strain Distribution, Crystal Slip

1. 結 言

多結晶金属材料に塑性変形を与えると、一般に力学的性質が方向によって異なるようになり、いわゆる異方性を生ずる。これは、初め無秩序な方向に配列していた結晶粒が塑性変形に伴って回転し、主として結晶の活動すべり系によって定まるある特定の方向に並ぶようになるためであり、その結果巨視的な応力-ひずみ関係や降伏応力は材料の方向によって異なる。これらの問題は、材料の塑性変形を解明し、工業的に利用する上で重要であるにもかかわらず、その挙動の複雑さのために多くの課題が残されている。

材料の異方性の発達は、多結晶金属材料の変形機構、特に結晶のすべりと密接に関係している。すなわち、結晶系によって定まる特定のすべり面、すべり方向に生ずるすべりによって、結晶粒は回転する⁽¹⁾⁽²⁾。しかしながら、このとき周囲の結晶粒からの拘束によって回

転の様子は異なると考えられるが、この点についての検討は従来あまりなされていない。弾性の場合とは異なって、すべり変形を伴う塑性問題を解析的に取扱うことはかなり困難であり、適当なモデルの導入と数値シミュレーション、およびそれに基づくデータベースの構築が有効であると考えられる⁽³⁾。すなわちこれは、数値マイクロメカニックスの問題の一つであると考えられ、本研究ではこの点について検討を加える。

結晶のすべりをモデル化する方法としては、すべりを直接解析に取り入れる方法と、降伏関数あるいは降伏曲面によってすべりを表現し解析する方法⁽⁴⁾がある。ここでは、解析が比較的容易な後者の方法を用いることにし、Hillによる直交異方性降伏関数により表現されるすべり変形をとりあげる。また、簡単のため平面ひずみ問題について解析するが、Hillの降伏関数を用いた場合には、互いに直行する方向にもすべり変形が生ずるモデルを想定することに対応する。

剛塑性有限要素法⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、塑性変形における上界法を基礎にして、有限要素法の離散化の手法を用い、最適解としての速度場を求める方法である。剛塑性有限要素法は、変形する物体を剛完全塑性体として取扱うため材料の塑性変形に固有な変形挙動を明らかにすることができると考えられる。先に著者らは、等方性の

* 平成2年3月31日 日本機械学会第67期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成4年9月21日。

*1 正員、岡山大学工学部 (〒700 岡山市津島中3-1-1)。

*2 正員、岡山県工業技術センター (〒701-01 岡山市今保661-2)。

*3 (株)神戸製鋼所 (〒657 神戸市中央区脇浜町1-3-18)。

*4 ブラザー工業(株) (〒467 名古屋市瑞穂区妙普通1-32)。

*5 NKK(株) (〒721 福山市鋼管町1)。

介在物が等方性の母相中に含まれる場合⁽⁷⁾⁽⁸⁾、およびすべり変形する母相中に等方性介在物が含まれる場合⁽⁹⁾の変形挙動について報告した。

本報告では、材料を剛完全塑性体と仮定し、平面ひずみ状態において、等方性の母相の中に、すべり変形しやすいだ円形結晶粒が含まれる場合について、剛塑性有限要素法を用いて数値解析を行う。すなわち、ここで用いるモデル材料の幾何学的配置は、結晶塑性解析においてしばしば用いられるセルフコンシステントモデルと類似のものである⁽¹⁰⁾。本研究では、すべり変形を表すために異方性降伏条件を採用し、すべり変形する結晶粒を含む材料が塑性変形するときの変形挙動について検討を加える。すなわち、結晶粒の回転が、異方性パラメータ、引張方向に対する異方性の主軸のなす角度などによって、どのように影響を受けるかを調べる。

2. 計 算 方 法

2.1 降伏関数による結晶のすべりの表現 結晶のすべりが、解析的には降伏関数によって表現されることはRiceら⁽⁴⁾によっても指摘されている。本報においても、結晶のすべりを表現するのに異方性降伏関数を用いることにし、Hillによって提案された次のような直交異方性降伏関数を用いる⁽¹¹⁾。

$$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 2\sigma_M^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

