介在物を含む材料の弾塑性変形と変形パラメータ*

阿部 武治^{*1}, 東野 秀則^{*2}, 前田 圭治^{*3}

Elastic-Plastic Deformation of Inhomogeneous Material with Inclusion and Parametric Description of Deformation Behaviour

Takeji ABE, Hidenori HIGASHINO and Keiji MAETA

The macroscopic elastic-plastic deformation behaviour of inhomogeneous material is affected by the microscopic distribution of stress and strain in respective heterogeneous regions of the material. Several parameters are considered to describe the deformation behaviour of inhomogeneous material, and their relationship is discussed analytically. A model of inhomogeneous material with inclusions imbedded in a matrix is adopted for the numerical simulation of the present study. The changes of the parameters during elastic-plastic deformation are calculated and compared. Among the parameters, the constraint ratio and the plastic accommodation parameter are not affected by the degree of inhomogeneity. A modified plastic accommodations parameter is also proposed, which is uniquely related to the constraint ratio. The constraint model based on the constraint ratio is extended to describe the elastic-plastic deformation behaviour of inhomogeneous material.

Key Words: Plasticity, Numerical Analysis, Constitutive Equation, Finite Element Method, Inhomogeneous Material, Inclusion, Parameters of Deformation

1. 結 言

多結晶金属などの不均質な材料の全体的な変形挙動は、個々の不均質な領域内でのひずみ、応力の不均一分布や、不均質な領域間でのひずみ、応力の差異と関係している。この点を考察するためには、不均質体の幾何学的な分布の影響や局所的な変形挙動と、全体の变形との関連などについて調べる必要があると考えられる。不均質（多結晶金属）材料の変形挙動を定量的に表すために、個々の成分単結晶の応力およびひずみを計算し、これらを不均質体の全体的（巨視的）応力およびひずみに結びつける、いくつかのモデルが提案されている^{(1)~(16)}。

ところで、不均質体の変形挙動を定量的に表現できるパラメータがあれば、多結晶金属の変形解析も容易になると考えられる。不均質材料の変形挙動を定量的に表すことのできるパラメータとして、先に拘束率の考え方を導入した⁽¹⁾⁽²⁾。また、Weng ら⁽¹¹⁾は塑性アコモデーション・パラメータと呼ばれる量を導入し、微

視的応力、ひずみと巨視的応力、ひずみを関係づけている。一方、Hill⁽⁷⁾, Berveiller, Zaoui⁽⁸⁾ は、Kröner⁽⁹⁾, Budianski, Wu⁽¹⁰⁾ が提案したセルフコンシステントモデル (K-B-W モデル) を、塑性変形による拘束の緩和を考慮して拡張している。さらに、Havlicek, 徳田ら⁽¹²⁾は多結晶モデルと有限要素法による解析によって、塑性アコモデーション・パラメータについて検討を加えている。

本報では、従来から提案されている種々のパラメータ相互の関連について解析的に検討するとともに、介在物を含む材料モデルを用いて、その弾塑性変形挙動が、介在物を含めた材料の形状比、介在物の体積割合などによってどのように影響されるかを、有限変形弾塑性有限要素法を用いて数値的に検討し、各パラメータの妥当性について考察を加える。

以下では、介在物、母相とも等方弾塑性体であると仮定し（すなわち、結晶のすべり等は考慮しない）、介在物と母相の変形抵抗が異なる場合、すなわち介在物が硬い場合と軟らかい場合について考える。なお本報では、弾性係数、ポアソン比、降伏応力は介在物と母相で同一とし、加工硬化指数のみが異なると仮定するが、ひずみが弾性ひずみに比べて大きい塑性変形においては、このような仮定のもとに得られる結果もかなり

