面内方向衝撃を受ける平板の破壊* (引張応力波の集中と衝撃破壊パターン)

小田 美紀男^{*1}, 臺丸谷 政志^{*2}, 小林 秀 敏^{*2}

Impact Fractures of Plates Subjected to Impulsive In-Plane Load (Tensile Stress Concentration and Impact Fracture Patterns)

Mikio ODA, Masashi DAIMARUYA and Hidetoshi KOBAYASHI

In the present study, impact fracture patterns of plates subjected to an impulsive load are investigated by means of experiments and numerical simulations. The center of the free edge of a rectangular plate with uniform thickness is subjected to an impulsive load in the in-plane direction while the opposite edge and both side edges are free from stress. The impact fracture experiments are performed with plaster plates of several dimensions and length-width ratios. The features of fracture patterns which occurred in the plates are discussed. Numerical analyses for several fracture patterns are carried out based on a dynamic finite element method using the Newmark- β method. It is made clear that the origin of the fractures mainly corresponds to the regions of dynamic tensile stress concentration due to stress wave reflection and reinforcement from the back edge and both sides of the plate.

Key Words: Elasticity, Finite Element Method, Stress Wave, Tensile Stress Concentration, Impact Fracture Patterns, Plaster Plate

1. 緒 言

物体に衝撃力が加えられるとき応力は波動として物体内部を伝ばし、反射・干渉を繰返す。したがって、衝撃荷重を受ける物体の応力分布、あるいはそれらの衝撃疲労破壊や衝撃破壊挙動は静的荷重あるいは変動荷重を受ける場合と異なることが知られている。爆薬による衝撃荷重を受ける棒や板あるいは円柱などの破壊様式は、Kolsky⁽¹⁾やJohnson⁽²⁾の著書に紹介されているが、衝撃破壊の力学的機構についての定量的な評価はいまだ十分に行われていない。谷村ら⁽³⁾⁽⁴⁾は円柱に関するKolskyの実験結果に従特性曲線法を用いた差分法によって数値解析を行っており、また、円管の場合についても同様な研究を行っている。著者ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、衝撃荷重を受ける機械・構造部材の衝撃破壊および衝撃疲労破壊機構を調べるため、まず最初の段階として、棒の衝突による平板の衝撃破壊に関して石膏材料を用いた平板の衝撃破壊実験ならびに動的有限要素法解析によって検討を行ってきた。

本論文では、平板の衝撃破壊に関して、弾性波の引

張応力集中と衝撃破壊パターンの関係について検討を行った。すなわち、面内方向に衝撃荷重を受ける平板の衝撃破壊実験ならびに数値解析を行い、平板の寸法比および入射応力の大小の関係から、実験および数値解析の結果を比較検討した。衝撃破壊実験には研究室で作成した石膏平板を用い、数値解析はNewmark- β 法を適用した動的有限要素法を用いた。数値解析において、平板内を伝ばする弾性波の挙動、特に引張応力集中現象を調べ、解析で得られた平板内の各時間における応力分布および各位置における応力の時間変動を調べ、平板の衝撃破壊パターンとの対応関係を明らかにした。

2. 衝撃破壊実験

2.1 衝撃破壊実験装置 実験装置概要を図1に示す。この装置は衝撃棒を高圧空気発射装置より打出し、入力伝達棒に衝撃力を発生させてその透過応力で試験平板を破壊するものである。衝撃荷重の調整は、衝撃棒のエアガンへの差込み深さと空気圧で行った。衝撃棒には長さ500 mm、直径20 mmのステンレス(SUS 306)丸棒を用い、入力伝達棒には長さ2 000 mm直径20 mmの合金工具鋼鋼材(SKD-11)丸棒を用いた。

* 原稿受付 平成4年10月19日。

^{*1} 正員, 室蘭工業大学大学院(〒050 室蘭市水元町 27-1)。

^{*2} 室蘭工業大学。

図1 衝撃実験装置の概要

入力伝達棒には試験片接触端面より 200 mm の位置に半導体ひずみゲージが 2 枚軸対称に接着されており、入力伝達棒への入力波と試験平板からの反射波が検出される。検出された波形は、ブリッチ・ボックス、プリアンプを通してデジタル・ストレージ・オシロスコープに記録される。