上式において、 F, G, H, L, M, N は異方性パラメータと呼ばれ、その相対的な大きさのみが問題となる量である。なお、式(1)が成り立つためには xyz -座標軸と異方性の主軸を一致させる必要がある。

式(1)より、直交異方性材料の相当応力は

$$\sigma_{eq}^2 = \frac{3}{2} \left\{ \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2}{F + G + H} \right.$$

図1 すべり変形するだ円形結晶粒を含む等方性母相のモデルと異方性主軸のなす角度

$$+ \frac{2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2}{F + G + H} \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表される。特に、 $3F=3G=3H=L=M=N$ のときには、式(2)は von Mises の降伏条件式に一致する。式(1)を塑性ポテンシャルとすると、式(2)の相当応力から次の相当塑性ひずみが得られる⁽¹¹⁾。

$$\begin{aligned} \epsilon_{eq}^2 = & \frac{2}{3}(F + G + H) \times \left\{ F \left(\frac{G\epsilon_y - H\epsilon_z}{FG + GH + HF} \right)^2 \right. \\ & + G \left(\frac{H\epsilon_z - F\epsilon_x}{FG + GH + HF} \right)^2 \\ & + H \left(\frac{F\epsilon_x - G\epsilon_y}{FG + GH + HF} \right)^2 \\ & \left. + \frac{2\gamma_{yz}^2}{L} + \frac{2\gamma_{zx}^2}{M} + \frac{2\gamma_{xy}^2}{N} \right\} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

2.2 すべり変形する結晶粒のモデル

ここで使用するモデルは、図1に示すように、多結晶体に相当する等方性の母相中に含まれる、すべり変形するだ円形状の結晶粒である。ここに、母相、結晶粒ともに剛完全塑性体とする。また結晶粒と母相の境界は結合しているものとし、以下では結晶粒の体積率 $V_f=0.10$ の場合について計算を行う。図1に示すように材料座標系 $X-Y$ に対して結晶粒の異方性の主軸 $x-y$ が θ だけ傾いているものとし、その傾き角 θ の変化による材料の変形挙動の差異について調べる。有限要素法による数値計算のため、図1に示される領域を433節点、208要素に分割する(図2参照)。用いた要素は6節点の三角形2次要素である。

2.3 剛塑性有限要素法による計算

非圧縮性条件を考慮に入れると、条件付き最適値問題の手法として知られるペナルティ法を用いた汎関数は次式で表される⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

$$\Phi = \int \sigma_{eq} \dot{\epsilon}_{eq} dV + \frac{1}{2} \beta \int \dot{\epsilon}_{ii}^2 dV - \int T_i U_i dS \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 T_i は物体 V の表面 S 上で与えられる応力の境界条件、 U_i は可容速度場である。本計算では外力は作用しないため第3項は考慮しなくてもよい。 $\dot{\epsilon}_{ii}$ は体積ひずみ速度で、 β はペナルティ数と呼ばれる正の大きい数である。式(4)の汎関数が最小値をとるためには、体積ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ii}$ が小さくならなければならない。近似的に非圧縮性条件が満足される。本解析では、ペナルティ数として、 1.0×10^6 を用いた。また、 σ_{eq} は相当応力、 $\dot{\epsilon}_{eq}$ は相当塑性ひずみ速度で平面ひずみ状態を仮定すると、式(3)より

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{eq}^2 = & \frac{2}{3}(F + G + H) \left\{ \frac{GF^2 + HF^2}{(FG + GH + HF)^2} \dot{\epsilon}_x^2 \right. \\ & \left. - \frac{FG^2 + HG^2}{(FG + GH + HF)^2} \dot{\epsilon}_y^2 \right. \end{aligned}$$

$$-\frac{2FGH}{(FG+GH+HF)^2} \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_y + \frac{2\gamma_{xy}^2}{N} \Big\} \dots\dots (5)$$

