熱伝達係数の不確かさを考慮した温度および熱応力解析*

森 昌彦^{*1}, 近 藤 充^{*2}Temperature and Thermal Stress Analysis in a Structure
with Uncertain Heat Transfer Boundary Conditions

Masahiko MORI and Mitsuru KONDO

The authors have attempted to develop an analytical method to estimate the variability of life evaluation in a structure under thermal load by treating the variations in the heat transfer boundary conditions around the structure using the stochastic finite-element method. This article describes the formulation of the variability of solution used in the analytical method, and then shows the results of benchmark analysis with the general purpose FEM code "MARC" to confirm the accuracy of the analytical method. The variability of life evaluation is also shown as an example in order to demonstrate the validity of this method.

Key Words: Stochastic Finite-Element Method, Temperature, Thermal Stress, Uncertain Heat Transfer Coefficient, Variability of Life Evaluation

1. 結 言

ガスタービンでは高効率化のため、タービン入口ガス温度が高温になってきている。そのため、タービンの動静翼は非常な高温にさらされることになるので、空冷翼の設計が進められてきている。これらの翼寿命がガスタービンの信頼性に重大な影響を与えるので、動静翼のメタル温度および熱応力を正しく把握し強度評価することが重要になってきている。一方、翼まわりの流体の動きそのものはある程度のゆらぎがあるもので、熱伝達境界面における熱伝達係数の不確かさを考慮した検討が不可欠であるが、現状はほとんど確定的な熱的境界条件を用いて検討している⁽¹⁾。

そこで、中桐らにより提唱され^{(2)~(9)}実用化が図られつつある有限要素法に摂動法を適用し、解析の効率化と解のばらつきを求める手法をガスタービンのタービン静翼の翼まわりの熱伝達係数がゆらぐ場合の定常温度解析に適用し、熱伝達係数のゆらぎが翼メタル温

度のばらつきに与える影響を調べた。さらに、メタル温度のばらつきによる静翼に発生する熱応力のばらつき(期待値と分散)を求め、強度評価上のばらつきについても考察した。そして、本手法は熱的境界条件が不確かな場合の構造物の寿命予測のばらつきを評価するのに有効な方法であることを確認した。

2. 理 論 の 展 開

2・1 基本構成 解析手順は図1に示すように、熱伝導解析と熱応力解析および統計処理解析の三つの部分より構成されている。熱伝導解析は設定された確定熱伝達係数による解析と熱伝達係数がゆらいだ場合の熱伝導感度解析から成り立っている。熱応力は確定温度分布による解析と上記熱伝導解析結果の節点温度のゆらぎをベースにした解析により求めている。それらの結果を統計処理して、温度および熱応力の期待値と標準偏差を求めている。ここでの使用要素は8節点六面体ソリッド要素である。なお、温度のゆらぎ解析は中桐らにより提案された有限要素法に摂動法を取り入れた手法を用いている⁽¹⁰⁾。

2・2 温度ゆらぎの定式化 ここでは定常熱伝導解析を考えており、形状・材料定数等はゆらがず、熱伝達係数のみがゆらぐ場合を考える。定常熱伝導方程式

* 平成3年8月26日 ガスタービン秋季講演会において講演、原稿受付 平成4年8月24日。

*¹ 正員、三菱重工業(株)高砂研究所(〒676 高砂市荒井町新浜2-1-1)。

*² 三菱重工業(株)システム技術部(〒652 神戸市兵庫区和田崎町1-1-1)。

図 1 解析手順

は式(1)で表され、境界条件が変動すると温度 T にも変動が生じる。

$$[K]\{T\} = \{Q\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

熱伝達係数 H のゆらぎを変動量 α の 1 次近似で表されると仮定すると式(2)のようになる。

$$H_k = H_k^0(1 + \alpha_k) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 H_k^0 は要素 k の面上での熱伝達係数の確定値で、 α_k は要素 k の面上での熱伝達係数のゆらぎ量 (α の平均値は零)である。

熱流束 q は熱伝達係数 H より式(3)のようになる。

$$q = H_k(T_{sk} - T) = H_k^0(1 + \alpha_k)T_{sk} - H_k^0(1 + \alpha_k)T \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 T_{sk} は表面温度で、 T は雰囲気温度である。熱伝達マトリックス $[B_{ij}]$ は熱伝達係数 H のゆらぎを考慮して一般的に表すと式(4)のようになる。

$$B_{ij} = \sum_k B_{ijk}^0 H_k^0 + \sum_k B_{ijk}^1 H_k^0 \alpha_k \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 α の変動のない点では $B_{ijk}^1 = 0$ であり、また、熱伝達境界でない点では $B_{ijk}^0 = B_{ijk}^1 = 0$ である。

