遺伝的アルゴリズムを利用した最適トラス形態決定法*

坂 本 二 郎^{*1}, 尾 田 十 八^{*1}Technique for Determination of Optimal Truss Layout
Using Genetic Algorithm

Jiro SAKAMOTO and Juhachi ODA

In this paper, an optimization technique for layout of truss structures using the genetic algorithm (GA) is proposed. It is difficult to obtain the global optimum for layout problems using the traditional gradient-based algorithms, because of the discontinuity and nonconvexity of the design space in these problems. By contrast, the genetic algorithm based on the principle of genetics and natural selection is efficient for such problems, since it makes it possible to obtain the global optimum and comparable near optimum simultaneously without using function gradients. We proposed a hybrid method combining the genetic algorithm and the generalized optimality criteria method in order to optimize the layout and cross-sectional area of truss members simultaneously. The hybrid method is adopted in the minimum weight design of the truss structures subjected to displacement constraints in which the optimum combination of truss members should be determined. From the result of numerical examples, the efficiency and reliability of the hybrid method using the genetic algorithm are discussed in comparison with the member elimination strategy starting from the ground structure.

Key Words: Optimum Design, Probabilistic Method, Finite-Element Method, Genetic Algorithm, Truss Structure

1. 緒 言

構造最適設計は今や、寸法決定問題に対しては実用的にも大きな成果を上げつつある。しかし、より基本的な設計を左右する構造位相の決定においては、連続体を最適設計の出発点とする尾田⁽¹⁾や菊池⁽²⁾、大河内⁽³⁾の方法、部材の密集した原構造を出発点とするHaftka⁽⁴⁾やKirsh⁽⁵⁾の方法など、優れた幾つかの手法が見られるものの、残された問題点も少なくない。その重要な問題点の一つとして、位相決定問題自身が持つ設計空間の多峰性が挙げられる。すなわち、位相決定問題は、構造の構成要素のうちどの要素同志をつなぎ合わせどの要素を取り除くかを決定する組合わせ最適化問題としての側面が強いため、選択可能な解が幾つも存在することが少なくない。このような問題を、従来用いられることの多かった局所的最適のみを保証する方法で解くことは、選択可能な他の解の全てを無視することの意味する。

一方、組合わせ最適化問題において存在する多数の選択可能解を、同時に得ることができる手法として、

遺伝的アルゴリズム(GA)⁽⁶⁾が大きな注目を集めている。この方法では、遺伝子になぞらえてコード化した多数の試行解から同時並行的に解の探索を行うため、選択可能解が大きく分離して存在する問題においてもそれらを同時に得ることが可能とされている。このような利点により、最近では異方性積層板の積層順序の最適化⁽⁷⁾や、トラス構造の部材寸法最適化⁽⁸⁾がGAを用いて行われ、大きな成果を上げている。

本研究ではGAを利用してトラス構造の最適形態を決定する方法を提案し、これを位相変化を伴うトラス構造の最小重量設計問題に適用した。以下では、今回提案した手法について説明し、平面トラスの基本的な例題で手法の有効性を検討した結果について述べる。

2. 遺伝的アルゴリズム(GA)⁽⁶⁾

2・1 表現型と遺伝子型 GAは染色体(Chromosome)と呼ばれる記号列を操作の対象とする。例えば、3設計変数を持つ問題においては以下のように各変数を二進数に変換して並べたバイナリーコードが染色体として取り扱われる。

表現型 (2, 5, 15) → 遺伝子型 0010 0101 1111

この時、元の変数での表現形式を表現型、記号列での

* 平成4年11月12日 第5回計算力学講演会において講演、原稿受付 平成4年12月7日。

*1 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)。

図1 ルーレット方式による淘汰(Selection)

表現形式を遺伝子型と言う。通常のGAではこのような遺伝子型の染色体が多数集まってできた集団 (Population) を考え、この中で以下に示す三つの操作、すなわち淘汰 (Selection), 交差 (Crossover), および突然変異 (Mutation)を行う。

2・2 淘汰・交差・突然変異 淘汰とは、各染色体*J*に対応する評価関数値 F_J (これを適応度: Fitness と呼ぶ) に応じて、それが高いものは増殖させ、低いものは消滅させる操作である。つまり、集団のうち何割かの染色体数だけ確率的に選択し、これを適応指標の低い染色体と交代させるのである。これには幾つかの方法があるが本研究では図1に示すようなルーレット方式と呼ばれるものを用いた。これでは、染色体が各々の適応度に応じた $F_J / \sum F_J$ の確率で選択され、徐々に適応度の高いものが増殖していく仕組みになっている。