となる。式(5)をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\dot{\epsilon}_{eq}^2 = \frac{2}{3} \dot{\epsilon}^T D \dot{\epsilon} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、平面ひずみの場合のマトリックス D は異方性のパラメータを含んだ次式となる⁽¹²⁾。

$$D = (F+G+H) \times \begin{bmatrix} \frac{F^2(G+H)}{(FG+GH+HF)^2} & \frac{-FGH}{(FG+GH+HF)^2} & 0 \\ \frac{-FGH}{(FG+GH+HF)^2} & \frac{G^2(H+F)}{(FG+GH+HF)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2N} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

なお、初期ひずみも零とみなせるので、以下では簡単のため単位時間を考え、ひずみ速度をひずみとみなすことにする。

図1に示すように引張方向と異方性主軸の x 軸方向のなす角度を θ とする。異方性の主軸 $x-y$ 座標系に対して式(3)で表される材料特性が与えられる場合を考え、 $X-Y$ 座標系に対して座標変換を行う。 $x-y$ 座標系、 $X-Y$ 座標系におけるひずみベクトルを、それぞれ次のように表す。

$$\epsilon = [\epsilon_x \ \epsilon_y \ \gamma_{xy}]^T, \quad E = [\epsilon_x \ \epsilon_y \ \gamma_{xy}]^T$$

図1における $x-y$ 座標系と $X-Y$ 座標系とのテンソルひずみの座標変換の行列を R とすれば、

$$\epsilon = RE$$

$$\epsilon^T = (RE)^T = E^T R^T \dots\dots\dots (8)$$

の関係が成り立つ。ここで、 R は θ を含む座標変換マトリックスである。式(6)に式(8)の関係式を代入すると次式が得られる。

$$\epsilon_{eq}^2 = \frac{2}{3} E^T D' E, \quad D' = R^T D R \dots\dots\dots (9)$$

式(9)によって、 $x-y$ 座標系での相当ひずみ ϵ_{eq} を、変換マトリックス D' および $X-Y$ 座標系における相当ひずみ E で表現することができる。また、式(9)で表されるような異方性を考慮にいたった相当塑性ひずみを式(4)に代入し、離散化すると剛性方程式が得られる。

得られた方程式は非線形の連立方程式であるのでこれを線形化し、繰返し計算によって解を求める。線形化には、Newton-Raphson 法と、収束性改善のため清水ら⁽¹³⁾ によって提案された Newton-Raphson 法と Gauss-Newton 法の折衷法を用いた。収束判定には変位速度の摂動量を用いた。 10^{-3} 以下になった場合に

解は収束したとみなした。また、剛塑性有限要素法における非変形域の処理は小坂田・森⁽⁶⁾ に従って、相当塑性ひずみに微小量を加えた。初期値としては弾性解を用い⁽¹⁴⁾、それぞれ所定の N の値に対する解を繰返し計算によって求めた。なお、数値積分にはガウスの積分を用い、計算はすべて倍精度で行った。

なお、本計算は微小ひずみ理論に基づいている。以下の計算では結晶の回転が明りようにわかるように、比較的大きな x 方向のひずみ $\epsilon_x = 0.1$ の場合について主に検討しているので、計算結果に多少の誤差は含まれると考えられるが、以下で考察する問題に対しては、その影響は比較的小さいものと考えて無視する。

3. 計算結果と考察

不均質な材料の変形状態を定量的に表すため、先の報告⁽⁷⁾⁽⁸⁾ と同様にいくつかのパラメータを定義する。すなわちまず、結晶粒および母相のひずみ集中係数 A'_i , A'_M を、次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon'_{eq})_i &= A'_i \bar{\epsilon}'_{eq} \\ (\epsilon'_{eq})_M &= A'_M \bar{\epsilon}'_{eq} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $(\epsilon'_{eq})_i$, $(\epsilon'_{eq})_M$, $\bar{\epsilon}_{eq}$ はそれぞれ結晶粒、母相および材料全体の平均相当ひずみである。相当塑性ひずみ ϵ'_{eq} は、等方性材料に対するものを用いることにし、次式によって求める。