熱伝達マトリックス $[B_{ij}]$ を熱伝導マトリックス $[C_{ij}]$ に重ね合せると、

$$\begin{aligned} K_{ij} &= C_{ij}^0 + \sum_k B_{ijk}^0 H_k^0 + \sum_k B_{ijk}^1 H_k^0 \alpha_k \\ &= K_{ijk}^0 + \sum_k K_{ijk}^1 \alpha_k \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

温度 T を熱伝達係数の変動量 α に関してテイラー展開すると式(6)が得られる。

$$\begin{aligned} T_i &= T_i^0 + \sum_k T_{ik}^1 \alpha_k \\ &+ \sum_k \sum_l T_{ikl}^2 \alpha_k \alpha_l \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

式(5)、(6)を定常熱伝導方程式 $[K]\{T\} = \{Q\}$ に代入すると

$$\begin{aligned} [K]\{T\} &= [K_{ij}^0]\{T_j^0\} \\ &+ \sum_k [[K_{ij}^0]\{T_{jk}^1\} + [K_{ij}^1]\{T_j^0\}]\alpha_k \end{aligned}$$

表 1 材料定数

	Thermal Conductivity λ : W/m·K	Mass Density ρ : N/m ³	Young's Modulus E : GPa	Poisson's Ratio ν : —	Coefficient of Thermal Expansion α : $\frac{1}{K}$
Pin-Fin Area	12.4	6.45×10^4	128	0.22	15.3×10^{-6}
Other Area	12.4	8.85×10^4	175	0.30

図 2 2枚つづり静翼の解析モデル

図 3 熱応力解析時の拘束条件

$$\begin{aligned} &+ \sum_k \sum_l [[K_{ij}^0]\{T_{jkl}^2\} + [K_{ij}^1]\{T_{jl}^1\}]\alpha_k \alpha_l \\ &= \left\{ \sum_j \sum_k B_{ijk}^0 H_k^0 T_{sk} \right\} + \left\{ \sum_j \sum_k B_{ijk}^1 H_k^0 T_{sk} \alpha_k \right\} \\ &= \{Q_i^0\} + \{ \sum_k Q_{ik}^1 \alpha_k \} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となり、摂動法を適用すると次のようになる。

$$[K_{ij}^0]\{T_j^0\} = \{Q_i^0\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$[K_{ij}^0]\{T_{jk}^1\} + [K_{ij}^1]\{T_j^0\} = \{Q_{ik}^1\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$[K_{ij}^0]\{T_{jkl}^2\} + [K_{ij}^1]\{T_{jl}^1\} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ゆえに、定常熱伝導解析における確定解と感度得られる。

$$\{T_j^0\} = [K_{ij}^0]^{-1} \{Q_i^0\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\{T_{jk}^1\} = [K_{ij}^0]^{-1} [-[K_{ij}^1]\{T_j^0\} + \{Q_{ik}^1\}] \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\{T_{jkl}^2\} = -[K_{ij}^0]^{-1} [[K_{ij}^1]\{T_{jl}^1\}] \quad \dots\dots\dots (13)$$

温度 T はその確定値 T^0 と微係数 T_k^1 、 T_{kl}^2 が求まっているので、その期待値および分散は次のように求めることができる。

図4 静翼まわりの確定熱的境界条件

図6 確定熱伝達係数による温度分布
(ガス面側の温度) — 解析コードの比較 —

$$E[T] = T^0 + \sum_k T_k^1 E[\alpha_k]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_k \sum_l T_{kl}^2 E[\alpha_k, \alpha_l]$$

ここで、 α_k の期待値 $E[\alpha_k] = 0$ であるとしたので

$$E[T] = T^0 + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l T_{kl}^2 E[\alpha_k, \alpha_l] \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$Var[T] = E[(T - E[T])^2]$$

$$= E[T^2] - (E[T])^2$$

$$= \sum_k \sum_l T_k^1 T_l^1 E[\alpha_k, \alpha_l] \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。なお、 α の3次以上の項は無視している。

3. ガスタービン静翼への適用

ガスタービンの静翼を例にとり、翼まわりの流体速度に応じた熱伝達係数を設定し、その熱伝達係数がゆ

図5 対応する要素群

図7 熱伝達係数が20%ゆらいた時の温度のばらつき
(ガス面側の温度)

らいた場合の感度解析を実施することにより翼温度の熱伝達係数に対する感度を求めるとともに、熱応力に及ぼす影響についても検討した。

3・1 解析モデルおよび条件 図2にガスタービン静翼の2枚つづり翼の解析モデルを示す。使用した要素は8節点六面体ソリッド要素である。使用した材料定数を表1に、熱応力解析時の拘束条件を図3に示す。また、静翼まわりの確定熱的境界条件としてガス面側の温度分布と熱伝達係数および翼内面冷却側の温度分布と熱伝達係数を図4に示す。

