高速進展き裂に関する考察*

(微小き裂のふるまい)

渡 辺 昌 昭^{*1}

Analysis of the Rapid Extension of a Crack (Behavior of Microcracks)

Masaaki WATANABE

When tensile stress is applied to a material, the activation energy for the generation of submicrocracks decreases and the submicrocracks are thermally generated at the tip of the crack. These submicrocracks remain stable by relaxing the elastic energy around them. The submicrocracks grow by coalescence and become unstable as the density of submicrocracks increases. The submicrocracks at this stage are considered to be disk shaped and are called microcracks in this paper. Since the stress is intensified around the microcracks, the microcracks grow by the generation of submicrocracks around them. The microcracks at this stage grow in a self-similar manner, statistically. The radius r of the disk-shaped microcrack is found to grow in time as $r \propto t^\alpha$, where α is a positive number. The author postulated that the initiation of the crack propagation is controlled by the growth of the microcrack generated at the tip of the crack. This postulate predicts the existence of two different velocities of the crack at initiation, when the stress intensity factor remains close to the fracture toughness. When the crack velocity is controlled by the growth of the submicrocracks at the tip of the crack, the velocity of the crack is very slow, while it becomes of the order of 10^2 m/s when it is controlled by the microcracks which grow in a self-similar manner, statistically. Such behavior of crack velocity was observed by Takahashi in 1987.

Key Words: Fast Fracture, Self-Similar Growth, Dynamic Crack Initiation, Microcrack Interaction

1. 緒 言

高速破壊については多くの研究があるが、応力拡大係数 K_I とき裂進展速度 $\dot{a}$ の関数関係の有無⁽¹⁾、き裂進展開始条件に対するひずみ速度の影響等⁽²⁾、いろいろな問題について議論が続いている。高速進展き裂のふるまいはき裂先端付近に生成される微小き裂が大きな役割を果たしていると考えられるが、高速進展き裂と微小き裂の相互作用などの微視的破壊過程が十分に解明されていないことや、精密な高速破壊実験が極めて難しいため、このような基本的な問題の決着がつかないものと考えられる。

最近、Ravi-Chandar と Knauss は、高速破壊現象を明らかにするため、極めて周到に準備された実験を行い、き裂進展開始条件の時間依存性、 K_I - $\dot{a}$ 関係、き裂表面粗さと K_I の関係やき裂分岐等の総合的な実験を行った⁽³⁾。彼らの実験は予き裂面に二つの銅片を挿入してコンデンサとし、電磁力によって 160 μ s の間、き裂面に力を加え続けて行われた。試験片の厚さ w は $w=4.8$ mm で、高さ 30 cm、横 50 cm である。この試験片の大きさはき裂が進展するとき、先端から放射さ

れる応力波が、試験片の端で反射され、再びき裂先端に到達して干渉するまでに実験が終わるように選定されている。したがって、進展するき裂が無限に大きな平板の中にあるとみなすことができる。彼らの実験では、動的応力拡大係数 K_I が変化してもき裂進展速度は変わらない。すなわち K_I と $\dot{a}$ との間の関数関係は否定された。その後、Ma-Freund⁽⁴⁾ は、この実験と詳細な理論解析との比較検討を行い、比較的低速(≈ 240 m/s)で進展するき裂については、応力拡大係数の時間変化が理論結果と一致することを見出した。さらに Ma-Freund らは、き裂先端における応力 $\sigma_{ij}(r, \theta)$ の漸近解

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \dots\dots\dots (1)$$

がき裂先端で形成されるには、有限の時間 20~30 μ s が必要であること、き裂先端における応力の三次元解析が重要であることなどを指摘した。この理論解析を参照して、Ravi-Chandar と Knauss は彼らの実験結果を見直し⁽⁵⁾、き裂先端に応力の漸近解が成立する領域(K_I 優勢領域)は、時刻 t^* におけるき裂先端からの距離 r が

$$\xi_0 > r > r_p \dots\dots\dots (2)$$

の範囲内であることを示した。ただし、外部応力が時

* 原稿受付 平成 4 年 1 月 13 日。

*¹ 正員、近畿大学工学部 (〒729-17 東広島市高屋うめの辺 1)。

刻 $t=0$ に E が加され、 τ 秒後にき裂が進展開始した。 $\xi_0 = (C_s - a)(t^* - \tau)$ で C_s はせん断波の伝ば速度である。また r_1 は破壊領域 (process zone) の大きさである。式 (2) より、比較的小さなき裂進展速度や、 $(t^* - \tau)$ の値が大きくなるときに満たされる。

