水圧破碎地殻応力計測における横き裂開口挙動の解析*

伊藤 高 敏^{*1}, 林 一 夫^{*1}Reopening Behavior of Transverse Cracks in Hydraulic
Fracturing Tectonic Stress Measurements

Takatoshi ITO and Kazuo HAYASHI

The reopening behavior of a transverse crack which is induced on the surface of a borehole by hydraulic fracturing is analyzed to establish the methodology for hydraulic fracturing tectonic stress measurements, where, as a typical transverse crack, a penny-shaped crack which is induced perpendicularly to the borehole axis is considered. To this end, a model is constructed for analyzing the coupled problem of fluid flow in the crack and crack reopening behavior in an impermeable rock. The model takes into account the fact that the crack does not reclose perfectly upon deflation due to crack surface damage and minor shear displacement. The results show that the apparent reopening pressure, i. e., borehole pressure at which the pressure-time history clearly deviates from linearity, decreases and approaches the compressive tectonic stress normal to the crack plane with decreasing injection flow rate, and that it is almost proportional to the compressive tectonic stress independently of injection flow rate.

Key Words: Elasticity, Fracture Mechanics, Numerical Analysis, Artificial Subsurface Crack, Hydraulic Fracturing, Tectonic Stress Measurement, Crack Reopening, Reopening Pressure

1. 緒 言

水圧破碎地殻計測評価法⁽¹⁾⁽²⁾で地殻応力の算定に用いる水圧データの一つにき裂開口圧がある。従来、この水圧はき裂が開き始めるときのボアホール水圧に一致し、地殻応力状態によって一意に定まる圧力とされてきた。ところが、室内あるいはフィールド実験の結果から、加圧区間に圧入する流量の大きさに依存してき裂開口圧が変化することが明らかにされる⁽³⁾⁽⁴⁾。一方で、き裂開口圧が水圧破碎地殻応力計測評価法で用いられる別の水圧データであるき裂閉口圧に常に近い傾向があることが明らかにされ、き裂開口圧の物理的意味を再検討する必要性が指摘されていた⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

このため著者らは先に、水圧破碎により縦き裂(ボアホール周方向に 180° ずれた対称の位置に生じるボアホール軸方向の 2 枚のき裂)が形成された場合を対象として、再加圧時のき裂開口挙動とそれに伴うボアホール水圧の変化挙動を、数値シミュレーションおよび室内実験により明らかにした⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

一方、上述の縦き裂のほかに水圧破碎地殻応力計測

で用いられるき裂として、いわゆる横き裂があり、ボアホール軸方向の地殻応力成分を評価するためには、横き裂に関する水圧破碎の実験データが不可欠である。この横き裂とは、地下岩体中にある天然の弱面に沿って、縦き裂とは対照的にボアホールを斜めに横切るように形成されるき裂である。したがって、横き裂と縦き裂では、き裂挙動に及ぼすボアホール回りの応力集中の影響および再加圧時のき裂内の水圧分布傾向は大きく異なる。このため、横き裂と縦き裂では、再加圧時のき裂開口に伴うボアホール水圧の変化挙動も大きく異なる可能性がある。そこで本研究では、縦き裂と最も対照的なき裂として、ボアホールと直交する横き裂を想定し、再加圧時のき裂開口挙動とそれに伴うボアホール水圧の経時変化を数値シミュレーションにより求めた。その結果に基づき、横き裂のき裂開口圧と地殻応力および圧入流量との関係を明らかにした。

2. 解析モデルと基礎方程式

ボアホールと交差する横き裂を考える。ただし、き裂は平板状でボアホール中心を軸とする軸対称な形状を有し、ボアホールと直交しているものとする(図 1)。ボアホール内およびき裂内は、最初、圧力 p_0 の水で満たされており、時刻 $t=0$ から加圧区間のボアホール

* 平成 4 年 9 月 2 日 材料力学講演会において講演、原稿受付平成 4 年 11 月 18 日。

*¹ 正員、東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平 2-1-1)。

に一定流量 Q で水を圧入するものとする。岩体は均質等方弾性体で、不透水性であるものとする。ボアホールと直交する面が地殻応力主面になっているものとし、その面内に作用する二つの地殻主圧縮応力 S_1, S_2 の大きさは等しいものと仮定する。また、ボアホール軸方向に作用する地殻主圧縮応力を S_v とし、地殻応力 S_1, S_2, S_v は圧縮を正とするものとする。なお、ボアホール中心を原点とする半径を r と表示する(図1)。