$$\epsilon'_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \epsilon_z^2 + 2\gamma_{xy}^2)} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z , γ_{xy} に有限要素法による計算値を代入することによって、 $(\epsilon'_{eq})_i$, $(\epsilon'_{eq})_M$, $\bar{\epsilon}'_{eq}$ をそれぞれ求める。なお、以下の考察においては、ひずみについては式(11)で与えられる ϵ'_{eq} を主として用い、塑性変形エネルギーが関連する場合には式(3)で定義される ϵ_{eq} を用いる (ϵ'_{eq} を用いて得られる値にはダッシュをつけて区別する)。

次に、ひずみの多軸性パラメータ χ' は

$$\chi' = \bar{\epsilon}'_{eq} / \epsilon^* \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。ここに、 ϵ^* は外部から加えた相当ひずみである。一般に、材料内に別の材料を含んでいる場合、材料内部では変形が複雑になり、 $\chi' \geq 1$ となる。また、ひずみ集中係数 A'_i , A'_M は結晶粒と母相の平均的な変形挙動を表し、結晶粒が変形しない場合には、 A'_i は零に近づくことになる。

異方性のパラメータは $F=G=H=1$ とし、 N を変化させた場合の計算結果について示す。式(2)で示されるように、相当応力 σ_{eq} が一定であれば、 N を大きくすることにより、 τ_{xy} すなわちせん断応力が小さくなり、材料がすべり変形を起こしやすいことを表す。

図 2 変形図と相当塑性ひずみ分布 ($N=5, R=1.2$) 図 2 変形図と相当塑性ひずみ分布
($N=5, R=1.2$)図 3 変形図と相当塑性ひずみ分布
($N=10, \theta=10^\circ, R=1.2$)図 4 変形図と相当塑性ひずみ分布
($N=10, \theta=30^\circ, R=1/1.2$)

3.1 相当ひずみの分布 図2~4の上の図は、引張方向に対する異方性の主軸の傾角 θ を変化させた場合の変形図を示す。図2~4の下の図は同じく相当ひずみの分布を示している（なお、図2~4は相当ひずみ ϵ_{eq} の分布を示しているが、 ϵ_{eq} の分布も多少値が大きくなるだけで、分布の形はほぼ類似なものとなる）。図2~4のひずみ分布は、与えたひずみ $\epsilon_x=0.1$ を単位として描いている。異方性のパラメータは母相では $F=G=H=1$ 、 $N=3$ 、結晶粒では $F=G=H=1$ 、 $N=5$ とした。これは、母相は等方性で、結晶粒がすべり面の傾き角 θ の方向にすべりやすいことを表している。

図2(a)~(c)に示すように、すべり面の傾き角 θ が 30° までは、傾き角の増加に伴い結晶粒の回転は増加している。図2(d)に示すように、傾き角 θ が 45° になるとすべり面が対称的な配置をとるため、だ円は回転していない。

図2の下の図は、それぞれ上の図に対応する相当塑性ひずみの分布を示しているが、すべり面の角度 θ によらず、ほぼ対角線AC方向にひずみの大きなせん断帯を生じていることが認められる。また、 θ が 10° から 30° と大きくなるに従って、ひずみの集中は多少大きくなっている。図2(d)に示す $\theta=45^\circ$ の場合には、互いに直交するすべりが活動することから、AC方向

とBD方向の両方にせん断帯を生じている。

図3は $N=10$ 、 $\theta=10^\circ$ の場合の変形図と相当塑性ひずみ分布を示している。図2(a)の $N=5$ の場合と比較するとせん断帯へのひずみ集中がより顕著となっている。

図4は $N=10$ 、 $\theta=30^\circ$ 、 $R=1/1.2$ の場合の変形図と相当塑性ひずみ分布を示す。この場合には、図2、3の $R=1.2$ のときとは異なってBD方向にせん断帯を生じている。これは、直交異方性を仮定していることから、 $R=1.2$ のときにすべりを生じた方向と 90° をなす方向のすべりが主として生じたためと考えられる（ $R=1/1.2$ に対する相当塑性ひずみ分布は、ほぼ $R=1.2$ に対する分布を 90° 回転した形になる）。