き裂先端に K_I 優勢領域、すなわち応力が式 (1) で近似される領域が存在しているかどうかは、コースティック法あるいは光弾性実験によってき裂先端の応力状態を観測できるかどうかを判定するのに重要である。例えばコースティック法では、き裂先端の厚さ方向の変位 u_3 を平面応力の仮定のもとで

$$u_3 = -\frac{\nu w}{2E} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

と表し、 σ_{11} 、 σ_{22} として応力の漸近解 (1) を用いている。ただし E : ヤング率, ν : ポアソン比である。

き裂先端付近に K_I 優勢領域が存在するかどうかは、その後、Roikakis らによって詳細に検討された⁽⁶⁾⁽⁷⁾。彼らは落錘実験によるき裂先端付近の応力を二次元、三次元の有限要素法の解析と比較することにより、き裂先端付近に K_I 優勢領域は存在しないことを示した。この実験結果から彼らは従来の実験が K_I 優勢領域の存在と平面応力の仮定を大前提としていることに言及し、高速で進展するき裂については、平面応力の仮定が成立しないこと、したがって、き裂先端付近の応力は三次元的に求めなければならないことを強調している。しかし、本論文では実験を定性的に解析する場合には、従来の実験結果を用いることができるものと考えている。

高速で進展するき裂を精密に実験で解明するには上述のような困難があるが、ここで理論的問題について考えてみよう。静的破壊の場合、き裂進展開始条件は

$$K_I = K_{Ic} \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。ただし、右辺は、物質の破壊靱性値を表している。これを定めた実験条件のもとで検証し、十分実用的な破壊の基準が定められている。一方、き裂の動的ふるまいを明らかにするには、式 (4) のような条件を与えるだけでは十分でない。Ravi-Chandar と Knauss⁽⁸⁾ は高速で進展するき裂の実験結果から、き裂先端付近に微小き裂の成長と相互作用がき裂のふるまいを解明するのに重要であることを見出しているが、高速で進展するき裂のふるまいを明らかにするには、これらの微小き裂の動的発展法則を求めなければならない。そこで著者は微小き裂に特性長がないことから微小き裂の成長が統計的に自己相似であると仮定した。またき裂進展開始には、き裂面上に生成される円盤状の微小き裂が重要な役割を果たすと考えた。

すなわちき裂面上に生成される微小き裂の総面積がある一定値に達したときにき裂が進展開始するという仮説をたてた⁽⁸⁾。この進展開始則によって Ravi-Chandar, Knauss の実験ばかりでなく、Williams ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ Kalthoff, Shockey ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、本間ら⁽¹³⁾ の実験結果をも統一的に説明できることが示された⁽¹⁴⁾。この進展開始則によれば、静的あるいは準静的にき裂が進展開始するとき、すなわち式 (4) が成立しているとき、き裂面上に生成された微小き裂が連結することによって、き裂が進展する。

さて、微小き裂のふるまいについては、静的負荷をかけた場合の物質の寿命測定等の研究に関連して多くのことが明らかにされている⁽¹⁵⁾。微小き裂には数百 Å から数 mm 程度のものが考えられるが、本論文では、 10^{-6} m 以下の安定に存在する微小き裂を特に微細き裂 (Submicrocrack) と呼称する。この微細き裂は分子の熱揺動によって生成される。その密度が増大するにつれ、微細き裂どうしの結合等によって成長し不安定になる。この段階で、微細き裂の半径が 10^{-6} m 以上の円盤形になると考え、これを微小き裂 (Microcrack) と呼称する。物質の寿命実験では、準安定状態にある微小き裂の密度が式 (9) で表される条件を満たすとき破断する^{(16)~(18)}。本論文では動的き裂先端に生成される微小き裂に着目しているが、この微小き裂の密度分布や時間発展則が将来実験的に明らかにされるとは考えられない。そこで極めて短い時間過程で生じるスポーリングの実験を引用し式 (11) の密度分布則が成立している一例を指摘するとともに式 (19) の時間発展則についても考察した。

