異材界面近傍のき裂の特性*

(第1報, 弾性解析に基づくき裂先端特異応力場の 材料特性依存性の検討)

北川 浩^{*1}, 渋谷 陽二^{*1}, 劉 兵^{*2}

Crack near Interface between Two Dissimilar Materials (1st Report, Influence of Material Properties on the Elastic Stress Field at Crack Tip)

Hiroshi KITAGAWA, Yoji SHIBUTANI and Bing LIU

This paper considers the plane problem of metal/ceramic composite media under external normal loading. One half-plane contains a crack lying parallel to, and at a given distance from the interface. The numerical results of stress intensity factors are obtained and, by applying the maximum cleavage stress criterion at the crack tip, the direction of crack propagation is predicted in various metal/ceramic composites for various distances from the interface. The influences of bimaterial properties and the distances from the interface on the characteristics of the crack are also discussed. A finite element analysis with the automatic crack growth tracking method is also used to describe the kinking behavior of the crack initially parallel to the interface. When the distance of the crack from the interface is small compared to the crack length and to other length scales characterizing the geometry, it is shown that for the sub-interface crack the numerical results are in agreement with the results given by Hutchinson et al.

Key Words: Interface Crack, Sub-Interface Crack, Stress Intensity Factor, J -Integral, Crack Propagation

1. 緒 言

高機能・高強度化あるいは軽量化を目指して, 材料の複合化が進むのに伴って, 異材の接着・接合技術は著しく進歩している。その中で, 高強度, 耐熱性, 耐摩耗性など多くの優れた特性を持つセラミックスの欠点である低靱性を補うために, 金属との接合が不可欠な技術として盛んに研究開発が行われてきた。

特性の異なる材料を接合すると, 接合時の残留応力や材料特性の不連続性に基づく応力集中などが生じ, それらが接合強度に強い影響を与える。このことから, 界面き裂あるいは界面近傍のき裂を持つ接合材料の破壊挙動に関する理論的および実験的研究が近年非常に重要なテーマになっている。

複合材料の強度評価を目的とした異材の界面き裂および界面近傍のき裂の挙動に関する研究は多数行われている。界面き裂に関しては, Williams⁽¹⁾, England⁽²⁾, Rice and Sih⁽³⁾, Erdogan^{(4),(5)}などの初期的研究に続いて, 最近では, Atkinson⁽⁶⁾, Shih and Asaro^{(7)~(9)}, 結城⁽¹⁰⁾や須賀⁽¹¹⁾などによって多くの知見が得られる。一方, 界面近傍のき裂については, Erdogan⁽¹²⁾, Lu and Erdogan^{(13),(14)}, Hutchinson⁽¹⁵⁾, Kohlhoff⁽¹⁶⁾や Lu and Lardner⁽¹⁷⁾などにより研究が行われているが, 必ずし

も多くはなく, 解析的な検討が困難なこともあって未解明な問題が多く残されている。また, 界面強度の向上とともに, 界面破壊よりも界面近傍の母材での破壊がしばしば見うけられ, 工業的にも重要な問題と考えられる。

本研究は有限要素法を用いて, 代表的な金属とセラミックス接合材の界面に平行なき裂の応力拡大係数を求め, 最大へき開応力基準によりき裂の進展方向に対して, 両材料の材料特性およびき裂と界面間距離の影響を検討する。また, 自動要素分割法⁽¹⁸⁾を用いたき裂の進展解析を行い, き裂進展による応力分布の変化が進展形状に与える影響についても考察する。き裂と界面間の距離が, き裂長さやリガメント長さなどき裂の代表寸法に比べて十分小さい亜界面き裂に対して, Hutchinson らは亜界面き裂とそれに対応する界面き裂間の漸近関係を用いた簡便な応力拡大係数と, 亜界面き裂が界面に平行な方向にそって進展する条件を与えている⁽¹⁵⁾。有限要素法によって得られた亜界面き裂に対する本解を用いて, Hutchinson らの漸近解とも比較検討を行う。

2. 数値計算法および結果

2-1 解析モデル 図 1(a) に示すように, 一様な引張り応力を受ける金属とセラミックス接合体中に長さ $2a$ のき裂を考える。き裂は材料 I にのみ存在すると仮定する。き裂と界面間距離の影響を見るため,

* 原稿受付 平成 4 年 9 月 9 日。

^{*1} 正員, 大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘 2-1)。^{*2} 正員, 大阪大学大学院。