3.2 ひずみ集中係数 図5に式(10)で定義したひずみ集中係数とすべり面の傾き角 θ との関係を示す。本計算では、直交異方性を仮定したHillの降伏条件を用いているので、変形は $\theta=45^\circ$ に対して対称となる。結晶粒の変形は θ が $30^\circ \sim 60^\circ$ の範囲で大きくなっている。

ひずみ集中係数 A_I 、 A_M と異方性パラメータ N の関係を図6に示す。図6に示されるように、 A_I の値は N が10程度までは増加するが、それ以後は N の値によってほとんど変化しない。

図7はひずみ集中係数に及ぼす形状比 R の影響を示す。形状比 $R=1$ に比較して R が大きい場合、および逆に小さい場合は、ともにひずみ集中係数は1に近く、材料全体変形は均一に近づくことを示している。

3.3 ひずみの多軸性のパラメータ 先に式(12)で定義したひずみの多軸性パラメータ χ' も変形の複雑さを示すパラメータの一つである。図8は、 χ' と異方性の主軸のなす角度 θ の関係を示している。図9は、ひずみの多軸性パラメータ χ' と異方性パラメータ N の関係を示す。 N の増加とともに χ' も増加するが、 $N=10$ 付近以上では比較的増加も少ない。図10は、多軸

図5 ひずみ集中係数 A_I 、 A_M と異方性の主軸のなす角度 θ の関係($R=1.2$)

図6 ひずみ集中係数 A_I 、 A_M と異方性パラメータ N の関係($R=1.2$)

図7 ひずみ集中係数 A_I 、 A_M と形状比 R の関係($\theta=30^\circ$)

性のパラメータに及ぼす形状比 R の影響を示す。

図 11 は、材料中のひずみの最大値 $\epsilon'_{\max}$ 、最小値 $\epsilon'_{\min}$ と形状比 R の関係を示している。これらも変形の不均一の程度を表す量であり、材料の変形挙動が介在物の形状によって変化する様子を示している。

3・4 結晶粒の回転 さて次に、すべり変形するだ円形結晶の回転について、定量的に検討する。結晶粒の回転は、金属の塑性変形が特定すべり面におけるすべり変形によって生ずることに起因している。本報では、結晶粒が母相すなわち周囲の結晶粒によって囲まれている場合について特に検討する。ここでも、加えられた平均ひずみ $\epsilon_x=0.1$ の場合について考える。

図 8 ひずみ多軸性パラメータ χ' と異方性の主軸のなす角度 θ の関係 ($R=1.2$)

図 9 ひずみの多軸性パラメータ χ' と異方性パラメータ N の関係 ($R=1.2$)

図 10 ひずみの多軸性パラメータ χ' と形状比 R の関係 ($\theta=30^\circ$)

異方性による結晶粒の回転を表すため、次の三つの量を用いる。すなわち、(1)結晶粒の X 軸の回転角 ϕ_1 、(2) Y 軸の回転角 ϕ_2 、(3)変形後の結晶粒の形状から求めただ円の回転角 ϕ_3 である。ここに、 ϕ_1 、 ϕ_2 は結晶座標系の回転、すなわちすべり変形による結晶の回転に対応しており、一方 ϕ_3 はだ円形結晶粒の粒界形状の幾何学的な回転に対応すると考えられる。なお、これらの回転角はいずれも最小二乗近似によって求めた値である。

図 12(a) は、形状比 $R=1.2$ 、ひずみ $\epsilon_x=0.1$ の場

図 11 相当ひずみの最大値、最小値と形状比 R の関係 ($\theta=30^\circ$)

(a) 座標軸 X , Y の回転角 ϕ_1 , ϕ_2

(b) だ円の主軸の回転角 ϕ_3

図 12 X , Y 軸およびだ円の回転角と異方性パラメータ N の関係 ($R=1.2$)