ところで、き裂開口圧に関する従来の理論⁽¹⁾では、水は、き裂が閉じた状態ではボアホールからき裂内に侵入せず、き裂が開口すると同時にボアホールからき裂内に侵入し始め、それとともにボアホール水圧と時間との関係が非線形になると考えられてきた。これに対し、Cornet⁽⁴⁾ および Zoback ら⁽⁹⁾ は、水圧破砕の室内実験の結果から、き裂が閉じていても、水がき裂内に侵入し得ることを明らかにしている。これは、き裂が閉じていても、向かい合うき裂面上の凹凸が完全にはかみ合わず、かみ合わない部分が連なって水の通路となるためと考えられる⁽⁷⁾。そこで、このき裂面上の凹凸の存在を考慮して、前報⁽⁷⁾と同様に、き裂の開口幅 w を次式で評価する。

$$w = w_0 + w_m \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 w_0 はき裂面上の凹凸による空げきの存在を考慮するために導入したき裂開口幅(一定)、 $w_m (\geq 0)$ はボアホール水圧とき裂内の水圧によって変化するき裂開口幅である。なお、以下では、 w をき裂全開口幅、 w_m をき裂弾性開口幅と呼び、また、 $w_m > 0$ の状態となることをき裂が開口するということにする。以上の条件のもと、再加圧時の横き裂の開口挙動を、ボアホール中心を軸とする軸対称問題として解析し、き裂開口に伴うボアホール水圧の経時変化を求める。その解

析手順を以下に述べる。

まず、Keer ら⁽¹⁰⁾ が、円柱状空洞表面の円輪状表面き裂の応力拡大係数の計算に用いた解析法を採用すると、式(1)のき裂弾性開口幅 w_m を求める問題は、 $a \leq r < a+2L$ で定義された未知関数 ϕ に関する次の特異積分方程式を解く問題に帰着させることができる。

$$\frac{2}{\pi} \int_a^{a+2L} \tau \phi(\tau) \{R(r, \tau) + S(r, \tau)\} d\tau = p(r) - S_v \quad (a \leq r < a+2L) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに

$$R(r, \tau) = \begin{cases} \frac{1}{r^2 - \tau^2} E\left(\frac{\tau}{r}\right) & (r < \tau) \\ \frac{r}{\tau} \frac{1}{r^2 - \tau^2} E\left(\frac{r}{\tau}\right) - \frac{1}{r\tau} K\left(\frac{\tau}{r}\right) & (r > \tau) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$S(r, \tau) = \int_0^\infty \frac{F_1(\xi, \tau) f_1(\xi, r) + F_2(\xi, r) f_2(\xi, r)}{\Delta(\xi)} d\xi \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1(\xi, \tau) &= \xi^2 I_0(\xi) K_1(\xi\tau) - \xi^2 \tau I_1(\xi) K_0(\xi\tau) \\ F_2(\xi, r) &= -\{2(2-\nu) + \xi^2\} I_1(\xi) K_1(\xi r) \\ &\quad + \xi I_0(\xi) K_1(\xi r) - \xi \tau I_1(\xi) K_0(\xi r) \\ &\quad + \xi^2 \tau I_0(\xi) K_0(\xi r) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1(\xi, r) &= -\frac{2(2-\nu) + \xi^2}{\xi} K_1(\xi) K_0(\xi r) \\ &\quad + \xi r K_0(\xi) K_1(\xi r) + r K_1(\xi) K_1(\xi r) \\ &\quad - 3K_0(\xi) K_0(\xi r) \\ f_2(\xi, r) &= 2K_1(\xi) K_0(\xi r) - \xi r K_1(\xi) K_1(\xi r) \\ &\quad + \xi K_0(\xi) K_0(\xi r) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$w_m(r) = \frac{2(1-\nu)}{G} \int_a^r \phi(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (7)$$