$h/a = 0.01, 0.1, 0.55, 1.0, 2.0$ とする。図 1(a) に示すような領域の半分を解析対象として、高さと幅をそれぞれ $100a$ と $50a$ とする。図 1(b) と (c) にそれぞれ 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた全体およびき裂と界面近傍のメッシュ図を示す。き裂先端においては 8 節点特異要素を用いて、最も小さい要素の一辺の長さは $10^{-10}a$ としている。き裂と界面間距離 h によって全体の要素数と節点数は多少変化するが、 $h/a = 0.01$ の場合、1173 要素、3618 節点である。なお、解析は平面ひずみ状態を仮定して行う。

解析に用いた金属とセラミックスの材料定数を表 1 に示す。表 2 には次式により定義したこれらの材料を組み合わせた接合材に関する Dundurs のパラメーター α, β ⁽¹⁹⁾ および異材定数 ϵ ⁽³⁾ を示す。

$$\alpha = \frac{\mu_1(1-\nu_2) - \mu_2(1-\nu_1)}{\mu_1(1-\nu_2) + \mu_2(1-\nu_1)} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{\mu_1(1-2\nu_2) - \mu_2(1-2\nu_1)}{\mu_1(1-\nu_2) + \mu_2(1-\nu_1)} \quad (2)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} \quad (3)$$

表 1 材料の弾性係数およびポアソン比

Material	E(GPa)	μ (GPa)	ν
Al ₂ O ₃	432.6	179.2	0.207
MgO	301.5	128.3	0.175
Cu	128.6	47.8	0.345
Ti	114.8	43.4	0.322
Fe	239.1	94.1	0.270
Au	83.0	29.3	0.417
Ni	212.3	80.8	0.314

2.2 応力拡大係数 本研究で解析対象とするき裂は、一般に、 K_I と K_{II} 混合モードの挙動を示す。ここでは、Yau らが提案した方法⁽²⁰⁾を用いて、 K_I と K_{II} を分離し、応力拡大係数の計算を行う。

図 2 に示すようなき裂を有する二つの独立した線形弾性場 (1) と (2) を重ね合わせるとき、エネルギー解放率 G_{tot} は次式で与えられる。

$$G_{tot} = G_1 + G_2 + G_{int} \quad (4)$$

ここで、 G_1 と G_2 はそれぞれ独立した線形弾性場に対応するエネルギー解放率、 G_{int} は相互作用エネルギー解放率と呼ばれ、

$$G_{int} = \int_{\Gamma} \left(\sigma_{ik}^{(1)} \epsilon_{ik}^{(2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right) n_j d\Gamma \quad (5)$$

と表すことができる。

エネルギー解放率と応力拡大係数の関係を考えると、次式が得られる。

$$G_{int} = \frac{2(1-\nu^2)}{E} (K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)}) \quad (6)$$

ここで、 E, ν はき裂を有する材料 I の縦弾性係数とポアソン比を表す。

K_I を求めるには、図 2 に示すように、単純引張り応力のみが作用し、材料 I と同じ材料定数を持つ無限板

表 2 接合材の Dundurs のパラメーターと異材定数

Composite(I/II)	α	β	ϵ
Cu/Al ₂ O ₃	-0.51	-0.089	0.028
Ti/Al ₂ O ₃	-0.56	-0.120	0.039
Fe/Al ₂ O ₃	-0.27	-0.066	0.021
MgO/Au	0.51	0.011	-0.004
MgO/Ni	0.14	-0.015	0.005

(a) 異材界面に平行なき裂を有する解析モデル

(b) 全体のメッシュ図

(c) き裂と界面近傍のメッシュ図

図 1 解析モデルと要素分割

図 2 き裂を有する二つの独立した線形弾性場

図 3 面積分評価のためのき裂先端における積分経路

中のき裂先端領域を補助場 (2) として重ね合わせる。このとき、 $K_I^{(2)} = 1$, $K_{II}^{(2)} = 0$ とし、これを式 (4) に代入すると、次式を得る。

$$\frac{2(1-\nu_1^2)}{E_1} K_I^{(1)} = G_{int} \quad (7)$$

重ね合わせた場に対して、式 (3) より G_{int} を求め、式 (5) より $K_I^{(1)}$ を導くことができる。

同様に、単純せん断応力のみが負荷された場合のき裂先端領域を補助場 (2) として重ね合わせると、次式により $K_{II}^{(1)}$ を求めることができる。

$$\frac{2(1-\nu_1^2)}{E_1} K_{II}^{(1)} = G_{int} \quad (8)$$

本研究では K_I と K_{II} の計算精度を向上するため、 G_{int} を計算するのに線積分ではなく、面積分⁽²¹⁾を用いる。図 3 に示すように積分経路 C ($C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$) で囲まれた面積 A に対して発散定理を用いると、式 (3) は次式に変換できる。

$$G_{int} = \int_A \left[\left(-\sigma_{ik}^{(1)} \varepsilon_{ik}^{(2)} \delta_{1j} + \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial q_1}{\partial x_j} \right] dA \quad (9)$$