合の X 軸, Y 軸およびだ円の回転角 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 と異方性パラメータ N との関係を示す。図 12(a) より, ϕ_1, ϕ_2 は引張方向に対するすべり面の傾き角 $\theta = 30^\circ$ のときに最も大きい。これは $\theta = 30^\circ$ 付近が異方性の影響が最も大きくなることを示している。また, $\theta = 45^\circ$ のときは X 軸, Y 軸ともに回転しないが, これは直交異方性を仮定したためである。また, 回転角に及ぼす N の影響は相当ひずみの場合と似ており, N の値が 10 以上になると, 回転角はあまり変化しない。このことから, 本モデルにおいてすべり変形を表すためには, $N=10$ にとればほぼ十分であると考えられる。

図 13(a) は同じく X, Y 軸の回転角度と形状比 R の関係を示している。図 13(b) はだ円の回転と形状比 R の関係を示している。 $R=1$ を境にして回転方向が逆になるのは, 本計算では互いに直交するすべりを仮定しているため, 形状比 R によって結晶粒の拘束状態が方向によって変化し, 結果としてすべり方向が変わったためである(図 2, 4 参照)。このように, 結晶粒の形状も結晶粒の回転に影響する点は注意する必要がある。なお, 平面ひずみを仮定しているため, $R=1.0$ においては変形は対称になり, 回転は生じない。なお, 図 13(b) に示すだ円形状の回転 ϕ_3 は結晶粒および母

相の変形の影響によってかなり複雑な変化を示している。したがって, ϕ_1, ϕ_2 のほうが結晶の回転をより適切に表していると考えられる。

ところで, 結晶粒にすべりを生じたとき, 周囲からの拘束が全くない場合の回転は解析的に予想することができる。すなわち, 図 14 について考えると, 結晶粒の回転 ϕ は次のように与えられる⁽¹⁵⁾。

$$\phi = \theta - \lambda \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\sin \lambda = \sin \theta \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 \sin^2 \theta + 2\gamma \sin \theta \cos \theta + 1}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに, γ はすべり面上のせん断ひずみであり, 引張ひずみ ε との間には次の関係がある。

$$\gamma = \frac{2\varepsilon}{\sin \theta \cos \theta} \quad \dots\dots\dots (15)$$

式(13)~(15)から, 引張ひずみ $\varepsilon=0.1$ の場合に予想される回転角 ϕ の一例を求めると表 1 のようになる。なお, 表中のひずみ集中 (Strain concentration) は,

表 1 すべり変形と結晶粒の回転の計算値
(degree, 引張すべり $\varepsilon_x=0.1$)

Strain concentration		Rotation ϕ	
		$\times 1$	$\times 2$
Angle of	1 0	1.7	2.9
slip	3 0	5.5	9.3
plane θ	4 5	9.5	15.9

(a) 座標軸 X, Y の回転角 ϕ_1, ϕ_2

(b) だ円の主軸の回転角 ϕ_3

図 13 X, Y 軸およびだ円の回転角と形状比 R の関係 ($\theta=30^\circ$)

図 14 結晶のすべりと回転

図 15 平均変形応力 σ^* と異方性パラメータ N の関係 ($R=1.2, \theta=30^\circ$)

図2~4に見られるように、せん断帯を生じてひずみがすべり変形する結晶粒に集中していることを考慮した場合を示しており、×1はひずみ集中なし、×2は2倍のひずみ集中を意味している。

図12(a), 13(a)の拘束がある場合の計算結果と、表1に示す自由な結晶回転を比較すると次のことが推論される。(1)すべり面の角度 θ よりもむしろせん断帯の角度(約45°方向)によって結晶の回転が支配される場合がある。(2)せん断帯の発生に伴うひずみ集中によって、回転は大きくなる傾向がある。(3)結晶粒の回転は、形状比 $R=1$ 近傍では比較的大きいが、 R が1から遠ざかると急激に小さくなる。これは、結晶粒の回転に結晶粒の形状が影響することを示しており、集合組織の計算などを行う場合にもこのような点を考慮する必要がある。