a はボアホール半径、 $2L$ はき裂全体の内の w_m が正の部分(以下、弾性開口部と呼ぶ)の長さ(図1)、 $K(\cdot)$ および $E(\cdot)$ はそれぞれ第一種および第二種完全だ円積分、 $K_n(\cdot)$ は n 階の第二種変形ベッセル関数、 G および ν はそれぞれ岩体のせん断弾性係数およびポアソン比である。また、 $p(r)$ は半径 r の位置のき裂内水圧であり、ボアホール水圧を p とすると $p(a) = p$ である。弾性開口部先端の応力拡大係数 K_I は次式で与えられる。

$$K_I = -2\sqrt{\pi L} \phi(1) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで

$$\phi(r) = \phi\left(\frac{r-L-a}{L}\right) \sqrt{\frac{r-a}{2L+a-r}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

図1 ボアホールと横き裂

なお、弾性開口部先端($r=a+2L$)においては、応力は有界であるから $K_I=0$ となる。この条件より、弾性開口部の長さを決定することができる。

次に、き裂内の水の流れについて考える。連続の式は次式で与えられる。

$$r \frac{\partial}{\partial t} (\rho \dot{w}) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho u w r) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 ρ は水の密度、また、 u はき裂開口幅方向に平均した半径方向流速であり次式で与えられるものとする。

$$u = -\frac{w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 μ は水の粘性係数である。また、水の圧縮率を β とすると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial r} &= \rho \beta \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \rho \beta \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(11)および式(12)を式(10)に代入すれば、き裂内の水圧とき裂全開口幅に関する方程式が、次のように求められる。

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \beta w \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{12\mu} \left\{ \frac{w^3}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(w^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

また、問題の初期条件および境界条件は、次式で与えられる。

$$P = p = p_0 \quad (t=0) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$Q - V\beta \frac{dP}{dt} = -\frac{\pi a w^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (r=a) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (r=a+c) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 V は加圧区間の水の体積、 c はき裂全長(図1)である。なお、式(15)および式(16)はそれぞれ、

ポンプから圧入した流量からボアホール水圧の増加に寄与した分を引いた残りの流量がき裂内に流入するという条件およびき裂先端で水の流れがないという条件を表す。

以上の諸式を用い、前報⁽⁷⁾で示した計算手順に従って、き裂の開口とき裂内の水の流れの問題を連成させて解く。すなわち、式(2)および式(13)～(16)を満足するき裂弾性開口幅とき裂内水圧を繰返し計算で求める。これにより、再加圧時のき裂開口挙動と、それに伴うボアホール水圧の経時変化が求められる。

3. 計算結果

3.1 真のき裂開口圧 以上の手続きによって求められたボアホール水圧と弾性開口部長さの経時変化の一例を図2に示す。また、図2の例のいくつかの時刻におけるき裂開口形状を図3に示す。同図中の●印は、式(13)を解く際の差分計算で用いた格子点の位置を表す。なお、実フィールドの深度約300 mで水圧破砕を行った場合を想定し、計算には以下の諸値を用いた。

$$S_v = 10 \text{ MPa}, p_0 = 3 \text{ MPa}, Q = 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$a = 0.05 \text{ m}, c = 1 \text{ m}$$

$$V = 10^{-1} \text{ m}^3, G = 25 \text{ GPa}, \nu = 0.2$$

$$\mu = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}, \beta = 0.5 \text{ GPa}^{-1}, w_0 = 2 \text{ }\mu\text{m}$$

さて、図2の弾性開口部長さ $2L$ の変化からわかるように、き裂が開き始めるときのボアホール水圧(以下、真のき裂開口圧と呼ぶ)の大きさは10 MPaであり、この値は S_v の設定値に等しい。ここで、真のき裂開口圧がこのような値となる理由を明らかにするため、前報⁽⁷⁾で検討した縦き裂の場合と同様に、ボアホール壁面位置のき裂面に働く応力の釣合いから真のき

図2 数値シミュレーションで得られた再加圧時のボアホール水圧および弾性開口部長さの経時変化 (—; P , ---; $2L$)