2. 微小き裂のふるまい

微細き裂の生成は、静的負荷の場合について、Zhurkov ら⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾ が、X線小角散乱の実験によって明らかにしている。微細き裂の生成は応力依存形の手数過程とみなされ、微細き裂の生成率 $\dot{N}$ は

$$\dot{N} = \omega_0 \exp \left(-\frac{\Delta F - V_a \sigma}{k_B T} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表される。ただし、 ω_0 は熱振動する分子の振動数で、 ΔF : 活性化エネルギー、 V_a : 応力集中係数を含んだ活性化体積、 σ : 外部応力、 T : 絶対温度、 k_B はボルツマン定数である。

文献 (16) では高分子材料に静的負荷をかけた場合、き裂先端で生成される微細き裂の数を測定している。これを図 1 に示す。図より明らかなように、き裂先端に近づくにつれ明らかに微細き裂の数が増加している。Zhurkov らは、負荷をかけた初期のころと破断直

前の X 線小角散乱のデータから微細き裂が成長して大きくなっていることを確認している。また破断時におけるき裂先端付近の微細き裂の大きさは、 $10^{-1} \sim 10^{-2} \mu\text{m}$ であると報告している⁽¹⁶⁾。彼らは微細き裂密度 N の時間変化も測定している。これを図 2 に示す。この図は十分長い時間がたてば、微細き裂密度が飽和していることを示している。図 2 の矢印の位置でき裂は破断しているが、き裂破断に至るまで微細き裂が急激に増大する様子がないことから、微細き裂が安定に存在していることを示している。なお微細き裂の形状等については実験的にもいろいろ議論があるが、本論文では微細き裂あるいは微小き裂の形状はその半径によって表され得るものと仮定している。

2.1 微小き裂の密度分布 微細き裂の生成機構が、熱揺動に起因していることは式(5)の温度依存性がボルツマン分布と類似していることより明らかである。Petrov⁽¹⁸⁾ は、この生成が統計的に独立であると考え、その密度分布を次のようにして求めた^{**1}。微細き裂の密度を c とし、熱的に生成された s 個の微細き裂が、たまたま隣合っていたために結合して生成されるを考え、その密度を c_s と表せば

$$c_s = \frac{c \cdot (s/k)^s}{s!} \quad (6)$$

となる。ただし、

$$k = r_0^{-1} c^{-1/3} \quad (7)$$

で、 $c^{-1/3}$ は微細き裂間の平均距離で、 r_0 は微細き裂の平均半径である。 s が十分大きいと考えスターリングの公式を用いて式(6)を変形すれば

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{2\pi s^{3/2}}} \left(\frac{e}{k}\right)^s \quad (8)$$

となる。ただし、 $e = 2.718\cdots$ である。ここで

$$k \sim e \quad (9)$$

のとき、式(8)は

$$c_s \approx \frac{c}{s^{3/2}} \quad (10)$$

となる。式(10)を文献(8)の表示で書き表せば、 c_s が半径 r の微小き裂の密度 $n(r)$ に対応し、 $r \sim sr_0$ である。微細き裂の密度 c を n_0 で表すと

$$n(r) = n_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^3 \quad (11)$$

となる。式(10)は $\beta = 1.5$ の場合に対応している。この β の値がどの程度になるかについては衝撃波を用いたスポーリングの実験結果⁽¹⁹⁾を参考にすることができる。

文献(19)の実験結果を図 3 に示す。彼らはこの実験結果を式(5)の速度過程の理論とボイドの半径 R_v の時間変化を

$$\dot{N} = \omega_1 \exp\left(\frac{\sigma - \sigma_{n0}}{\sigma_1}\right) \quad (12)$$

$$\dot{R}_v = \frac{\sigma - \sigma_{g0}}{4\eta} R_v \quad (13)$$

という実験式を用いて説明している。彼らは式(12)、(13)の五つのパラメータ ω_1 , σ_{n0} , σ_1 , σ_{g0} , η の推定値を実験的に求め、破断部の数箇所で五つのパラメータの推定を繰返し、図 3 の計算値を得ている。この計算では実験値と計算値の値の一致に重点がおかれ、実験で得られた図 3 の曲線の形には注意が払われていない。図の P_1 , P_2 , P_3 でのボイドの密度 N_1 , N_2 , N_3 と