2・2 試験片 衝撃破壊実験の試験片材料には石膏を用いた。石膏試験片は、混水率が石膏 100 g に対して水 40 g の割合で作成し 1 週間以上養成させたものを使用した。使用した石膏試験片材の機械的性質を表 1 に示す。ここで、 ρ は密度、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 σ_r は引張強度、 σ_c は圧縮強度、 C_1 は平板の縦弾性波速度である。この表より、供試石膏材の圧縮強度は引張強度に比べて約 10 倍であることがわかる。また、静的な引張試験で得られた応力-ひずみ曲線を図 2 に示す。ここで、 ϵ_x は縦ひずみ、 ϵ_y は横ひずみである。この図より、破壊するまで応力とひずみの関係はほぼ線形であることがわかる。このような機械的性質から、石膏材料は衝撃破壊研究のためのモデル材料としてしばしば用いられている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

図 3 に実験で使用した 2 種類の石膏平板 A、B の寸法と衝撃荷重幅および衝撃位置を示す。以後、 $R = L/W$ を縦横比と呼ぶことにする。種々の縦横比の平板について実験を行ったが、本論文では図 3 に示す $R = 9$ の帯板 A と $R = 2$ のく形板 B についてのみ報告する。

2・3 衝撃実験結果 図 4 に帯板 A の衝撃実験による破壊例を示す。左側端が衝撃端で、2 本の帯板ともに衝撃端から 100 mm 付近の位置に衝撃方向に垂直な割れ、いわゆるスポーリング破壊が生じていることがわかる。

図 5 (a)～(c)にく形板 B の実験結果を示す。(a)～(c)の順に試験片への入射応力が大きくなっている。図 5 (a)では、衝撃部のはく離破壊、隅部の割れ、

表 1 石膏試験片の機械的性質

ρ kg/m ³	E GPa	ν	σ_r MPa	σ_c MPa	C_1 m/s
1520	12.1	0.20	3.11	30.0	2880

図2 石膏試験片の応力-ひずみ曲線

帯板 A : $L=360$ mm, $W=40$ mm : $R=9$
く形板 B : $L=240$ mm, $W=120$ mm : $R=2$

図3 衝撃破壊試験平板の寸法

図4 帯板 A の衝撃破壊実験結果

平板中央部に衝撃方向に対して垂直なスポーリング破壊が見られる。図 5 (b)では、衝撃部のはく離破壊、隅部の割れ、平板中央部に衝撃方向に対して垂直なスポーリング破壊、以外に衝撃端からく形板中央部に沿って衝撃方向の割れが見られる。図 5 (c)では、さらに平板中央部に衝撃方向に対して垂直方向に複数のスポーリング破壊が見られる。

3. 数値解析

図 4, 5 に示した衝撃破壊パターンと引張応力集中

との対応関係を調べるため、動的有限要素法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を用いて平板内の弾性波伝ば挙動について数値解析を行った。動的有限要素法の時間積分には、Newmark- β 法を用いた⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。動的問題に対する動的有限要素法の基礎式は次式で与えられる。

$$[K]\{\Delta u\} + [M]\{\Delta \ddot{u}\} = \{\Delta F\} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここで、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $[M]$ は質量マトリックス、 $\{\Delta u\}$ と $\{\Delta \ddot{u}\}$ はそれぞれ節点外力増分ベクトル $\{\Delta F\}$ に応じた節点変位増分ベクトルと節点加速度増分ベクトルである。また、Newmark- β 法を用いることで状態 $n-1$ から Δt 時間後の状態 n の変位 u_n および変位速度 $\dot{u}_n$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} u_n &= u_{n-1} + \Delta t \cdot \dot{u}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \\ &\quad \times \Delta t^2 \cdot \ddot{u}_{n-1} + \beta \Delta t^2 \cdot \ddot{u}_n \\ \dot{u}_n &= \dot{u}_{n-1} + (1 - \gamma) \Delta t \cdot \ddot{u}_{n-1} + \gamma \Delta t \cdot \ddot{u}_n \quad \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