* 平成4年7月17日 東海支部講演会において講演、原稿受付 平成4年8月3日。

^{*1} 正員、岡山大学工学部（〒700 岡山市津島中3-1-1）。

^{*2} 松下電工(株)（〒571 大阪府門真市門真1048）。

^{*3} 学生員、岡山大学大学院。

一般性を有すると考えられる⁽²⁾。また以下では、介在物は二次元的に周期的に配列するものとし、介在物および母相の平均的変形挙動について主に考察する。応力状態は平面ひずみ状態とし、一方向の引張り負荷を受けるものと仮定する。

2. 計 算 方 法

2.1 構成関係 数値シミュレーションを行うために、材料は弾性域と加工硬化する塑性域を持つ弾塑性体とし、その構成関係を次のような形に仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon : \varepsilon \leq \varepsilon_0 \\ \frac{\sigma}{\sigma_0} &= \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^n : \varepsilon > \varepsilon_0 \\ (\sigma_0 &= E\varepsilon_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 n は加工硬化指数である。以下の計算では、材料定数として、縦弾性係数 $E=100$ GPa、ポアソン比 $\nu=1/3$ 、降伏応力 $\sigma_0=100$ MPa を用いる。

数値計算には、有限変形弾塑性理論に基づく有限要素法解析の定式化⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を用い、構成式としては、全ひずみ理論を有限変形に拡張した J2-全ひずみ理論 (J2-deformation theory) を用いる。

2.2 介在物を含む材料のモデル ここでは介在物を含む材料の二次元モデルとして、図 1 に示すように介在物が格子状に規則的に配列するモデルを考える。ここに、介在物と母相の境界ではく離はないものとする。応力状態は平面ひずみ状態を仮定し、外力としては x 方向に応力が負荷される場合を考える。このとき、対称性を考慮すると領域 OACB で全領域を代表させることができる (AC, BC はそれぞれの介在物の間隔の二等分線)。また、境界 OACB は変形後も直線を保つと仮定することができる。境界条件としては辺 OA, OB はそれぞれ y, x 方向に固定し、AC には x 方向の変位を与える。

辺 BC には y 方向の応力の辺 BC に対する平均値を零にするように繰返し計算を行って、適切な y 方向の変位を与える。すなわち、本計算では平面ひずみ状態

図 1 介在物を含む材料のモデル

を仮定しているため、 f_p を塑性域の体積率とすると x, y 方向に 1 対 $-\{\nu(1-f_p)/(1-\nu)+f_p\}$ の割合で変形を与える必要がある。しかし一般には、この比で境界の強制変位を与えても y 方向に多少の平均的な応力が生じる。そこで、各ひずみ段階で 3 回の繰返し計算を行い、 y 方向の平均的応力を零にするような y 方向の変位を求めて、与えるようにした。

有限要素解析を行うために領域 OACB を要素分割する。用いた要素は三角形 2 次要素である。体積率を変えて計算するため、2 種類の要素分割、すなわち領域 OACB に対して、741 節点 352 要素と、657 節点 312 要素の分割を用いた。

2.3 不均質体の材料特性 材料の変形特性を表すために、次の量を定義する。

(a) 形状比 R_0

介在物の初期形状比 R_0 を次のように定義する。

$$R_0 = b/a \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 a, b はそれぞれ図 1 に示す x 方向、 y 方向の長さであり、介在物の形状比とともに介在物の間隔も R_0 によって同時に変化する。

(b) 体積率 V_f

材料全体に占める介在物の体積率を V_f とする。

(c) 不均質パラメータ ϕ

材料の不均質性を定量的に表すために、塑性構成式 (1) において、加工硬化指数 n の値が介在物と母相で異なるものとし、それぞれ次式で与える。

$$n_I = n_0(1+\phi), \quad n_M = n_0(1-\phi) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 n_0 は平均の加工硬化指数であり、以下の計算では $n_0=0.1$ とする。 ϕ は材料の不均質の程度を表すパラメータで、 ϕ の値が零に近いほど均質体に近いことを示す。