図 1 静的負荷のもとでのき裂成長方向への微細き裂の密度(密度の増大とともに微細き裂の半径が大きくなっていることが観測されている) [文献(16)]

図 2 外部応力を加えると同時に微細き裂の密度が増大し始めるが、破断時における密度は物質によって異なる。同一物質では破断時の微細き裂の密度は一定である。図はナイロン-6 の薄膜の場合を示す [文献(16)]

^{**1} 文献(18)では微小き裂 (microcrack) という用語が用いられているが、本論文では、これを微細き裂といい表す。

ボイドの半径 R_1, R_2, R_3 を図から読取れば, $N_1=2.5 \times 10^4$, $R_1=0.0075$, $N_2=4 \times 10^3$, $R_2=0.015$, $N_3=6 \times 10^2$, $R_3=0.03$ となる. 半径 R_0 のボイドの密度 N を $N=N_0(R_0/R_0)^{\beta}$ と仮定し, N_1/N_2 , N_1/N_3 等の比より β の値を求めると $\beta \approx 2.6$ である. ただし, R_0, N_0 は定数である.

この実験は文献(3)の実験とは全く異なった実験であり, $\beta \approx 2.6$ の値もいくつかのデータの中の一つから求めたものである. したがって, この実験結果から具体的な結論を得ることはできないが, β の値の目安を得ることができる.

2.2 微小き裂の成長則 熱揺動によって生成された微小き裂が不安定になり円盤形の微小き裂に成長する. この微小き裂の成長が統計的に自己相似であると考えるのであるが, まず, 自己相似的成長の例⁽²⁰⁾⁽²¹⁾をここで考えてみよう.

ブラウン運動をする微小粒子が, 互いに衝突したとき結合して大きくなる過程, 拡散反応系について考えよう. 半径が r の大きさをもつ粒子が拡散しているとき, その拡散係数を D_r とすれば, $D_r \sim r^2/\Delta t$ と書き表すことができる. ただし, Δt は, 半径 r の粒子が一度衝突してから再び衝突するまでの平均時間である. 衝突して結合するとき, 半径 r が Δr だけ増加したとすれば

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} \sim \frac{r}{\Delta t} \sim \frac{D_r}{r} \quad (14)$$

となる. 熱運動している微粒子の半径を ξ , その拡散係数を D_r とするとき $D_r = D_r(\xi/r)^x$ と仮定し, これを, 式(14)に代入して積分すれば

$$r \propto t^{1/(x+2)} \quad (15)$$

となる. 熱運動する微粒子が, 衝突して結合し成長する過程において, ξ より大きな微粒子の特性長がないことが, 式(15)で表される自己相似的成長過程の特徴である. 統計的に自己相似的成長をする例には, このほか, 急冷された二元合金が, 相分離していく過程(スピノーダル分解)がよく知られている.

さて, Petrov は微細き裂が, 熱揺動によって生成されると考え式(10)を得た. このようにして生成された微細き裂が成長して大きくなると外部応力のもとでの物質の寿命を左右するようになる. 物質の寿命 τ は

$$\tau = \tau_0 \exp \frac{U_0 - V_a \sigma}{k_B T} \quad (16)$$

によって表される. ただし, $\tau_0 = 10^{-13}$ s で U_0 は物質によって定まる定数である. 式(16)はしばしば Zhurkov 方程式といわれる. 式(16)より明らかなように $V_a \sigma$ が U_0 に近づくにつれて, τ が次第に小さくなり, σ がある上限の値より大きくなると式(16)が適用できなくなる⁽²²⁾. Zhurkov ら⁽²³⁾ は Petrov の結果を用い, 式(9)を満たす微小き裂の密度 c_0 が微細き裂が安定的に熱揺動によって成長する領域と, 加速度的に成長して物質の破壊に至る境目の目安を与えると考えた. 彼らはいくつかの物質に異なった外力を加えた場合の k を概算し c_0 と寿命 τ のグラフを得ている. これを図4に示す. 式(9)で表される条件は微小き裂間の平均距離が, 微小き裂の平均半径の約3倍であることを表している. 文献(23)ではこの条件が高分子や岩石の破壊, あるいは地震発生時のき裂の密度をも規定していると考えている. これを図5に示す.