3.5 平均変形応力 図15は、材料全体の平均変形応力 σ^* の計算値と異方性のパラメータ N の関係を示す。ここに、 σ_M は式(1)で与えられる降伏応力である。図中の○印は節点荷重から求めた平均変形応力であり、●印は得られた相当ひずみ ε_{eq} の結晶粒および母相に対する平均値から前報⁽⁷⁾⁽⁸⁾と同様に、次式によって推定した値である。

$$\frac{\sigma^*}{\sigma_M} = \frac{1}{\varepsilon^*} \{ V_f(\overline{\varepsilon_{eq}})_f + (1 - V_f)(\overline{\varepsilon_{eq}})_M \} \quad \cdots (16)$$

ここに、 V_f は結晶粒の体積率である。図15中の両者の結果はよく一致しているが、 N の増加とともにだ円形結晶粒はすべり変形しやすくなり、材料全体の平均変形抵抗も減少する。

4. 結 言

すべり変形するだ円形結晶粒を含む材料を、平面ひずみ条件のもとで引張変形した場合の塑性変形の挙動と、すべりによる結晶粒の回転を剛塑性有限要素法を用いて解析し、考察を加えた。主な結果を要約すると次のとおりである。

(1) だ円形結晶粒の異方性パラメータ N が大き

くなり、すべり変形しやすくなると、結晶粒と母相を貫いてせん断ひずみの集中したせん断帯を生ずる。せん断帯の方向はすべりの方向と近い場合もあるが、一般に引張軸と45°方向に多く生ずる。 N の値は10程度をとれば、すべり変形を表していると考えられる。

(2) 母相中に埋込まれただ円形結晶粒のすべり変形に伴う回転を求め、回転に影響する種々の因子の影響を明らかにした。一般に結晶粒のすべり方向が、せん断帯の方向と一致するような方向に結晶粒が回転するが、結晶粒の形状比が1からずれるに伴って、回転は急激に減少する傾向を示す。

(3) 結晶粒の回転はすべり面の角度に影響されるが、せん断帯を生ずる場合にはせん断帯の角度にも影響される。せん断帯によって結晶粒にひずみ集中がある場合には、結晶粒の回転も増大する傾向がある。

終わりに、数値計算には岡山大学総合情報処理センターを利用したことを記し謝意を表す。

文 献

- (1) 長嶋, 集合組織, (1984), 丸善.
- (2) 阿部・難波・山田, 材料, 40 (1991), 837.
- (3) 阿部, 機械の研究, 42 (1990), 341.
- (4) Rice, J., *Mech. Mater.*, 6 (1987), 714.
- (5) 小林, Lee, C. H., Shah, S. N., 塑性と加工, 14-153 (1973-10), 770.
- (6) 小坂田・森, 第15回塑性加工研究会, 剛塑性有限要素法, (1982), 日本塑性加工学会.
- (7) 永山・阿部・長岐, 機論, 55-514, A (1986), 1365.
- (8) Nagayama, N., Abe, T. and Nagaki, S., *Comput. Mech.*, 4 (1989), 433.
- (9) Abe, T., Takaoka, T., Nagayama, N. and Takano, Y. (Fujiwara, H., Abe, T. and Tanaka, K. 編), *Residual Stresses-III*, 2 (1992), 1201, Elsevier.
- (10) 阿部, 材料, 28 (1979), 87.
- (11) Hill, R. (鷲津・山田・工藤訳), 塑性学, (1950/1954), 313, 培風館.
- (12) 富田, 数値弾塑性力学, (1990), 55, 養賢堂.
- (13) 清水・大内・佐野, 平成元年度塑性加工春期講演会講演論文集, (1989-5), 599.
- (14) 長岐・崔・阿部, 機論, 54-499, A (1988), 571.
- (15) 日本材料学会編, 材料強度学, (1986), 85, 日本材料学会.