3. 不均質材料の変形挙動を表すパラメータ

不均質材料の変形挙動を表すために、種々のパラメータが提案されている⁽¹⁾⁻⁽¹⁵⁾。ここでは、次のパラメータを取り上げて比較検討する。

(a) ひずみ集中係数 A_I, A_M

介在物と母相の平均変形挙動を調べるために、介在物と母相の平均ひずみ集中係数 A_I, A_M を次のように定義する⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

$$(\varepsilon_{eq})_I = A_I \bar{\varepsilon}_{eq}, \quad (\varepsilon_{eq})_M = A_M \bar{\varepsilon}_{eq} \dots\dots\dots (4)$$

ここで $(\varepsilon_{eq})_I, (\varepsilon_{eq})_M$ はそれぞれ介在物、母相の平均相当ひずみであり、 $\bar{\varepsilon}_{eq}$ は材料全体の平均相当ひずみである。例えば介在物の変形応力が高い場合、 A_I が零に近いほど介在物は変形しにくく、変形は主として母相で生じていることになる。逆に、 A_I が 1 に近いほ

ど、材料全体で変形が平均的に生じていることを示している。先に報告したように⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾、剛塑性体の場合には後で述べるようなパラメータが定義できないこともあって、重要な変形パラメータとなる。

(b) 塑性アコモデーション・パラメータ A

従来から多結晶金属の塑性変形に対して、いくつかの代表的な解析モデルが提案されているが、これら多結晶金属のモデルを、一つのスカラ・パラメータ A によって整理する試みがなされている⁽⁵⁾⁽⁸⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。このパラメータ A は塑性アコモデーション・パラメータと呼ばれ、通常次の形で与えられている。

$$\sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + A\mu(\bar{\epsilon}_{ij}^p - \epsilon_{ij}^p) \quad (5)$$

ここで、 σ_{ij} と ϵ_{ij}^p は各単結晶粒内における応力および塑性ひずみ、 $\bar{\epsilon}$ は多結晶体についての平均値を表し、 μ は横弾性係数である。多結晶体の各モデルに対する A の具体的な値として

$$\begin{aligned} A &= \infty : \text{Taylor の塑性ひずみ一定のモデル} \\ A &= 2 : \text{Lin の全ひずみ一定のモデル} \\ A &= 2(1-\beta) : \text{セルフコンシステント・モデル (K-B-W モデル)} \\ A &= 2\alpha(1-\beta) : \text{Berveiller-Zaoui の修正セルフコンシステント・モデル} \\ A &= 0 : \text{Sachs の応力一定のモデル} \end{aligned} \quad (6)$$

が知られている。ここに β はポアソン比 ν を用いて、

$$\beta = 2(4-5\nu)/(15(1-\nu)) \quad (7)$$

で与えられる(例えば、 $\nu=0.3$ のときには $\beta=0.48$)。また α は塑性ひずみの大きさに依存する係数で、 σ_{ij} および ϵ_{ij}^p に対応する相当応力、相当塑性ひずみをそれぞれ σ_{eq} 、 ϵ_{eq}^p とすると、次のように表される⁽⁸⁾。

$$\alpha = 1/[1+3\mu\bar{\epsilon}_{eq}^p/2\bar{\sigma}_{eq}] \quad (8)$$

ここに、 $0 < \alpha \leq 1$ である。Berveiller-Zaoui の解析[式(8)]⁽⁸⁾ は、多結晶金属の塑性変形の解にはじめてひずみによる変化を考慮したものであるが、元来介在物モデルの解析に基礎をおいている。

なお、以下では解析の都合上、応力成分およびひずみ成分で表された式(5)の定義の代わりに、Havlicek, 徳田ら⁽¹²⁾によって採用されたのと同様な相当応力、相当塑性ひずみによる次の定義を用いる。

$$\begin{aligned} \sigma_{eq} &= \bar{\sigma}_{eq} + A\mu(\bar{\epsilon}_{eq}^p - \epsilon_{eq}^p) \\ &= \bar{\sigma}_{eq} + A\frac{E}{2(1+\nu)}(\bar{\epsilon}_{eq}^p - \epsilon_{eq}^p) \end{aligned} \quad (9)$$

