等球充てん体の静圧縮*

(第2報, 広範囲の荷重域における荷重-変位関係)

島 聰 司^{*1}, 多々良 陽一^{*2}, 飯 尾 元 秀^{*3}

Statical Compression of Packing Body of Equal Spheres

(2nd Report, Force-Displacement Relationship over a Large Range of Force)

Satoshi SHIMA, Yoichi TATARA and Motohide IIO

Our previous paper reported that a theory presented on the basis of Hertz contact and sliding between spheres agreed well with experiments for the force-displacement relation ($P < 2\,000\text{ N}$) of a packing body. In this paper, the experimental results for the force-displacement relation over a large range of force, radius of spheres and depth of packing body are presented and compared with the theory proposed in the previous paper. The deformations of the packing body are limited to an elastic region and the case of loading process. As a result, it is shown that the experimental values of force are larger than the theoretical value for forces above $2\,000\text{ N}$ and larger than $3/2$ power of displacement. The theory is extended to a large range of forces in consideration of the increase in the number of contacts per sphere in the loading process, and theoretical results are compared with experimental results.

Key Words: Material Testing, Elasticity, Contact Problem, Force-Displacement Relation, Packing Body, Bin Spheres, Compression, Loading Process

1. 序 論

容器内の粉粒体の圧縮は, 粉体工学, 土質工学および材料工学の一分野であり, 工業的には粉末成形, 粉粒体材料の貯蔵や輸送および粉粒体のエネルギー吸収⁽¹⁾などに関連するにもかかわらず, 力学的にはまだ確立されてなく, 実験に頼らざるを得ないのが現状である。従来, 容器内の不規則充てん体の荷重-圧縮変位の式(または応力-ひずみ式)は数多く提出されているが, 実験式または半理論式が多く^{(2)~(4)}, また粉粒体の静力学を微視的な個々の粒子間の力学に基づいて解析した研究⁽⁵⁾⁽⁶⁾はあるが, より基礎的な弾性域での理論はまだ確立されているとは言えない。容器内粉粒体の最も単純な場合は, 弾性域における等球不規則充てん体であろう。この静圧縮を対象とすることは, 粉粒体の力学問題への一つのアプローチと考えられる。

著者らは, 第1報⁽⁷⁾において, 円筒容器内に不規則に充てんされた等質等大の鋼球からなる弾性球集合体について, 加荷過程における理論式を提出した。鉛直

方向に互いに斜め接触するジグザグな球列に対し, 接触球間のヘルツ圧縮とすべりを考慮した理論式は, 荷重が圧縮変位の $3/2$ 乗に比例する関係を与え, $0 \sim$ 最大荷重 $2\,000\text{ N}$ までの圧縮実験結果とよく一致した。しかし, その後の実験によれば, $2\,000 \sim 10\,000\text{ N}$ の高荷重における荷重の実験値は, 圧縮変位の $3/2$ 乗で表される理論値より増大する傾向にあることが認められた。

本研究の目的は, 高荷重における上述の荷重増加のメカニズムを明らかにし, かつ荷重-変位関係の広範囲の理論式を第1報⁽⁷⁾の理論を拡張して提出することである。

本研究においては, 広範囲の荷重, 球径および充てん体高に関する充てん体の荷重-変位関係および粒体定数の実験結果について報告し, 荷重-変位関係については理論と実験の比較を示す。

2. 実 験

2.1 圧縮試験

(1) 方法 内径 42.5 mm , 肉厚 8.3 mm の鋼製底付円筒容器に, 種々の高さ ($L = 30 \sim 90\text{ mm}$) まで, 半径 $r = 0.5, 1, 2, 3\text{ mm}$ の鋼球(材質 SUJ2)の各大球を充てんし, 図1に示す装置で圧縮試験を行っ

* 平成4年10月1日 第70期全国大会講演会において講演, 原稿受付 平成4年9月9日。

^{*1} 正員, 静岡大学電子科学研究科(〒432 浜松市城北 3-5-1)。

^{*2} 正員, 静岡大学工学部。

^{*3} 静岡大学工学部。

た。すなわち、粒体の表面に容器内径にほぼ等しい鋼製ピストン(中実丸棒、長さ 50 mm、質量 550 g、または長さ 80 mm、質量 890 g)をおき、ピストン上面に鋼製円柱ブロック(直径 30 mm、長さ 37 mm、質量 240 g)とその中央部表面に直径 19 mm の鋼球(材質 SUJ2、質量 30 g)をおき、油圧式万能試験機(島津製作所製、UMH-10、最大荷重 9 800 N)を用いて圧縮した。圧縮変位はベッドに取付けたレバー式ダイヤルゲージ(最小目盛 0.002 mm、または 0.01 mm)により、荷重は直示式荷重計により測定した。