ここで、 $\ddot{u}_n$ は変位加速度、 β と γ は定数。式(2)を変形すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \{\Delta u\} &= \{u_n\} - \{u_{n-1}\} \\ \{\Delta \dot{u}\} &= \{\dot{u}_n\} - \{\dot{u}_{n-1}\} \\ \{\Delta \ddot{u}\} &= \{\ddot{u}_n\} - \{\ddot{u}_{n-1}\} \end{aligned}$$

(a)

(b)

(c)

図5 く形板Bの衝撃破壊実験結果

$$\begin{aligned} \{\Delta \dot{u}\} &= \frac{\gamma \{\Delta u\}}{\beta \cdot \Delta t} - \frac{\gamma \{\dot{u}_{n-1}\}}{\beta} + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \{\ddot{u}_{n-1}\} \\ \{\Delta \ddot{u}\} &= \frac{\{\Delta u\}}{\beta \cdot \Delta t^2} - \frac{\{\dot{u}_{n-1}\}}{\beta \cdot \Delta t} - \frac{\{\ddot{u}_{n-1}\}}{2\beta} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、 $\{\Delta \dot{u}\}$ は節点速度増分ベクトルである。上式を式(1)に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left([K] + \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M]\right) \{\Delta u\} &= \{\Delta F\} \\ &+ [M] \left(\frac{\{\ddot{u}_{n-1}\}}{2\beta} + \frac{\{\dot{u}_{n-1}\}}{\beta \Delta t}\right) \quad \cdots \cdots (4) \end{aligned}$$

式(4)は $\{\Delta u\}$ の連立一次方程式になっており、 $\{\Delta u\}$ を求めることができる。以下、 $\{\Delta u\}$ を式(2)に代入することにより $\{u_n\}$ 、 $\{\dot{u}_n\}$ および $\{\ddot{u}_n\}$ が得られる。なお、本解析では、 $\beta=1/4$ 、 $\gamma=1/2$ を用いた。また、安定した時間積分を実行するためには、時間増分 Δt は節点間最小距離 l を縦弾性波(速度 C_1)が伝ばする時間 l/C_1 以下にする必要があり、本解析では時間増分を $\Delta t = l/2C_1$ として計算を行った。

解析モデルは平面応力状態を仮定し、4節点アイソパラメトリック要素を用いた。なお、衝撃方向、衝撃位置、試験片の寸法および座標系は図3に示すとおりである。節点外力は入力伝達棒で測定された実験値を用いた。図6は、入力伝達棒で測定された波形の一例と試験片への入射応力を示す。図6(a)は帯板Aの場合の測定波形、図6(b)はく形板Bの場合の測定波形である。帯板Aへの入射応力は、衝撃棒と入力伝達棒の

(a)

(b)

図6 入力伝達棒で測定された波形と入射応力

衝突持続時間約 $200\ \mu\text{s}$ であるが、く形板 B への入射応力は、平板の衝撃端におけるはく離破壊が生じたため衝突持続時間が短くなっている。これらの図の影を付けた部分をそれぞれの平板に対する入射応力として数値計算に用いた。

なお、本論文で用いた計算法の妥当性を検証するため、鋼平板を用いた弾性波伝ば実験を行った。実験結果と数値解析結果は比較的良好一致を確認している。

4. 実験結果と数値解析結果の比較

図 7 に数値解析によって得られた帯板 A の無次元時間 $T=1.0$ における x 方向応力 σ_x および y 方向応力 σ_y の分布を示す。ここで、無次元時間 T は、 $T = C_1 \cdot t / 2L$ であり、衝撃部中心から縦弾性波が x 方向に 1 往復する時間を 1.0 とした。なお、 σ_x および σ_y はそれぞれ最大入射圧縮応力 σ_0 で除した無次元応力である。影を付けた部分は引張応力場を表し、影が濃いほど引張応力が強いことを示している。この図より、無次元時間 $T=1.0$ において衝撃端から $80\sim 100\ \text{mm}$ に大きな引張応力 σ_x が発生していることがわかる。