(c) 修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$

従来のパラメータ A の定義式(9)においては弾性係数 E が用いられているが、これは塑性域について

検討するためには必ずしも妥当でないと考えられる。そこで、式(9)の弾性係数 E を塑性域における応力-ひずみ曲線の平均こう配 $\bar{K}$ におきかえることが考えられる。このように定義したものを修正塑性アコモデーション・パラメータと名付け、 $A(\bar{K})$ と書くことにする。式(9)より次の関係が成り立つ。

$$\sigma_{eq} = \bar{\sigma}_{eq} + A(\bar{K})\frac{\bar{K}}{2(1+\nu)}(\bar{\epsilon}_{eq}^p - \epsilon_{eq}^p) \quad (10)$$

ここで、修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ の値について考える。式(9)、(10)から、

$$A(\bar{K})\bar{K} = AE \quad (11)$$

の関係があり、式(8)、(11)より次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} A(\bar{K}) &= \frac{E}{\bar{K}} A = \frac{E}{\bar{K}} 2\alpha(1-\beta) \\ &= \frac{E}{\bar{K}} \cdot 2 \frac{1}{1 + \frac{3}{2} \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\epsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}}} (1-\beta) \end{aligned} \quad (12)$$

今の場合、構成関係として式(1)を仮定しているから

$$\bar{K} = n\sigma_{eq}/(\epsilon_{eq}^p + \epsilon_0)$$

の関係がある。したがって、式(12)は塑性ひずみが大きく ϵ_0 が無視できるときには

$$A(\bar{K}) \cong 2 \frac{1}{\frac{\bar{K}}{E} + \frac{3n}{4(1+\nu)}} (1-\beta) \quad (13)$$

となる。ひずみがさらに大きいところでは $\bar{K} \ll E$ となるから、式(7)より

$$A(\bar{K}) \cong \frac{8(1+\nu)}{3n} (1-\beta) \quad (14)$$

となって、近似的に一定となる。例えば $n=0.1$ 、 $\nu=0.3$ とすると $A(\bar{K}) \cong 18.2$ となる。

(d) 拘束率 η

不均質体の変形挙動を定量的に表すパラメータとして先に拘束率を導入したが⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾、相当ひずみによる定義を用いると次のように与えられる。

$$\eta = \frac{\Delta\epsilon_{eq}}{(\Delta\epsilon_{eq})_{\max}} \quad (15)$$

$$\Delta\epsilon_{eq} = \epsilon_{eq} - \bar{\epsilon}_{eq} \quad (16)$$

ここに、 ϵ_{eq} は物体中の任意の点のひずみ、 $\bar{\epsilon}_{eq}$ は物体全体の平均ひずみである。 $(\Delta\epsilon_{eq})_{\max}$ は応力一定の変形に対する $\Delta\epsilon_{eq}$ の値である。一般に(近隣の結晶粒から強い干渉を受ける場合を除いては⁽¹⁹⁾)、 $0 \leq \eta \leq 1$ であり

$$\left. \begin{aligned} \eta &= 0 : \text{ひずみ一定} \\ \eta &= 1 : \text{応力一定} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

にそれぞれ対応する。

任意の不均質領域の応力とひずみをそれぞれ相当応力 σ_{eq} 、相当ひずみ ϵ_{eq} で表すとき、ひずみについては式(16)が、また応力については

$$\sigma_{eq} = \bar{\sigma}_{eq} + \Delta\sigma_{eq} \dots\dots\dots (18)$$

の関係がある。 $\bar{\sigma}_{eq}$ は物体全体の平均相当応力である。ここで近似的に

$$\Delta\sigma_{eq} \cong (1-\eta)(\Delta\sigma_{eq})_{max} \dots\dots\dots (19)$$