再現性を高めるために、鋼球を充てんする場合には、数回に分けてシリンダに入れ、そのつど充てん体表面に上記ピストンをおき、プラスチックハンマにより容器の側面および試験機ベッドを軽くたたきながら、所定の高さまで充てんした。この後、約 9 800 N/min の荷重速度で最大荷重 9 800 N まで加荷と除荷を繰返し、最大荷重における圧縮変位がほぼ一定値に収束するまでこの操作を行ったのち、荷重-変位関係のデータを測定した。 $r=1$ mm、 $L=53$ mm の場合、7 回の圧縮の繰返しにより、最大圧縮変位の初期値 0.28 mm のが 0.26 mm に収束した。また、2 箇所のダイヤルゲージの測定値に明らかな差がある場合は、それらがほぼ等しくなるまで、ピストン上の円柱ブロックの位置を微調整して圧縮を繰返し、荷重の作用線とシリンダ軸を合致させた。

圧縮試験は、直示式荷重計の指示値を 98 N から最大荷重 9 800 N までの 36 種の荷重における圧縮変位を 2 箇のダイヤルゲージの平均値として記録した。除荷過程については、最大荷重から荷重 0 まで階段状に荷重を減少させた。なお、ある荷重における測定時間は約 1 分、また、荷重 P はピストン、円柱ブロックおよび鋼球の重量を含まない。また、最大荷重 9 800 N

図1 圧縮実験装置

は、各鋼球の弾性域にあると見積られる[ヘルツの理論によれば⁽⁸⁾、 $r=1$ mm の2球の接触の場合、そのひずみ ε は、 $P=9\,800$ N、 $P/N_s=n_0\alpha^{3/2}$ 、 $N_s=300$ 、 $\alpha=0.0046$ mm、 $\varepsilon=(\alpha/2)/r=0.23\%$ となる]。

(2) 結果 実験結果を図2～5に示す。ここで、○印は加荷過程、●印(図3のみ)は除荷過程の実験データである。○と○は2回の繰返し実験におけるそれぞれの測定結果を示し、○と○などは同一の球を再充てんした後の測定結果を表す。図2はともに $r=1$ mm で、 $L=30$ mm および $L=53$ mm の2種の実験結果を示す。また、これらの実験データに広範囲の荷重に合致する実験式 $P=nx^x$ をあてはめた結果、鎖線で示すように、それぞれ $x=1.68, 1.80$ となる。また、図示していないが、 $r=2$ mm、 $L=90$ mm の場合 $x=1.68$ 、 $r=0.5$ mm、 $L=30$ mm の場合 $x=1.60$ であり、 x の値は 1.6 から 1.8 の範囲に広がっていることがわかった。指数 x はいずれもヘルツの理論に基づく第1報⁽⁷⁾の理論の 1.5 より大きく、すなわち、荷重の増加が 1.5 乗則より鋭いことがわかる。この荷重増加のメカニズムを検討し、理論式を求めることが、本研究の主たる目的である。

図3はいずれも $r=1$ mm で、 $L=30, 53, 90$ mm の場合の実験結果である。図3の実験結果から、充てん体高 L の増加に伴って圧縮変位は増加するが、 x は L に比例せず、正比例よりやや小さいことがわかる。この結果は第1報⁽⁷⁾の実験結果と一致する。図4は $r=$

図2 等球充てん体の荷重-変位関係の実験結果と実験式

0.5 mm, $L=53$ mm の場合と $r=2$ mm, $L=90$ mm の場合の実験結果, 図 5 は $r=0.5$ mm, $L=30$ mm の場合と $r=3$ mm, $L=90$ mm の場合の実験結果である。図 3, 4, 5 において, ○印と△印のデータが重なり, 実験値の再現性が高いのは L/D が小さく, かつ球半径 r が小さい場合であることがわかる。逆に r および L/D が大きい場合, データがある範囲に分散し, 再現性が十分にはないこともわかる。この原因として, 球径が大きくなるほど球数が少なくなり, 統計学的処理の対象外になることが考えられ, L/D が大きくなると球の詰め方(球の配位), 充てん率, 接触点分布, 荷重分布などの粉粒体特有の現象が累積され, 再現性が低くなると考えられる。ただし, r が十分小さい場合には球数が多いので, 統計学的処理の対象となり得, 再現性はあるはずである。事実, 図 3 の $r=1$ mm, $L=90$ mm の場合には, r はかなり小さいので再現性が認