翼まわりのガス面側の熱伝達係数の値が20%ゆらいだ場合の定常熱伝導感度解析を以下の条件で実施する。その時の熱伝達係数のゆらぎとしては図5に示すように、翼高さ方向に隣合う要素同士および位置的に対応する要素同士は完全相関とみなしている。また、翼まわりに沿っての要素間には完全無相関とみなしている。さらに、シュラウドまわりおよび翼内面冷却側の熱的境界条件はゆらがないものとしている。

3・2 解析結果 解析結果の一例を以下に示す。図6は確定熱伝達係数による本解析コード「SAINT」で

の温度解析結果であり、はん用構造解析コード「MARC」の結果と比較したものである。図6中、黒丸印が本コードによる解で、白丸印が「MARC」による解である。両者はよく一致していることがわかる。

図7は熱伝達係数が20%ゆらいだ時の翼断面における温度の期待値とばらつき(標準偏差)幅を示したものである。実線が期待値で、破線がばらつき幅を示している。ばらつき幅の大きな所は50%翼高さ断面の前縁近傍背側であり、その値は±約15 Kである。

次に、確定温度解析結果による熱応力分布を図8に示す。図中、黒丸印が本解析コードによる解で、白丸印がはん用構造解析コード「MARC」による解である。両者はよく一致している。熱応力の大きな所は翼後縁側で内外シュラウドとの付根部であり、実機においてき裂発生を経験する場所と一致している。

図9は熱伝達係数が20%ゆらいだ時の翼断面における熱応力の期待値とばらつき(標準偏差)幅を示したものである。実線が期待値で、破線がばらつき幅を示しており、翼前縁近傍の背側でばらつきが大きなことがわかる。50%翼高さ断面での熱応力のばらつき幅

図8 確定温度結果による熱応力分布
(ガス面側の熱応力)一解析コードの比較一

図9 熱伝達係数が20%ゆらいだ時の熱応力のばらつき(ガス面側の熱応力)

図 10 耐熱合金の低サイクル寿命線図

図 11 熱伝達係数のゆらぎを考慮した時の静翼の寿命のばらつきの一例

は±約 127 MPa である。

以上より、熱伝達係数のゆらぎが温度および熱応力のばらつきに大きく影響していることが定量的に理解できるようになる。

4. 静翼の寿命予測

本解析結果をベースに静翼の寿命予測を考えると以下のようなになる。

図 10 は材料試験結果をもとにメタル温度および熱応力レベルをパラメータにして作成した耐熱合金の低サイクル寿命線図である。この線図上に、本解析結果

を図示すると斜線の領域となる。これを従来の確定解析結果をベースにした翼寿命を 1.0 として、温度および熱応力のばらつきを考慮した翼寿命を寿命比で図示すると図 11 のようになる。今回のように、熱伝達係数のゆらぎを考えた場合、従来の翼寿命に対してかなり大きく翼寿命がばらつくことになるのがわかる。

今後、実機データをもとにガス温度分布や材料データなどについて同様の感度解析を実施してやれば、翼寿命のばらつきを従来以上に定量的に評価できるものと期待できる。

5. 結 言

翼まわりの熱伝達係数にゆらぎをもつ静翼を例に、定常温度および熱応力解析を確率有限要素法を適用して実施した結果、次のことが明らかとなった。

(1) 本解析コード「SAINT」ははん用構造解析コード「MARC」と同レベルの解析精度を有していることが確認できた。

(2) 本解析コードは従来のはん用解析コードでは解析不可能な熱伝達係数のゆらぎによる温度および熱応力の期待値と分散を求めることができ、設計に必要な温度および熱応力の感度解析が容易に実行できるようになり、実設計での活用が期待できることがわかった。

(3) 実機データをベースに種々の感度解析を実施すれば、翼強度に対する設計ノウハウや信頼性を従来以上に向上させることが可能な解析ツールとして本解析コードは利用できる。

本研究におけるコード開発に際しては、三菱総研の関係者に大変お世話になった。ここに謝意を表す。

文 献

- (1) 佐近, 材料, 36-410(1987), 1284.
- (2) 中桐・久田・糸谷, 機論, 48-427, A(1982), 339.
- (3) 三好・田辺・座古, 精密機械, 48-1(1982), 107.
- (4) 中桐・久田, 機論, 49-438, A(1983), 239.
- (5) 中桐, 機論, 50-455, A(1984), 1319.
- (6) 中桐, 精密機械, 50-10(1984), 1531.
- (7) 谷・高畑・中桐・久田, 機論, 57-465, A(1985), 1504.
- (8) 久田・中桐, 機論, 51-461, A(1985), 107.
- (9) 森・鶴飼・近藤, 機論, 56-526, A(1990), 1455.
- (10) 中桐・久田, 確率有限要素法入門, (1985), 67, 培風館.