の関係を導くことができる⁽¹⁾。

さて先に示したように⁽¹⁾⁽²⁾、不均質内で η = 一定とすると、応力-ひずみ線図上で各不均質領域の変形後の位置を結ぶ線は一般に曲線となるが、近似的にそのこう配 K' で考えることにし、応力-ひずみ曲線の平均こう配 $\bar{K}$ との交点における、そのこう配(図2, 3の○印と●印を結ぶ線のこう配)を K' とすると

$$K' = \frac{\Delta\sigma_{eq}}{\Delta\epsilon_{eq}} \cong \frac{(1-\eta)(\Delta\sigma_{eq})_{max}}{\eta(\Delta\epsilon_{eq})_{max}} \\ = -\frac{(1-\eta)}{\eta} \bar{K} \dots\dots\dots (20)$$

の関係がある。すなわち、拘束率 η は

$$\eta = \bar{K}/(\bar{K} - K') \dots\dots\dots (21)$$

によっても与えられる⁽¹⁾。以下に述べる弾塑性変形に伴う拘束率の計算には式(21)を用いる。

次に、拘束率 η と修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ の関係について検討する。式(16), (19)から、塑性ひずみについて考えると

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{eq} - \bar{\sigma}_{eq} &= \Delta\sigma_{eq} \cong (1-\eta)(\Delta\sigma_{eq})_{max} \\ \epsilon_{eq}^p - \bar{\epsilon}_{eq}^p &= \Delta\epsilon_{eq}^p \cong \eta(\Delta\epsilon_{eq}^p)_{max} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

となる。修正塑性アコモデーション・パラメータを考え、式(22)を式(10)に代入すと、

$$(1-\eta)(\Delta\sigma_{eq})_{max} \\ = -\frac{1}{2(1+\nu)} A(\bar{K}) \bar{K} \eta(\Delta\epsilon_{eq}^p)_{max} \dots\dots\dots (23)$$

となる。ところで、 $(\Delta\sigma_{eq})_{max}/(\Delta\epsilon_{eq}^p)_{max} \cong -\bar{K}$ の関係があるから、結局

$$A(\bar{K}) = 2(1+\nu) \frac{1-\eta}{\eta} \dots\dots\dots (24)$$

$$\eta = \frac{1}{1 + A(\bar{K})/\{2(1+\nu)\}} \dots\dots\dots (25)$$

の関係が得られる。また、式(11), (24)から

$$A = 2(1+\nu) \frac{1-\eta}{\eta} \frac{\bar{K}}{E} \dots\dots\dots (26)$$

となる。すなわち、式(26)を式(6)と同様に扱って式(5)に代入することによって、介在物を含む不均質体あるいは多結晶金属材料の弾塑性変形を記述するための“拘束モデル”を導入することができる。

なお、Berveiller - Zaoui のモデルに対しては、 $A(\bar{K}) = 18.2$ [式(14)] と与えられたので、これを式(24)に代入すると次のようになる。

$$\eta \cong 0.13 \dots\dots\dots (27)$$

一方、弾性的場合 ($R_0 = 1$) についてセルフコンシス

テントモデルを考えると、 $\nu = 0.3$ のとき、式(7)より $\beta = 0.48$ となるから、式(6)より $A = 1.04$ となる。したがって、(24)を弾性的場合について当てはめると $\bar{K} = E$ であるから、 $A(\bar{K}) = A = 1.04$ となり、結局次のようになる。

$$\eta = 0.71 \dots\dots\dots (28)$$

(e) ひずみ比 m

介在物と母相のひずみの値の比をひずみ比 m として次式のように定義される⁽¹⁵⁾。

$$m = (\epsilon_{eq})_I / (\epsilon_{eq})_M \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $(\epsilon_{eq})_I$ は介在物の相当塑性ひずみ、 $(\epsilon_{eq})_M$ は母相の相当塑性ひずみを表す。ひずみ比 m は実験的に測定しやすい量として提案されているが、式(4)のひずみ集中係数とは次の関係がある。