図3 数値シミュレーションで得られたき裂開口形状の経時変化

裂開口圧と地殻応力との関係を導く。そこで、地殻応力によりボアホール壁面位置のき裂面に働く垂直応力を σ_v とし、初めに $S_1 \neq S_2$ の一般的な場合を考えると、 σ_v は次式で与えられる⁽¹¹⁾。

$$\sigma_v = -S_v + 2\nu(S_1 - S_2) \cos 2\theta \quad \cdots \cdots (17)$$

ここに、 θ は S_1 の方向からボアホール周方向に取った角度である。上式からわかるように σ_v は θ によって変化し、 $\theta = 0, \pi$ の方向で最大となる。ここで、その最大値を σ_{vmax} と表示する。一方、き裂が閉じていても、き裂面の凹凸の存在によりボアホールからき裂内に水が侵入するため、ボアホール壁面位置のき裂面には水圧が作用する。当然ながら、ボアホール壁面の位置のき裂内水圧はボアホール水圧 P に等しい。よって、再加圧の際、 $P + \sigma_{vmax} = 0$ となったとき、 $\theta = 0, \pi$ の方向のボアホール壁面位置のき裂面に働く垂直応力が零となり、その位置からき裂が開口し始めると考えられる。このことから、横き裂の真のき裂開口圧 P_{r0} と地殻圧縮応力との関係が次のように求められる。

$$P_{r0} = S_v - 2\nu(S_1 - S_2) \quad \cdots \cdots (18)$$

ところで、図2の結果を求める際には $S_1 = S_2$ とした。この場合、式(18)は次式となる。

$$P_{r0} = S_v \quad \cdots \cdots (19)$$

したがって、 $S_1 = S_2$ の場合には、ボアホール水圧の大きさがき裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさと等しくなったときにき裂が開口し始めることになる。また、上式を用いると、図2の例の真のき裂開口圧は 10 MPa と求められる。この結果は、数値シミュレーションによる結果に等しい。

3・2 見かけのき裂開口圧と地殻応力および圧入流量との関係 一方、図2の結果においては、き裂が開口してもすぐにはボアホール水圧と時間との関係に

変化は現れず、ボアホール水圧が 14 MPa 程度になってようやく線形から非線形に変化しているように見える。ここで、先の真のき裂開口圧に対し、ボアホール水圧と時間との関係が明らかに線形から非線形に変化し始めるときのボアホール水圧を、以下、見かけのき裂開口圧と呼ぶことにする。さて、上記のようにき裂が開口してもすぐにはボアホール水圧と時間との関係が見かけ上変化しないのは、前報⁽⁸⁾で明らかにしたように、ボアホール水圧と時間との関係が明らかに非線形となるためには、弾性開口部が不安定に拡大するという条件が必要なためである。そこで、再加圧時の弾性開口部長さとボアホール水圧との関係を調べてみる。ただし、き裂内の水圧こう配が無視できる程度に圧入流量は十分小さいものとする。このとき、き裂内水圧 $p(r)$ は場所によらずボアホール水圧 P と等しくなる。よって、式(2)は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\pi} \int_a^{a+2L} \tau \phi(\tau) \{R(r, \tau) + S(r, \tau)\} d\tau \\ & = P - S_v \quad (a \leq r < a + 2L) \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

上式より、未知関数 ϕ は右辺の $P - S_v$ に正比例することがわかる。したがって、 $P - S_v = 0$ のとき、弾性開口部の長さによらず常に $\phi = 0$ となる。また、 $P - S_v > 0$ のときには、弾性開口部先端での応力拡大係数は正で零になることはない⁽¹⁰⁾。これは、ボアホール水圧 P の大きさがき裂面垂直方向の地殻圧縮応力 S_v の大きさに等しくなったとき、弾性開口部が急激に拡大することを意味する。このことから、少なくとも式(20)の成立する $S_1 = S_2$ の場合には、圧入流量が十分小さいときの見かけのき裂開口圧の大きさが、き裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさにほぼ等しくなると考えられる。なお、圧入流量 Q が大きくなると、き裂内の水