ここで q_1 は重み関数である。二次元問題に対して、 q_1 は C_1 上で 0, Γ 上で 1 になり、 C の中では 1 と 0 の間で変化する任意の滑らかな関数である。

2×2 ガウス積分点を持つ 8 節点要素において、相互作用エネルギー解放率 G_{int} は次式のように表示される。

$$G_{int} = \sum_{\text{all elements } p \text{ in } A} \sum_{i=1}^4 \left[\left(-\sigma_{ik}^{(1)} \varepsilon_{ik}^{(2)} \delta_{1j} + \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right) \frac{\partial q_1}{\partial x_i} \det \left(\frac{\partial x_k}{\partial \eta_k} \right) \right] W_p \quad (10)$$

ここで、 $\det(\partial x_k / \partial \eta_k)$ は要素の局所座標系と全体座標系の座標変換を表すヤコビマトリクスの行列式、 W_p は重み関数である。 $\partial q_1 / \partial x_i$ は

$$\frac{\partial q_1}{\partial x_i} = \sum_{l=1}^8 \sum_{k=1}^2 \frac{\partial N_l}{\partial \eta_k} \frac{\partial \eta_k}{\partial x_i} Q_{1l} \quad (11)$$

ここで、 N_l は形状関数、 Q_{1l} は q_1 に依存する定量で、要素の l 番目の節点が Γ 上の場合 $Q_{1l} = 1$, C_1 上では $Q_{1l} = 0$, C_1 と Γ の間では $0 < Q_{1l} < 1$ とする。

3. 計算結果および考察

3.1 応力拡大係数 以上述べた方法により、金属とセラミックスのいくつかの組み合わせに対して、き裂と界面間の距離 h の値を変化させた場合の応力拡大係数を求めた結果を表 3 に示す。表 3 に示した応力拡大係数 K^* は、一様な引張応力 σ_∞ をうける無限板中の

(a) $\sigma_{\theta\theta}$ の分布 (b) $\sigma_{r\theta}$ の分布

図4 亜界面き裂とそれに対応する界面き裂先端の応力分布の比較

表3 無次元化した応力拡大係数 ($K_I^* = K_I/\sigma_\infty\sqrt{\pi a}$, $K_{II}^* = K_{II}/\sigma_\infty\sqrt{\pi a}$)

h/a	K_I^*, K_{II}^*	Composite(I/II)				
		Cu/Al ₂ O ₃	Ti/Al ₂ O ₃	Fe/Al ₂ O ₃	MgO/Au	MgO/Ni
0.01	K_I^*	0.7955	0.7734	0.8936	1.3944	1.0963
	K_{II}^*	-0.1388	-0.1727	-0.1041	0.1696	0.0074
0.1	K_I^*	0.8118	0.7970	0.9038	1.3753	1.0931
	K_{II}^*	-0.0896	-0.1058	-0.0621	0.1606	0.0204
0.55	K_I^*	0.8516	0.8439	0.9316	1.2784	1.0821
	K_{II}^*	-0.0587	-0.0625	-0.0355	0.1293	0.0265
1.0	K_I^*	0.8844	0.8792	0.9526	1.1671	1.0627
	K_{II}^*	-0.0389	-0.0403	-0.0219	0.0683	0.0172
2.0	K_I^*	0.9416	0.9382	0.9858	1.0499	1.0351
	K_{II}^*	-0.0130	-0.0133	-0.0007	0.0180	0.0005

長さ $2a$ のき裂の応力拡大係数 $\sigma_\infty\sqrt{\pi a}$ により無次元化されている。主な傾向をまとめると、

1. Dundurs のパラメータ α が負の材料の組み合わせでは、界面に近づくほど一般的な無限板中における解から応力拡大係数は減少し、一方、正の場合は増加する。
2. Dundurs のパラメータ α が負の材料の組み合わせでは、 K_{II} は負であり、正の場合は K_{II} も正である。後述するが、 K_{II} の符号によってき裂が界面に近づくか離れるかを予想することができる。