また、この位置 ($x=80\ \text{mm}$, $y=0\ \text{mm}$) における応力の時間変動を図 8 に示す。正符号は引張応力、負符号は圧縮応力である。弾性波頭が 1 往復する無次元時

図 7 無次元時間 $T=1.0$ における帯板 A の応力分布

図 8 帯板 A の衝撃端より $80\ \text{mm}$ 位置における応力-時間変動

間 $T=1.0$ 前後で σ_x は引張応力に変わり、その大きさは約 0.5 を示している。すなわち、この位置、この時間においてスポーリング破壊を生じる可能性があることを示している。帯板 A の実験では、衝撃端より 100

(a) $T=0.31$

(b) $T=0.43$

(c) $T=1.00$

図 9 各時間におけるく形板 B の応力分布

mm 付近の位置でスポーリング破壊が生じており、数値解析結果は実験結果とほぼ対応している。数値解析において、 σ_y には大きな引張応力は認められず、また、実験においても入射応力が大きな場合でもスポーリング破壊が複数生じるだけで衝撃方向の割れは生じなかった。

次に、数値解析より得られた平板 B の特徴的な応力分布を図 9 に示す。この図は、割れの起点と推定される位置の応力が最大となった時間の応力分布であり、それぞれ各時間における x 方向応力 σ_x 、 y 方向応力 σ_y および主応力 σ_1 の応力分布を示している。図 9 (a) は、無次元時間 $T=0.31$ のときの応力分布で、衝撃端側の隅部で σ_x に比較的大きな引張応力が生じていることがわかる。この引張応力集中は衝撃端側の隅部割れの可能性を示している。図 9 (b) は、無次元時間 $T=0.43$ のときの応力分布で、平板中央部で σ_y が大きな引張応力になっていることがわかる。この引張応力集中は平板の衝撃軸上に沿った x 方向の割れの可能性を示している。図 9 (c) は、無次元時間 $T=1.00$ のときの応力分布で、 σ_x と σ_1 に大きな引張応力が生じている。この引張応力の集中は平板中央部付近に y 方向の割れ、すなわちスポーリング破壊を生じる可能性を示している。また、強い引張応力集中部分が複雑な形で分布しており、入射応力が大きい場合には平板中央部で複数箇所を起点とするスポーリング破壊が生じる可能性を示している。く形板 B に関する解析結果をまとめると破壊様式は図 10 の (a)、(b) そして (c) のように分類することができる。また、a、b、c 点はそれぞれの破壊パターンの起点と推定される位置である。() 内の数値はそれぞれ a、b、c 点の x - y 座標上の位置を示しており、単位は mm である。

図 11 に、図 10 に示す a、b、c 点における応力の時間変動を示す。実線は x 方向応力 σ_x 、破線は y 方向応力 σ_y である。a 点における応力の時間変動は、縦弾性波が側面で反射して x 軸上に到達する時間 ($T=0.25$) から σ_y が引張方向に大きくなることを示している。これは、圧縮入射応力が側面の自由縁で反射して引張

応力波に変わって伝ばしてくるためである。b 点における応力の時間変動においては、およそ $T=0.7$ から σ_x が引張方向に大きくなっている。これは、圧縮応力波が衝撃端と反対の自由端で反射し引張応力波に変わるためである。衝撃縁近くの隅部割れの起点と思われる c 点では、衝撃初期に σ_x の引張応力が生じる時間域があることを示している。各位置の応力の時間変動図より、容易に生じ得る破壊パターンは b 点を割れの起点とする破壊パターン (b)、すなわちスポーリング破壊であると推測できる。実験において破壊パターン (b) は、他の破壊が生じないような比較的小さな入射応力の場合でも、多くの場合、発生した。これに対して、破壊パターン (a) と (c) は、小さな入射応力ではほとんど認められず、入射応力が大きな場合に初めて生じることを確認している。