$$m = A_I / A_M \dots\dots\dots (30)$$

4. 計算結果と考察

以下で示す計算結果において、 $\psi > 0$ は介在物の変形応力が母相より大きい場合、 $\psi < 0$ は同じく小さい場合を表している。なお、以下では特にことわらないかぎり、 $V_f = 0.1$, $R_0 = 1.0$, 加えたひずみ $\epsilon = 0.1$ の場合を基準にして計算結果を示す。

4.1 介在物を含む材料の変形挙動 図2, 3は、相当応力-相当塑性ひずみ線図の例を示している。図2は介在物の変形応力が母相より高い場合、図3は低い場合である。図中の○と●印は介在物あるいは母相の平均的な相当応力-相当塑性ひずみ関係である。また、□印は塑性アコモデーション・パラメータ A , ■印は修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$, △印は拘束率 η , ▲印はひずみ比 m の変化を表している。図2, 3に見られるように、拘束率 η と修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ はひずみが増加しても比較的一定の傾向を示している(ただし、形状比 R_0 が1からずれると多少変化する)。塑性変形を記述するパラメータとしては、ひずみによってあまり変化しないもののほうが望ましいと考えられる。なお、図中の unloading start は、材料モデル中のいずれかの要素で除荷が始まることを示しており、不安定な変形やせん断帯の形成の開始に対応している⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。図2, 3の場合の計算時間は、対数ひずみが0.2で約100分(NEC ACOS 2010)である。

4.2 ひずみ分布と形状比 R_0 の影響 図4(a) ~ (c)は、体積率を $V_f = 0.1$, 不均質パラメータを $\psi = 0.1$ として、形状比をそれぞれ $R_0 = 1, 2, 5$ とした場合の相当塑性ひずみ分布を示している。図中のひずみは $\ln \epsilon_x$ を単位としており、負荷ひずみ $\epsilon = 0.1$ の場合

である。図5(a)~(c)は同じく、介在物の変形応力が母相よりも低い場合($\psi = -0.1$)の相当塑性ひずみ分布を示している。図4(a), 図5(a)中の▲印は最初に除荷が起こる要素を示している。

次に、ひずみ集中係数 A_I , A_M と形状比 R_0 の関係を図6に示す。横軸は R_0 の対数である。図6(a)は介在物の変形応力が母相よりも高い場合($\psi = 0.1$), (b)は同じく低い場合($\psi = -0.1$)である。

図2 介在物の変形応力が高い場合の相当応力-相当塑性ひずみ線図 ($V_f = 0.1$, $\psi = 0.1$)

図3 介在物の変形応力が低い場合の相当応力-相当塑性ひずみ線図 ($V_f = 0.1$, $\psi = -0.1$)

図4 介在物の変形応力が高い場合の相当塑性ひずみ分布 ($V_f = 0.1$, $\psi = 0.1$, $\epsilon = 0.1$)

介在物の変形応力が高い場合には、図4, 6(a)からわかるように、 R_0 が1に近いときには介在物はあまり変形せず、 R_0 が1から遠ざかるにつれて、変形の相互の拘束によって介在物もかなり変形する。相当塑性ひずみの最大値は、介在物と母相の境界付近の母相側に現れており、 $R_0=1$ では対角線AB方向にせん断帯が形成されはじめている。これは剛塑性有限要素法に

よる計算結果⁽¹³⁾ともよく似ているが、本計算では塑性域で加工硬化を仮定しているため、剛塑性の場合のように $R_0=1$ においても A_I は零とはならない。

次に、図7~9はそれぞれ、塑性アコモデーション・パラメータ A 、修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ および拘束率 η と、初期形状比 R_0 の関係を示している。図7~9からわかるように、 R_0 が1より