Hutchinson ら⁽¹⁵⁾ は、界面上のき裂先端場への漸近特性を検討することにより、 $h/2a \ll 1$ の亜界面き裂先端場の特異性の評価を行っている。ここで得た結果の妥当性を調べる目的で、両解の対応について検討する。図4(a),(b)に有限要素解析によって得られた $h/a = 0.01$ の亜界面き裂とそれに対応する界面き裂に対して、無次元化されたき裂先端の応力分布を示す。横軸はき裂先端からの距離の対数である。この図から、 $r/a > 10^{-2}$ ならば、亜界面き裂先端応力場と界面き裂先端の応力場はほぼ一致することがわかる。この漸近関係を用いると、次式より応力拡大係数 K_I と K_{II} を計算することができる⁽¹⁵⁾。

$$K_I = q|K| \cos \psi, \quad K_{II} = q|K| \sin \psi \quad (12)$$

図5 Hutchinson らの解と有限要素法解の比較

$$K = K_I + iK_{II} \quad (13)$$

ここで、 K は亜界面き裂に対応する界面き裂 (長さと同じ界面上のき裂) の複素応力拡大係数であり、本研究で扱う問題に対して、

$$|K| = \sigma_\infty \sqrt{1 + 4\varepsilon^2} \sqrt{\pi a} \quad (14)$$

$$q = \left(\frac{1 - \beta^2}{1 - \alpha} \right)^{1/2} \quad (15)$$

$$\psi = \tan^{-1}(2\varepsilon) + \phi(\alpha, \beta) + \varepsilon \ln \left(\frac{h}{2a} \right) \quad (16)$$

と表すことができる。なお、 $\phi(\alpha, \beta)$ は二つの接合材料の弾性係数に依存する無次元関数で、詳細は文献(15)を参照されたい。

いくつかの材料組み合わせに対して、式(10)から求めた漸近解と本数値解の比較を図5に示す。十分小さい h に対して、両解は一致することがわかる。

図6 き裂先端の周方向応力分布

3.2 き裂進展の予測 き裂先端における最大へき開応力基準を用いて、異材界面に平行なき裂の進展角度についての検討を行う。図6(a)~(d)にき裂面方向からの角度 θ の関数として、き裂先端の周方向応力を示す。 $\theta_0((\sigma_{\theta\theta})_{max})$ をき裂進展方向(キंक角度)とすると、 $\theta_0 > 0$ はき裂が界面から離れて進展することに対応し、また $\theta_0 < 0$ はき裂が界面に向かって進展することに対応する。したがって、図6と表3から $\alpha > 0$ の材料の組み合わせでは、 $K_{II} > 0$ で、キंक角度 θ_0 は負であり、 $\alpha < 0$ の材料の組み合わせでは、 $K_{II} < 0$ で、キंक角度 θ_0 は正であることがわかる。MgO/Niの材料の組み合わせに対して、き裂先端の K_{II} はほぼ0になるため、き裂はほぼ界面に平行な方向に沿って進展する。これより K_{II} の符号よりき裂が界面から離れるか近づくかを判断することができる。なお、図6から求めたき裂進展方向 θ_0 は一様な無限板中のき裂先端応力場より求められる次式⁽²²⁾の関係をほぼ満足している。

$$K_I \sin \theta_0 + K_{II}(3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad (17)$$

このことは有限要素解と解析解の示す応力場の分布形状が等しいことを示し、重ね合わせの妥当性を意味する。

つぎに、き裂先端における自動要素分割法を用いて、 $h/a = 0.01$ の垂界面き裂の進展方向について検討する。き裂先端における自動要素分割法のアルゴリズム⁽¹⁸⁾の詳細な説明は省略するが、解析は次のような方法に従う。

1. 現在のき裂位置での有限要素解析を行う。
2. 最大へき開応力基準よりき裂進展の方向を決める。
3. き裂先端は自動的に動き、メッシュの組み替えが行われる。
4. 新しい解が得られると同じことを繰り返す。