なお、引張応力の集中度は、帯板 A の場合は入射応

図 10 く形板 B の破壊パターン

図 11 く形板 B の各位置における応力-時間変動

力の約40%に達するのに対して、く形板Bの場合は20%程度になっている。したがって、く形板Bの衝撃破壊実験において、破壊を生じさせるためには帯板Aの場合に比べて大きな入射圧縮応力を作用させる必要がある。このため、く形板Bの実験では多くの場合、衝撃部に圧縮によるはく離破壊が観察された。以上より、数値解析によって得られた応力分布、特に引張応力集中部と衝撃破壊実験によって得られた破壊パターンはよく対応することがわかる。

5. 結 言

面内方向に衝撃荷重を受ける平板の衝撃破壊機構を調べるため、衝撃方向に長い帯板およびく形平板の衝撃破壊実験および数値解析を行い、次の結果を得た。

(1) 縦横比の異なる2種類の平板を用いた衝撃破壊実験によって、平板の寸法比の違いによる破壊パターンの相違を調べた。縦横比9の帯板Aではスポーリング破壊以外の破壊は生じなかったが、縦横比2のく形板Bではスポーリング破壊以外に衝撃部のはく離破壊、隅部の割れそして平板中央部に衝撃方向の割れなどが生じた。数値解析においても衝撃部のはく離破壊以外は同様の予測結果が得られた。

(2) 衝撃破壊実験の結果、入射応力の大きさによって平板の破壊パターンが異なることが観察された。この破壊パターンの相違は数値解析より得られた割れの起点と推定される各点の応力の時間変動より予測され得ることを示した。

(3) 衝撃破壊実験によって得られた破壊パターンと数値解析によって得られた応力分布の比較より、破

壊した位置と応力分布の引張応力が集中している位置がよく一致していることを確認した。

文 献

- (1) Kolsky, H., *Stress Wave in Solids*, (1953), 183, Clarendon Press, Oxford.
- (2) Johnson, W., *Impact Strength of Materials*, (1972), 68, Edward Arnold, London.
- (3) 劉・谷村・臺丸谷, 衝撃破壊を受ける円柱の動的挙動(脆性材料の場合の衝撃破壊機構), 機論, 53-491, A(1987), 1239.
- (4) Tanimura, S., Kaizu, K. and Higashi, K., Dynamic behavior of axisymmetric bodies under two-dimensional wave propagation, *Proc. 6th Inter. Conference on Mech. Behavior of Materials*, Kyoto, Japan, (1991), 371-376.
- (5) Daimaruya, M., Kobayashi, H. and Oda, M., Dynamic fracture of plates due to impulsive loads, 文献(4)の425-430ページ.
- (6) Daimaruya, M., Kobayashi, H. and Oda, M., Dynamic behavior of rectangular plates subjected to impulsive load, *Proc. SEM 7th Inter. Cong. Experi. Mech.*, Las Vegas, USA, (1992), 1640-1645.
- (7) Davids, N. (編), Some problems of transient analysis of wave in plates, *In: Inter. Symposium on Stress Wave Propagation in Materials*, Interscience, New York, (1960), 271-288.
- (8) Kida, S. and Oda, J., On fracture behavior of brittle cantilever beam subjected to lateral impact load, *Exp. Mech.* 22 (1982), 69-74.
- (9) 富岡, 金属系複合材の衝撃に関する研究(第1報, 二次衝撃解析プログラム), 機論, 87-767, A(1988), 1107.
- (10) 鷲津・ほか4名, 有限要素法ハンドブック, (1983), 22, 培風館.
- (11) Nakano, M. and Kishida, K., Numerical computation of dynamic stress intensity factor for impact fracture toughness test, *Eng. Fract. Mech.*, 36 (1990), 515-522.
- (12) 林・田中, 衝撃工学, (1988), 235, 日刊工業.