図 3 等球充てん体の荷重-変位関係の実験結果と理論曲線

図 4 等球充てん体の荷重-変位関係の実験結果と理論曲線

められる。

なお, 図 3 の除荷過程に示すように, 鋼球でありながら, その充てん体の荷重-変位関係は著しいヒステリシスを示す。そのエネルギー吸収の原因は, 圧縮による球のすべりに伴う摩擦力と考えられるが, 除荷過程の荷重-変位関係は加荷過程の最大荷重から出発するために, その理論式の検討は加荷過程の荷重-変位関係の確立後に始めるべきであり, 次の機会にゆずる。

2.2 充てん体定数の測定

(1) 充てん率 (ϕ) 圧縮試験に用いた鋼製円筒容器 ($D=42.5$ mm) に圧縮試験と同様な手順で鋼球を充てんし, 次のように ϕ を測定した。1 球および充てん体の重量測定から充てん体の球数 (N_0) を知り, $V_0 = (4/3)\pi r^3 N_0$ から充てん体の実質体積 V_0 を求め, 充てん体高 L の値から充てん体のみかけの体積 V を求め, $\phi = V_0/V$ から ϕ を求めた。6 種類の球半径 (r) と 3 種類の充てん体高 (L) について測定した結果を図 6 に示す。

図 6 から次のことがわかる。(i) 等球不規則充てん体の充てん率 ϕ は, 球径が大きくなるに伴い減少する。(ii) 球径があまり小さい場合, 充てん体高の増加とともにやや充てん率は増加する。(iii) その充てん率は 0.66~0.55 の範囲にある。等球規則充てん体の場合と比較すると, 最密充てん ($\phi=0.74$) より明らかに小さく, 体心立方 ($\phi=0.68$) と単純立方 ($\phi=0.52$) の中間にある。

r が小さいほど ϕ が増大するのは興味ある現象である。その理由は, 限られた空間(シリンダ)を等大球で充てんさせる場合, 球径が小さいほど空間を球で埋めやすいことに起因すると思われる。充てん体高 L の増加とともにわずかに充てん率が増加するのも同様の問

図 5 等球充てん体の荷重-変位関係の実験結果と理論曲線

題と考えられ、粒体表面と上面との空間を球径が小さいほど埋めやすいことに起因すると考えられる。

(2) 充てん体表面球数(N_s) ピストンの下面に粘性シリコンゴムゾルを塗り付け、容器に挿入する。充てん体表面にピストン自重あるいは98 Nのいずれかの荷重を与える。2, 3時間後、ピストン下面に付着した鋼球を取り除き、シリコンゴムに生じた同一平面上にあるとみられる明確なへこみの数を数えた。表1に4種類の球径の鋼球について N_s の2回の測定値および第1報⁽⁷⁾に示した二つの式による計算値を示す。

$$N_s = 3D^2\phi \cos \bar{\theta} / (8r^2) \quad \text{.....(A)}$$

$$N_s = (D^2/4r^2)\phi^{2/3} \quad \text{.....(B)}$$

ここで、 $D=42.5$ mm, $\bar{\theta}=0.785$ rad, ϕ は図6の測定値を用いた。表1より次のことがわかる。(i)測定値と2種の計算値はかなり接近している。とくに、式(A)による計算値は実験値にかなり近く、斜め接触角 θ を用いたジグザグモデルの妥当性を示している。(ii)式(B)による計算値は実験値よりやや大きい。これは、 $\phi^{2/3}$ をもって平面上の充てん率としている点、近似的表現と思われる。(iii)測定値は r の二乗にほぼ反比例する。一方、二つの理論式も r の二乗に反比例

表1 充てん体表面球数 N_s の理論値と実験値の比較

r [mm]	Experimental Values				Calculated Values	
	P=5.1 [N]		P=98 [N]		Eq. (A)	Eq. (B)
0.5	1301	1270	1352	1302	1247	1357
1	279	259	293	306	299	330
2	68	68	70	63	71	80
3	28	26	26	26	30	34