図7に解析前のき裂先端領域のメッシュ図を示す。図8(a)~(e)はいくつかの材料の組み合わせに対するき裂進展の方向を示す図である。図8(a),(b)では $\alpha < 0$ の材料組み合わせに対してき裂は界面から離れて進展し、 $\alpha > 0$ の材料の組み合わせに対してき裂は界面に向かって進展することがわかる。進展によりき裂先端の応力分布に変化が生じても、初期き裂のキंक角度に沿ってほぼ進展している。このことから、図(6)で求められるような初期き裂に対する $\theta_0((\sigma_{\theta\theta})_{max})$ を求めるのみで、その後のき裂進展も予想されることになる。また図8(c)に示すように、MgO/Niに対して、き裂はほぼ界面に平行な方向に沿って進展する。一方、

図7 進展する前のき裂

(a) Cu/Al₂O₃

(b) MgO/Au

(c) MgO/Ni

図8 接合材料中の亜界面き裂の進展図

Dundurs のパラメーター β の影響も検討される。図 8(d),(e) から, β が大きくなると, き裂進展の傾きが大きくなることがわかる。

4. 結言

本研究では Yau らが提案した均質材中の混合モードき裂問題の K_I と K_{II} を分離する方法を異材界面に平行なき裂の問題に応用して, いくつかの界面とき裂間の距離に対する応力拡大係数を求めた。Hutchinson らの亜界面き裂解と比べることより本解の妥当性を検討した。また最大へき開応力基準に基づくき裂進展方向についても検討した。主な結果をまとめると,

1. Dundurs のパラメーター α が負の材料の組み合わせでは, 界面に近づくほど一般的な無限板中における解から応力拡大係数は減少し, 一方, 正の場合は増加する。
2. Dundurs のパラメーター α が負の材料の組み合わせでは, K_{II} は負であり, 正の場合は K_{II} も正である。また $K_{II} < 0$ 場合ではき裂は界面から離れて進展し, $K_{II} > 0$ 場合ではき裂は界面に向かって進展する。 $K_{II} = 0$ の場合ではき裂は界面に平行な方向に沿って進展する。
3. き裂進展に伴う応力分布の変化にもかかわらず, ある程度までは, 初期き裂に対するキンク角度のみで, その後の進展方向もほぼ決定されている。

文 献

- (1) Williams, M.L., *Bull. Seismol. Soc. America*, **49**(1959), 199.
- (2) England, A.H., *J. Appl. Mech.*, **32**(1965), 400.
- (3) Rice, J.R. and Sih, G.C., *J. Appl. Mech.*, **32**(1965), 418.
- (4) Erdogan, F., *J. Appl. Mech.*, **30**(1963), 232.
- (5) Erdogan, F., *J. Appl. Mech.*, **32**(1965), 403.
- (6) Atkinson, C., *Int. J. Frac.*, **19**(1981), 131.
- (7) Shih, C.F. and Asaro, R.J., *J. Appl. Mech.*, **55**(1988), 299.
- (8) Shih, C.F. and Asaro, R.J., *J. Appl. Mech.*, **56**(1989), 763.
- (9) Shih, C.F. and Asaro, R.J., *J. Appl. Mech.*, **58**(1991), 450.
- (10) 結城, ほか 1 名, 機論, **57**-539, A(1991),
- (11) 須賀, ほか 2 名, 機論, **57**-535, A(1991), 678
- (12) Erdogan, F., *Engng. Frac. Mech.*, **3**(1971), 231.
- (13) Lu, M.C. and Erdogan, F., *Engng. Frac. Mech.*, **18**(1983), 491.
- (14) Lu, M.C. and Erdogan, F., *Engng. Frac. Mech.*, **18**(1983), 507.
- (15) Hutchinson, J.W., *J. Appl. Mech.*, **54**(1987), 828.
- (16) Kohlhoff, S., Schmauder, S. and Gumbsch, P., *Acta Scripta Metall. Proc. Ser.*, Vol. 4(1990), 63.
- (17) Lu, H. and Lardner, T.J., *Int. J. Solids Struct.*, **29**(1992), 669.
- (18) 谷口, 染次, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, **12**(1988), 67.
- (19) Dundurs, J., *J. Appl. Mech.*, **36**(1969), 650.
- (20) Yau, J.F., Wang, S.S. and Corten, H.T., *J. Appl. Mech.*, **47**(1980), 335.
- (21) Li, F.Z., Shih, C.F. and Needleman, A., *Engng. Frac. Mech.*, **21**(1985), 405.
- (22) Erdogan, F., Sih, G.C., *J. Bas. Engng. Trans. ASME*, **85**(1963), 519.