さて, 著者は文献(8)において, 微小き裂の成長が

図3 衝撃波によって生成されたボイドの密度と半径 R_0 の関係 [文献(19)]

図4 微細き裂発生時の音波(AE)の振幅と継続時間の測定で求められた, 静的負荷のもとでの微細き裂の密度の時間変化 [c_0 は式(9)により求められたもの, τ は寿命を表す. 資料1は鋼板の曲げ, 2はグラナイトの圧縮, 3は高分子の引張り] [文献(23)]

統計的に自己相似であると仮定し Ravi-Chandar, Knauss の実験結果を解析したが、この成長則について、もう少し詳しく考えてみよう。物質に外部応力 σ が加えられると式(5)で表される生成率によって微細き裂が次々に発生する。この段階では、微細き裂は安定であるから微細き裂自身の存在による応力集中はそれほど大きくない。しかしながら、微細き裂の半径 r_0 が、次第に大きくなり、 10^{-6} m 以上の半径をもつ微小き裂になると、微小き裂の存在による応力集中が顕著になり、微小き裂の周囲に微細き裂が式(5)により発生するようになる。この微細き裂発生の平均時間を τ_m とすれば、 Δt 秒間の間に半径 r の微小き裂の周囲に発生した微細き裂の数は $\Delta t/\tau_m$ と書き表すことができる。この Δt 秒間に微細き裂の総面積が、ほぼ πr^2 と同じ程度になったとすれば、

$$r^2 \simeq r_0^2 \left(\frac{\Delta t}{\tau_m} \right)^{2\alpha} \quad (17)$$

と書き表すことができる。微小き裂の周囲という比較的小さい領域に微細き裂が熱揺動によって生成されたとき、微細き裂間の相互作用や、応力集中の効果をベキ指数 2α が表している。微細き裂が酔歩によって生成されるとき $\alpha \simeq 1/2$ であるが、微細き裂が雪崩現象的に発生するときには大きな値をとることが予想される。式(17)より Δt を求めこれを式(14)に代入すれば

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r}{\tau_m} \left(\frac{r_0}{r} \right)^{1/\alpha} \quad (18)$$

を得る。これを積分して

$$r = r_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\alpha} \quad (19)$$

を得る。ただし、 $t_0 = \alpha \tau_m$ である。

図5 異なった負荷のもとでの、いろいろな物質の破断時における k_b の値はほぼ式(9)を満たしている。この図における微小き裂の大きさは $100 \text{ \AA}$ から 1 km に及んでいる(1:高分子, 金属, 2:岩石, 3:地震) [文献(23)]

3. 動的き裂進展開始と進展速度

外部応力のもとでの物質の寿命は、熱揺動によって生成された微小き裂の成長によって定められるが、微細き裂が、安定的に存在し得る段階での微小き裂の速度 v_{cr} は

$$v_{cr} = v_0 \exp \left\{ -\frac{\tilde{U}_0 - \varphi(l/\rho)\sigma}{k_B T} \right\} \quad (20)$$

と表される⁽²⁴⁾。ただし、 v_0 , $\tilde{U}_0$ は定数で、 l は微小き裂の長さ、 ρ はその曲率半径である。関数 $\varphi(l/\rho)$ は応力集中の大きさを表している。 v_{cr} の大きさは物質によって異なるが、 $\mu\text{m/s} \sim 10^{-3} \text{ m/s}$ 程度のものが報告されている。 v_{cr} が原子の熱揺動によって定められていることは式(20)より明らかである。文献(16)の実験では v_{cr} を測定していないがすでに指摘したように図2では、明らかに微細き裂の段階でき裂が進展したことを示している。