図6 種々の球径および充てん体高に関する等球充てん体の充てん率の測定結果

するので、理論式(A),(B)の妥当性が示される。

(3) 接触角(θ) 1リットルビーカーに直径($2R$)=25.4 mmのテフロン球をつめ、寒天でかためる。2接触球の各外周に接し、かつ、その間の距離が最大になるように鉛直に2本の針をたて、針の間隔(l)をノギスで測定し、次の式から重心を結ぶ線と鉛直下方の直線となす角 θ を求めた。

$$\theta = 90^\circ - \cos^{-1}[(l-2R)/2R] \quad \text{.....(C)}$$

図7に実験結果を示す。 $\phi=0.58$, 平均値 $\bar{\theta}=52.2^\circ(0.911$ rad), $\sigma=18.6^\circ(0.32$ rad)である。

3. 広範囲の荷重域における荷重-変位関係

3.1 第1報⁽⁷⁾の理論の拡張 高荷重域における荷重増加を示す理論式を第1報⁽⁷⁾の理論の拡張として考える。

第1報⁽⁷⁾において提出した荷重(P)-圧縮変位(x)関係は次のとおりである。

$$\begin{aligned} x = & \frac{L}{2r \cos \bar{\theta}} \cos^{5/3} \bar{\theta} C_1(\beta) \left(\frac{P}{n_0 N_s} \right)^{2/3} \\ & + \frac{L}{2r \cos \bar{\theta}} p_r N_D \tan \bar{\theta} \sin^{5/3} \bar{\theta} g^{2/3}(\bar{\theta}) C_1(\beta) \\ & \times \left(\frac{P}{n_0 N_s} \right)^{2/3} + C_2(\beta) \left(\frac{P}{n_1 N_s} \right)^{2/3} \\ & + \frac{4LC_1(\beta)}{D} g^{2/3}(\bar{\theta}) \left(\frac{P}{n_1 N_s} \right)^{2/3} \quad \text{.....(1)} \end{aligned}$$

$$n_0 = \frac{\sqrt{2}E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{r}, \quad n_1 = \frac{2E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{r} \quad \text{.....(2)}$$

$$C_1(\beta) = 3[1 - \exp(-2\beta L/3)] / (2\beta L) \quad \text{.....(3)}$$

$$C_2(\beta) = 1 + \exp(-2\beta L/3) \quad \text{.....(4)}$$

$$\beta = 4\mu(1 - \sin \phi_i) / \{D(1 + \sin \phi_i)\} \quad \text{.....(5)}$$

$$\phi_i = \theta_0 = \tan^{-1} k \quad \text{.....(6)}$$

$$g(\bar{\theta}) = \sin \bar{\theta} \cos \bar{\theta} - k \cos^2 \bar{\theta} \quad \text{.....(7)}$$

$$N_D = (1 - p_r^N) / (1 - p_r) \quad \text{.....(8)}$$

図7 球の接触角分布の測定結果(充てん率 $\phi=0.58$)

$$N = \sqrt{3/2} D / (4r \sin \bar{\theta}) \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

$$N_L = L / (2r \cos \bar{\theta}) \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

$$p_r = \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2) dz \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

$$z_0 = (\theta_0 - \bar{\theta})/\sigma, z_1 = (\pi/2 - \bar{\theta})/\sigma \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

ここで、 E : 球材料のヤング率, ν : ポアソン比, r : 球半径, L : 充てん体高, D : 容器直径, N_s : 充てん体表面球数, N : 容器内の任意の位置から器壁までの相接触する球数の平均値, N_L : 充てん体の鉛直方向の球数, N_D : 接触球間のすべりにより, 水平方向に連鎖的にヘルツ圧縮が伝ばされる球数, $\bar{\theta}$: 2球の接触角の平均値, σ : 接触角分布の標準偏差, p_r : 接触球間にすべりが生ずる確率, ϕ : 充てん率, k : 球層間摩擦係数, μ : 球器壁間摩擦係数. 式(1)の第1項, 2項, 3項, 4項はそれぞれヘルツ圧縮変位, すべりによる変位, 容器底面およびピストン変形による変位, 器壁変形による変位を表す.