図5 介在物の変形応力が高い場合の相当塑性ひずみ分布 ($V_f=0.1$, $\psi=-0.1$, $\epsilon=0.1$)

図6 ひずみ集中係数 A_I , A_M と初期形状比 R_0 、体積率 V_f の関係 ($R_0=1.0$, $\epsilon=0.1$)

図7 塑性アコモデーション・パラメータ A との初期形状比 R_0 の関係 ($V_f=0.1$)

図8 修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ と初期形状比 R_0 の関係 ($V_f=0.1$)

図9 拘束率 η と初期形状比 R_0 の関係 ($V_f=0.1$)

遠ざかるにつれて、 A および $A(\bar{K})$ の値は増大し、逆に η は零に近づく。すなわち、ひずみ一定状態に近づくことが示されている（なお、 $\varepsilon=0.002$ の場合にややずれるのは、弾性変形の影響によると考えられる）。

4.3 体積率 V_f の影響 変形に及ぼす体積率の影響として、図 6 に V_f を 0.3 および 0.5 とした場合のひずみ集中係数 A_f , A_m と形状比の関係も合わせて示している。

図 10 および図 11 は、塑性アコモデーション・パラメータ A および拘束率 η に対する、体積率 V_f の影

図 10 塑性アコモデーション・パラメータ A と体積率 V_f の関係 ($R_0=1.0$)

図 11 拘束率 η と体積率 V_f の関係 ($R_0=1.0$)

響を示す。図 10 に見られるように、 V_f が増加すると A の値は大きくなる。一方、図 11 に示されるように拘束率 η は V_f が増加すると減少し、 V_f の増加とともに変形はひずみ一定に近づくことが示されている。

4.4 不均質パラメータ ψ の影響 図 12~14 はそれぞれ、塑性アコモデーション・パラメータ A 、修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ および拘束率 η と、不均質パラメータの絶対値 $|\psi|$ の関係を示す。図 12~14 において、 $\psi > 0$ は介在物の変形応力が高い場合、 $\psi < 0$ は同じく低い場合をそれぞれ表している。図 12~14 から $A(\bar{K})$ および η の値は、 $R_0=1.0$ の場合には、 ψ の値、すなわち介在物と母相の変形応力の差異には比較的影響されないことがわかる。この性質は、不均質体の塑性変形挙動を定量的に表すパラメータとして、適していると考えられる。図 14 の結果から、本計算結果では $R_0=1$ の場合、 $\eta=0.3\sim 0.4$ の値が得られている。

一例として、ひずみ $\varepsilon=0.085$ の場合の各変形パラメータの数値の比較を表 1 に示す。Berveiller-Zaoui の修正セルフコンシステントモデルは、K-B-W セルフコンシステントモデルの拘束が強すぎる点を緩和するために導入されたものであるが、表 1 からわかるように、Berveiller-Zaoui のモデルもまた変形の拘束を強く評価しすぎていると考えられる。その原因の一つとして、Berveiller-Zaoui の解析は母相中のひずみ分布を考慮していないことがあると考えられる⁽¹²⁾ が、

表 1 変形パラメータの値の比較
($R_0=1.0$, $\psi=0.1$, $V_f=0.1$, $\varepsilon=0.085$)

	Present calculation	Berveiller-Zaoui
A	0.0075	0.032
$A(\bar{K})$	4.6	1.8
η	0.36	0.13

図 12 塑性アコモデーション・パラメータ A と不均質パラメータ ψ の関係 ($R_0=1.0$)

図 13 修正塑性アコモデーション・パラメータ $A(\bar{K})$ と不均質パラメータ ψ の関係 ($R_0=1.0$)

図 14 拘束率 η と不均質パラメータ ψ の関係 ($R_0=1.0$)