3.1 き裂進展開始則とき裂進展速度

き裂進展開始がき裂面上に生成された微小き裂の成長によって定められると考える。静的あるいは準静的に外部応力を加えたとき、き裂面上でき裂から R_{Ic} 以内の領域で微小き裂が成長し始める。この R_{Ic} を次式によって定める。

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi R_{Ic}}} \quad (21)$$

ただし、 σ_c は微小き裂成長の臨界応力、 K_{Ic} はき裂進展開始の臨界応力拡大係数である。外部応力が動的に加えられたとき、式(21)に対応する諸量を次式で定める。

$$\sigma_c^{dyn} = \frac{K_{Ic}^{dyn}}{\sqrt{2\pi R_{Ic}^{dyn}}} \quad (22)$$

外部応力が動的に加えられたとき、き裂先端から R_{Ic}^{dyn} 以内にある微小き裂の総面積 S_2^{dyn} が $S_c (=wR_{Ic})$ になったときに、き裂が進展開始すると考える。 S_2^{dyn} は式(11)を用いて

$$S_2^{dyn} = \langle n \rangle w R_{Ic}^{dyn} \langle \pi r^2 \rangle \quad (23)$$

と表される。 $\langle \rangle$ は微小き裂の密度分布についての平均を表す。式(23)は式(21), (22)を用いれば臨界応力拡大係数を用いて表すことができる。すなわち

$$K_{Ic}^{dyn} = \frac{\sigma_c^{dyn}}{\sigma_c} \sqrt{\frac{1}{\langle n \rangle \langle \pi r^2 \rangle}} K_{Ic} \quad (24)$$

となる。静的あるいは準静的に外部応力を加えたときは、 $\sigma_c^{dyn} = \sigma_c$ かつ $K_{Ic}^{dyn} = K_{Ic}$ であるから、 $\langle n \rangle \langle \pi r^2 \rangle \simeq 1$ となる。この関係は

$$\langle r^2 \rangle^{-1/2} \langle n \rangle^{-1/2} \simeq \sqrt{\pi} \quad (25)$$

と書き表すことができる。式(25)はき裂面上に生成された半径 r の円盤形の微小き裂間の平均距離が r の

約2倍のときにき裂が進展することを示している。この条件は定性的に式(9)と同一の条件である。式(24)の $\langle n \rangle \langle \pi r^2 \rangle$ は次のようにして計算できる。

$$\begin{aligned} \langle n \rangle \langle \pi r^2 \rangle &= \int_{r_0}^{r(t)} \pi r^2 n(r) dr / \int_{r_0}^{r(t)} dr \\ &= \left(\frac{t}{t_{q.s.}} \right)^{\alpha_s}; t \leq t_{q.s.} \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

ただし、 $r(t)$ は応力印加時間を t とすると、微小き裂の最大半径である。また、 $\alpha_s = \alpha(2-\beta)$ 、 $t_{q.s.}$ は準静的に応力を加えたときの、き裂進展開始の特性時間で

$$\frac{t_{q.s.}}{t_0} = \left(\frac{3-\beta}{n_0 \pi r_0^2} \right)^{1/\alpha_s} \dots \dots \dots (27)$$

である。式(26)を式(24)に代入して動的き裂進展開始則

$$K_{Ic}^{dyn.} = \frac{\sigma_c^{dyn.}}{\sigma_c} K_{Ic} \left(\frac{t_{q.s.}}{t} \right)^{\alpha_s/2}; t \leq t_{q.s.} \dots \dots \dots (28)$$

を得ることができる。式(28)は動的に応力を加え、応力印加時間 t が $t < t_{q.s.}$ を満たすとき $K_{Ic}^{dyn.} \propto t^{-\alpha_s/2}$ となることを示している。この指数 α_s の値は、Ravi-Chandar, Knaussらの実験との比較では $\alpha_s \approx 0.7$ を得た。動的き裂進展開始に関する実験の論文では、ほとんど引用されていないが文献(3)と同等の実験結果が、Williamsら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾によって得られている。これを図6に示す。文献(3)では、 $K_{Ic}^{dyn.} - K_{Ic} \propto 1/t^2$ という形で実験結果を整理しているが、Williamsらは“動的破壊靱性値” G_{Ic} が $t^{-0.5}$ に比例するとしている。この結果は $\alpha_s \approx 0.5$ の場合に対応している。