不規則充てん体は規則充てん体の場合と異なり, 充てん体圧縮変位の増加に伴い, 充てん率がわずかず増加し, それにより1球当たりの接触点数が増加すると考えられる. 充てん率 ϕ の場合の1球当たりの平均接触点数 $\bar{N}_c$ は Smith の測定結果(図8⁽⁹⁾)および式⁽⁹⁾を用いれば,

$$\bar{N}_c = 6(1 + 1.828y) / (1 + 0.414y) \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

$$y = (\phi - 0.524) / 0.247 \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

充てん体圧縮変位が x の場合, 充てん率 ϕ は

$$\Delta\phi \cong \phi_0(x/L) \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

だけ増加すると考えられる. ここで, ϕ_0 : 圧縮前の充てん率, $\Delta\phi$ による1球当たりの接触点増加 $\Delta\bar{N}_c$ は

図8 等球充てん体の空けき率と接触点数の関係⁽⁹⁾

$$\Delta\bar{N}_c = \Delta\phi \left. \frac{\partial \bar{N}_c}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} = \phi_0(x/L)a \quad \cdots \cdots \cdots (16)$$

ここで, 式(13)から

$$a = \left. \frac{\partial \bar{N}_c}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} = 39.1 / (1 + 0.414y)^2 \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

したがって, 圧縮変位 x における充てん体全体(球総数 $N_s N_L$)の接触点増加を $\Delta\bar{N}$ とすれば,

$$\Delta\bar{N} = (N_s N_L) \Delta\bar{N}_c = \phi_0(x/L)a N_s N_L \quad \cdots \cdots \cdots (18)$$

次に圧縮変位 x における接触点増加 $\Delta\bar{N}$ による荷重の増加を考える. 圧縮変位 $z (z \leq x)$ において, 圧縮変位の増加 Δz により新たに生ずる充てん体全体の接触点増加 $\Delta\bar{N}_z$ は式(17)と同様に

$$\Delta\bar{N}_z = \phi_0(\Delta z/L)a N_s N_L \quad \cdots \cdots \cdots (19)$$

圧縮変位 z において Δz により新たに生じた $\Delta\bar{N}_z/2$ 個の接触球ペアの圧縮変位 x における鉛直方向の重心間アプローチの平均値は $(x-z)$ と考えられる. 1個のペアの接触球間のアプローチが $(x-z)$ の場合の圧縮荷重 ΔP_{z1} は, 式(1)から

$$\begin{aligned} \Delta P_{z1} = & \left[(x-z)/N_L \right] \left\{ (\cos^{5/3} \bar{\theta} + p_r N_D \tan \bar{\theta} \sin^{5/3} \bar{\theta} g^{2/3}(\bar{\theta})) C_1(\beta) \left(\frac{1}{n_0} \right)^{2/3} \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{4LC_1(\beta)}{DC_2(\beta)} g^{2/3}(\bar{\theta}) \right) C_2(\beta) \left(\frac{1}{n_1} \right)^{2/3} \right\}^{3/2} \quad \cdots \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

ΔP_{z1} は新たに生じた1個のペアの球接触を考慮した場合の荷重の増加分を表すと考えられる. この荷重増加が新たに生じた接触ペアの数に比例すると考えると, 圧縮変位 z に関する荷重増加 ΔP_z は

$$\Delta P_z = \Delta P_{z1} (N_s N_L / 2) \phi_0 a \Delta z / L \quad \cdots \cdots \cdots (21)$$

したがって, 圧縮変位 x における荷重増加 ΔP は

$$\begin{aligned} \Delta P = & \int_0^x \left[(x-z)/N_L \right] \left\{ (\cos^{5/3} \bar{\theta} + p_r N_D \tan \bar{\theta} \sin^{5/3} \bar{\theta} g^{2/3}(\bar{\theta})) C_1(\beta) \left(\frac{1}{n_0} \right)^{2/3} \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{4LC_1(\beta)}{DC_2(\beta)} g^{2/3}(\bar{\theta}) \right) C_2(\beta) \left(\frac{1}{n_1} \right)^{2/3} \right\}^{3/2} (N_s N_L / 2) \phi_0 (a/L) dz \\ = & \left[1/N_L \right] \left\{ (\cos^{5/3} \bar{\theta} + p_r N_D \tan \bar{\theta} \sin^{5/3} \bar{\theta} g^{2/3}(\bar{\theta})) C_1(\beta) \left(\frac{1}{n_0} \right)^{2/3} \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{4LC_1(\beta)}{DC_2(\beta)} g^{2/3}(\bar{\theta}) \right) C_2(\beta) \left(\frac{1}{n_1} \right)^{2/3} \right\}^{3/2} (N_s N_L / 2) \phi_0 (a/L) (2x^{5/2}/5) \quad \cdots \cdots \cdots (22) \end{aligned}$$