この点についてはさらに三次元的な考察を行う必要がある。

なお先に述べたように[式(28)], 拘束率の値は弾性においては $\eta=0.7$ 程度の値をとる。しかし, 塑性域になると降伏後の比較的早い段階で低下することは先に報告⁽²⁾したとおりであり, その結果 $\eta=0.3\sim0.4$ となる。

5. 結 言

不均質材料の変形挙動を定量的に表すため変形パラメータについて検討を加えた。まず, 提案されている各パラメータの相互関係について解析的に検討した。また不均質材料の例として, だ円形介在物が二次元的に規則的に配列した平面的モデルを用い, その弾塑性変形挙動と変形パラメータの値について, 平面ひずみの仮定のもとに数値計算を行った。なお, 介在物と母相は等方性とし, 弾性係数, 降伏応力は同一で, 加工硬化指数のみが異なると仮定した。得られた主な結果を要約すると次のようになる。

(1) 従来から提案されている塑性アコモデーション・パラメータのほかに, 新たに修正塑性アコモデーション・パラメータを提案した。塑性アコモデーション・パラメータは変形が進むにつれて, 零に漸近する。これに対して, 先に提案した拘束率および修正塑性アコモデーション・パラメータはひずみの増加に対してほぼ一定の値を示す。

(2) 修正塑性アコモデーション・パラメータおよび拘束率は, 母相と介在物の不均質の度合には比較的影響されない。特に形状比が1に近い場合にはこの傾向が顕著である。

(3) 拘束率と修正塑性アコモデーション・パラメ

ータの間には, 1対1の関係がある[式(24), (25)]。また上に述べた結果から, これらのパラメータは不均質材料の変形挙動を表すのに適していると考えられる。

(4) 介在物を含む不均質体あるいは多結晶金属材料の弾塑性変形を記述するため, 拘束率の値に基づく拘束モデルを拡張し, 提案した。

(5) 多結晶体の変形に関する Berveiller-Zaoui の理論は, 結晶粒相互の拘束を強く見積もりすぎる傾向がある。

文 献

- (1) 阿部, 機論, **34**-264(1968), 1387; **37**-296(1971), 633.
- (2) 阿部, 機論, **45**-394, (1979), 649.
- (3) 阿部, 材料, **28**(1979), 87.
- (4) 阿部編, 強度解析学II, (1984), 119, オーム社.
- (5) 阿部, 塑性と加工, **29**(1988), 789.
- (6) 阿部, 機械の研究, **42**(1990), 341.
- (7) Hill, R., *J. Mech. Phys. Solids*, **13**(1965), 89.
- (8) Berveiller, M. and Zaoui, A., *J. Mech. Phys. Solids*, **26**-345(1979).
- (9) Kröner, E., *Acta Met.*, **9**(1961), 155.
- (10) Budianski, B. and Wu, T. T. (Rosenberg, R. M. 編), *Proc. 4th U. S. Nat. Cong. Appl. Mech.*, (1962), 1175, ASME.
- (11) Weng, G. J. and Chiang, C. R., *Int. J. Solids Struct.*, **20**(1984), 689.
- (12) Havlicek, F., 徳田・日野, 材料, **39**(1990), 1526.
- (13) Nagayama, N., Abe, T. and Nagaki, S., *Comp. Mech.*, **4**(1989), 433.
- (14) 永山・阿部・長岐, 機論, **55**-514, A(1989), 1365.
- (15) 友田・田村, 鉄と鋼, **67**(1981), 439.
- (16) 高橋・本橋・徳田・阿部, 機講論, No. 923-2(1992-7), 1.
- (17) 吉川・阿部・長岐, 機論, **53**-490, A(1987), 1144.
- (18) Abe, T., Izumikawa, T. and Nagaki, S. (Inoue, T., Kitagawa, H. and Shima, S. 編), *Current Jap. Mat. Res. Vol. 7, Computational Plasticity*, (1990), 61, JSMS.
- (19) 阿部, 機論, **39**-318(1973), 593.