き裂進展開始時の進展速度 $\dot{a}$ は

図6 いろいろなひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ のもとでの高分子MDPEの“破壊靱性値”と応力印加時間の関係(PMMA, PTEEの資料で温度 -100°C から 150°C の範囲で変化させても $G_{Ic} \propto t^{-0.5}$ の関係は変化しなかった) [文献(9)]

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{1}{w} \frac{dS_2^{dyn.}}{dt} \Big|_{S_2^{dyn.} = S_c} \\ &= \frac{\alpha_s R_{Ic}}{t} \left(1 + \frac{2K_{Ic}^{dyn.} t}{\alpha_s K_{Ic}^{dyn.}} - \frac{2\sigma_c^{dyn.} t}{\alpha_s \sigma_c^{dyn.}} \right) \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$

によって定められる。式(29)の右辺の()項の大きさが1程度とし文献(3)より $\dot{a} \approx 300 \text{ m/s}$ 、 $t \approx 50 \mu\text{s}$ を得て R_{Ic} の値を求めれば、 $R_{Ic} \approx 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}$ となる。この値は図1と比較してもほぼ1けた程度大きくなっている。

3・2 PMMA材の高速破壊におけるスティック・スリップ現象 高橋⁽²⁵⁾は、PMMAに引張応力を加え、き裂進展速度をKerckhofの方法を用いて測定し図7の結果を得た⁽²⁵⁾。彼は応力拡大係数が破壊靱性値 K_{Ic} よりあまり大きくない図7のBからEの領域でき裂進展速度が、突然変化する現象を見出している。 $\dot{a}$ の値は 10^{-2} m/s から 10^2 m/s へ大きく変化している。これを図8に示す。この結果によれば、領域IIあるいはIIIでこのような突然の変化が観測されている。彼はこの変化を局所的なエネルギー解放率を用いて説明している。彼の実験ではこのほかにも異なった圧力下でのき裂進展速度の変化等を測定している。

この実験では文献(24)で測定されているような数 $\mu\text{m/s}$ 程度の速度は測定されていないが、測定された 10^{-2} m/s あるいはそれ以下の速度は、熱揺動に支配されたき裂の伝ばと考えることができる⁽²⁶⁾。測定されている 150 m/s 程度の速度は、微小き裂の成長が自己相似となり、式(29)で表される $\dot{a}$ に変化したと考えられる。測定されている突然の速度変化を熱揺動に支配された微細き裂の成長が、突然、雪崩的な自己相似的成長に変化したあるいはこの逆の過程が発生したと考えれば説明することができる。

図7 大気圧のもとでの応力拡大係数とき裂進展速度の関係(点Aから点Bへの変化は連続的でなく、点Eでの速度は瞬間的な値である) [文献(25)]

図 8 DCB 形の PMMA 資料における典型的な速度変化 (スチック・スリップ現象が観測されたのは領域 II と III である) [文献(25)]

4. 結 言

著者は文献(8)において、微小き裂の成長が統計的に自己相似で式(19)で表されることが、また半径 r の微小き裂の密度分布が式(11)で表されると仮定して、文献(3)の実験結果のいくつかを解析した。本論文では、式(11)、(19)の根拠を明らかにするとともに(19)の簡単な導き方を示した。この指数 α , β の直接測定をはじめから意図した実験結果はないが、3・1 節の議論より $\alpha_s = \alpha(2 - \beta)$ の値が 0.5 または 0.7 程度であることは確かなようである。

Zhurkov らは微小き裂の密度分布が式(11)になるという条件をき裂進展に至る条件として、式(9)を得たが、著者は静的、あるいは準静的き裂進展開始の条件として式(25)を得た。これは式(9)とほぼ同じ条件になっている。