第1報⁽⁷⁾においては, 荷重を支持する接触球としては1球(上下計2球)を仮定した. しかし, 式(13)によれば,

$\phi=0.62$ の場合, $\bar{N}_c=9.20$ であり, 第1報⁽⁷⁾の接触球数1の仮定はやや過小評価と考えられる。本報においては, 1球当たりの接触点数 $\bar{N}_c$ に対し,

$$\bar{N}_{cs}=(\bar{N}_c-5)/2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

なる荷重支持球数 $\bar{N}_{cs}$ を導入し, 式(1)の P を $P/\bar{N}_{cs}$ に修正する。すなわち, $\bar{N}_c$ 個の接触点のうち5個は横方向に接触し荷重支持に寄与せず, 残りの球が荷重支持球と仮定する。

結局, 荷重 (P) - 圧縮変位 (x) 関係は

$$P=K_1(x^{3/2}+K_2x^{5/2}) \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここで,

$$K_1=\left[N_L\left\{\left(\cos^{5/3}\bar{\theta}+p_rN_D\tan\bar{\theta}\sin^{5/3}\bar{\theta}g^{2/3}(\bar{\theta})\right)C_1(\beta)\left(\frac{1}{n_0}\right)^{2/3}\right.\right. \\ \left.\left.+ \left(1+\frac{4LC_1(\beta)}{DC_2(\beta)}g^{2/3}(\bar{\theta})\right)C_2(\beta)\left(\frac{1}{n_1}\right)^{2/3}\right\}\right]^{-3/2}N_s\bar{N}_{cs} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$K_2=\frac{N_L}{5\bar{N}_{cs}}\phi_0\left(\frac{a}{L}\right) \quad \dots\dots\dots (26)$$

3.2 実験結果との比較 図3, 4, 5の点線は第1報⁽⁷⁾の理論式(1)による値を示す。いずれもほぼ2000 Nより小さい荷重においては実験値とよく一致しているが, それより高荷重においては荷重の実験値は理論値よりやや大きい。これに対し, 図中の実線で表される本理論値は0~9800 Nの広範囲の荷重においてほぼ実験値と合致している。ここで, $k=0.4$, $\mu=0.21$ (ともに測定値), σ および $\bar{\theta}$ の値は, 図7の測定結果の近傍の値として, $\sigma=17.2^\circ(0.3\text{ rad})$, $\bar{\theta}=45^\circ\sim 53^\circ(0.79\sim 0.93\text{ rad})$ の値(各図中に記入)を用いた。

この結果から, 圧縮変位の3/2乗より鋭い荷重の増大は圧縮過程における接触点増加による荷重増加(あるいは圧縮変位の減少)によるものであることが実証されたと考えられる。

4. 結 論

(1) 弾性球からなる等球充てん体の高荷重域を含む荷重-変位関係の実験値を $P=nx^k$ なる式で表した場合, x は1.6~1.8の値をとり, ヘルツ理論に基づく1.5より大きい値をとることがわかった。

(2) 圧縮過程における充てん率増加による接触点増加を考慮して, 第1報⁽⁷⁾の理論を高荷重へ拡張した

ところ, その拡張式は広範囲の荷重における実験結果とかなりよく合致し, 拡張された理論の妥当性を示すことができた。

(3) 充てん体定数を測定し, 充てん率と球半径および充てん体高の関係, 充てん体表面球数と球半径の関係, および充てん体の球の接触角の分布(平均接触角 $\bar{\theta}=52.2^\circ$, 標準偏差 $\sigma=18.6^\circ$, ただし, 充てん率 $\phi=0.58$)を得た。

文 献

- (1) 特許出願, 多々良, 粉体吸振器, 61-185962.
- (2) 川北・ほか2名, 粉体工学(基礎篇), (1984), 116.
- (3) 若林, 粉体の圧縮についての二, 三の考察, 粉体および粉末冶金, 10-3(1963-6), 83.
- (4) 渡辺・梅屋, 材料, 13(1964), 227.
- (5) 長尾, 粉体の応力-ひずみ関係(第1報, 粒子間にすべりのない場合の関係式), 機論, 43-375(1977), 4038.
- (6) 粉体工学会, 粉体工学便覧, (1985), 89.
- (7) 多々良・島, 等球充てん体の静圧縮(第1報, 加荷過程の理論), 機論, 55-510, A(1989), 299.
- (8) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Elastic theory*, 3rd Ed., (1970), 398, McGraw Hill Kogakusha Ltd.
- (9) Smith, W. O., ほか3名, Packing of Homogeneous Spheres, *Phys. Rev.*, 34(1929), 1271.