図4 数値シミュレーションで得られた圧入流量と見かけのき裂開口圧との関係

図5 数値シミュレーションで得られたき裂面垂直方向の地殻圧縮応力と見かけのき裂開口圧との関係

圧は水の粘性抵抗によりボアホールから離れるにつれて小さくなる。また、この傾向は Q が大きいほど顕著になる。このため、 Q が大きくなるほど、き裂が開口しにくくなり、それに伴い見かけのき裂開口圧も大きくなると考えられる。そこで、図2の結果を求めるのに用いた諸値の内、圧入流量 Q のみを変化させ、 Q と見かけのき裂開口圧 $P_f^{(a)}$ との関係を調べた。その結果を図4に示す。同図より、見かけのき裂開口圧の大きさは、圧入流量が小さくなるほど小さくなり、次第にき裂面垂直方向の地殻圧縮応力 S_v の大きさ(10 MPa)に漸近することがわかる。この傾向は、縦き裂の場合と同様である⁽⁶⁾。

最後に、図2の結果を求めるのに用いた諸値の内、 S_v のみを変化させ、 S_v と見かけのき裂開口圧 $P_f^{(a)}$ との関係を調べた。その結果を図5に示す。同図より、 $P_f^{(a)}$ は S_v とほぼ同じ割合で増加することがわかる。実際、図5の数値シミュレーションの結果を最小二乗法で直線近似し、 $P_f^{(a)}$ の S_v に対するこう配 g_v を求めたところ $g_v=1.08$ となった。なお、 $Q=10^{-5}$ および $10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ とした場合についても調べた結果、 $P_f^{(a)}$ の S_v に対するこう配がほぼ1に等しいという結果は、 Q が異なる場合でも変わらないことがわかった。

4. 結 言

本研究では、水圧破碎地殻応力計測時に横き裂が形成された場合を対象として、再加圧を行った際のき裂開口挙動とそれに伴うボアホール水圧の変化挙動を数値シミュレーションにより求め、き裂開口圧と地殻応力および圧入流量との関係について検討した。ただし、き裂はボアホールと直交しており、かつ、ボアホール軸に対して軸対称な地殻圧縮応力を受けているものと仮定した。この結果得られた主な知見をまとめると次のようになる。

(1) 本解析で仮定したように地殻応力場がボアホール軸に対して軸対称な場合、ボアホール水圧の大き

さがき裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさと等しくなったときにき裂が開口し始める。

(2) しかし、き裂が開口してもすぐにはボアホール水圧と時間との関係に顕著な変化は現れず、ボアホール水圧と時間との関係が明らかに非線形になり始めるときのボアホール水圧(見かけのき裂開口圧)は、き裂が開口し始めるときのボアホール水圧より高くなる。

(3) この見かけのき裂開口圧の大きさは、圧入流量が小さいほど小さく、き裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさに漸近する。

(4) また、見かけのき裂開口圧の大きさは、き裂面垂直方向の地殻圧縮応力の大きさとほぼ比例関係にある。

なお、上記(2)-(4)の結論は縦き裂の場合⁽⁷⁾⁽⁸⁾と同様である。最後に、本研究は文部省科学研究費奨励研究(A)(課題番号 04750069)によるものであることを記し、謝意を表する。

文 献

- (1) Zoback, M. D., ほか2名, *Pure. Appl. Geophys.*, **115** (1977), 135.
- (2) Hayashi, K., ほか2名, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, **26** (1989), 197.
- (3) Ikeda, R. and Tsukahara, H., *Proc. 2nd Int. Wkshp Hydraulic Fracturing Stress Measurements*, I (1988), 141.
- (4) Cornet, F. H., *Proc. Wkshp Hydraulic Fracturing Stress Measurements*, (1982), 414.
- (5) Lee, M. Y. and Haimson, B. C., 文献(2)の447ページ.
- (6) Cheung, L. S. and Haimson, B. C., 文献(2)の595ページ.
- (7) 伊藤・林, 機論, 57-540, A(1991), 1715.
- (8) 伊藤・林, 機論, 58-545, A(1991), 72.
- (9) Zoback, M. D., ほか3名, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, **14** (1977), 49.
- (10) Keer, L. M., ほか2名, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **44** (1977), 250.
- (11) Daneshy, A. A., *Soc. Petrol. Engrs J.*, **13** (1973), 61.