文献(8)、(14)において著者は、き裂の進展が微小き裂の成長によって規定されていると考えた。この微小き裂すなわち微細き裂が安定でその成長が原子の熱揺動によって支配されているとき、き裂進展速度は極めて遅くなる。微細き裂の密度が大きくなって不安定になり、微小き裂の成長が統計的に自己相似となれば、き裂進展速度が大きくなる。高橋の実験は応力拡大係数が物質の破壊靱性値よりそれほど大きくない場合には、き裂進展速度にこのような二つのタイプがあり得ることを示していると考えられることができる。

文 献

- (1) Knauss, W. G. and Ravi-Chandar, K., *Eng. Fract. Mech.*, **23**(1986), 9.
- (2) Chi, Y. C., Lee, K., Cho, K. and Duffy, J., *Mater. Sci. Eng.*, **A**, **114**(1989), 105.
- (3) Ravi-Chandar, K. and Knauss, W. G., *Int. J. Fract.*, **25**(1984), 247, **26**(1984), 65, 141, 189.
- (4) Ma, C. C. and Freund, L. B., *J. Appl. Mech.*, **53**(1986), 303.
- (5) Ravi-Chandar, K. and Knauss, W. G., *Trans. ASME*, **54**(1987), 72.
- (6) Krishnaswamy, S. and Rosakis, A. J., *SM Rep. 88-21 Calif. Inst. of Technology*, (1988), (to appear in *J. Appl. Mech.*).
- (7) Krishnaswamy, S., Rosakis, A. J. and Ravi-Chandran, G., *SM Rep. 88-22 Calif. Inst. of Technology*, (1988), (to appear in *J. Appl. Mech.*).
- (8) Watanabe, M., *Colloque C 3 Suppl. au J. de Physique*, **III**(1991), C 3-713.
- (9) Williams, J. G. and Hodgkinson, J. M., *Proc. R. Soc. London, A*, **375**(1981), 231.
- (10) Birch, M. W. and Williams, J. G., *Int. J. Fract.*, **14**(1978), 69.
- (11) Kalthoff, J. F. and Shockey, D. A., *J. Appl. Mech.*, **48**(1977) 986.
- (12) Shockey, D. A., Kalthoff, J. F. and Erlich, D. C., *Int. J. Fract.*, **22**(1983) 217.
- (13) Homma, H., Shockey, D. A. and Murayama, Y., *J. Mech. Phys. Solids*, **31**(1983), 261.
- (14) Watanabe, M., 'A Criteria of the Dynamic Crack Initiation' (to appear in *J. Appl. Mech.*).
- (15) Regel, V. R., Slutsker, A. I. and Tomachevskii E. E., *Fiz. Tverd. Tela*, **12**(1970), 3270. [英訳 *Sov. Phys. -Usp.* **15**(1972), 45].
- (16) Zhurkov, S. N. and Kuksenko, V. S., *Int. J. Fract. Mech.*, **11**(1975), 720.
- (17) Zhurkov, S. N., Kuksenko, V. S. and Slutsker, A. I., *Fiz. Tverd. Tela*, **11** (1969) 296 [英訳 *Sov. Phys.-Solid State*, **11** (1969) 238].
- (18) Petrov, V. A., *Fiz. Tverd. Tela*, **21**(1979), 3681. [英訳 *Sov. Phys. -Solid State*, **21**(1979), 2123].
- (19) Shockey, D. A., Seaman L. and Curran D. R., *Int. J. Fract.*, **27**(1985), 145.
- (20) 川崎, 日本物理学会誌, **38**(1983), 919.
- (21) Furukawa, H., *Advances in Phys.*, **34**(1985), 703.
- (22) Kartasov, E. M. and Bartenov, G. M., *Fiz. Tverd. Tela*, **23**(1981), 3501. [英訳 *Sov. Phys. -Solid State*, **23**(1981), 2038].
- (23) Zhurkov, S. N., Kuksenko, V. S. and Petrov, V. A., *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **259**(1981), 1350. [英訳 *Sov. Phys. -Dokl.*, **26**(1981), 755].
- (24) Regel, V. R. and Leksovskii, A. M., *Sov. Phys. -Solid State*, **12**(1971), 2643.
- (25) Takahashi, K., *Polymer Eng. Sci.*, **27**(1987), 25.
- (26) 渡辺, 機論, **58-555**, A(1992), 52.