交差では、確率的に選ばれた二つの親染色体の間でその一部が互いに交換され、二つの新しい子染色体が生みだされる。これにも様々な方法があるが、もっとも単純な一点交差の例を以下に示す。

親1 01001101 子1 01001110
親2 01100110 子2 01100101

どの部分が交換されるかはランダムに決定される。この操作により親染色体の形質を継承した子染色体が発生することになる。

突然変異では、ランダムに選択した染色体の特定のビットを以下のように反転させる操作を行なう。

01001101 → 01000101

この操作により、交差では発生し得ないような染色体が生みだされる可能性が出てくる。

以上のように、GAでは集団における多数の点から出発し、交差や突然変異という局所解の存在にあまり左右されない方法で同時並列的探索を行なう。GAが解空間の多峰性が強い問題に対しても有効なのはこのためである。以下では集団数を N とし、それに対する淘汰、交差および突然変異を起こす個体数の割合を P_r , C_r , M_r と表すことにする。

2・3 適応度 次に、GAを用いて制約条件付きの最適化問題を解く場合の適応度の定式化について述べる。最小化したい目的関数を f , 制約条件を $g_j \leq 0$ として以下の修正目的関数を考える。

$$\Phi_J = f_J + r \sum_{i=1}^{n_g} \max(g_{ij}, 0) \quad (1)$$

ここで、添字 J は染色体 J に対して計算された値を意味するものとする。適応指標 F_J は、 Φ_J より、

$$F_J = 1/\Phi_J \quad (2)$$

もしくは

$$\begin{aligned} F_J &= -a\Phi_J + b \\ a &= \Phi_{avg}(c-1)/(\Phi_{avg}-\Phi_{min}) \\ b &= \Phi_{avg}(c\Phi_{avg}-\Phi_{min})/(\Phi_{avg}-\Phi_{min}) \end{aligned} \quad (3)$$

で定義する。ここで Φ_{avg} , Φ_{min} は Φ_J の全染色体における平均値と最小値、 c は定数を表す。式(3)は初期世代における染色体間での適応度の差を小さくし、淘汰による集団の急激な偏向を緩和するためにスケリングした関数である。後に示す例題では式(2), (3)を用いた場合の違いについても検討する。

3. 最適トラス形態決定法

骨組構造の形態決定問題は位相と寸法を決定する二つの相に分けられる。寸法の決定は連続変数の非線形計画問題であり通常の数理計画問題で解けるが、位相の決定は緒言でも述べたように容易ではない。既に提案されている方法としては、原構造に基づく部材消去法がある⁽⁴⁾⁽⁵⁾。これは、多数の部材からなる原構造に対して部材寸法の最適化を行ない、断面積が0に近づいた部材を取り除きながら位相と寸法を決定しようとする方法であるが、位相が断面寸法に依存して決定されるため局所解に陥りやすく、また応力制約などがあると部材断面積が0に収束するのに時間がかかり効率が悪い。そこで本研究では、位相の決定にGAを適用し、部材断面積の決定に従来の最適化法を用いることとした。以下ではこの方法をハイブリッド法と呼ぶことにする。

3・1 トラス位相の表現型と遺伝子型 本手法ではGAによりトラスの位相を扱うため、トラス位相を0と1からなる二進コードで表現する。5節点の平面トラスの例を図2に示す。図2(a)は与えた節点を結ぶ部材の全てを考えた構造で、これを原構造と呼ぶ。この構造の各部材に対して、部材が存在する場合を1、存在しない場合を0とするような二進コード列を考える。すると図2(b)の5部材からなる構造は5つのビットが1である「1111000100」で表現できる。ここでコードの長さは構造の部材数に、ビットの順番は部材

図2 5節点トラスの表現型と遺伝子型

図3 5節点トラスにおける交差の例

に付けた番号に対応している。このようなトラス構造における交差の例を図3に示す。例では4列と5列の間で一点交差が行なわれ、新たに異なる位相を持つ構造が生みだされている。突然変異では、ランダムに選択されたビットの記号を0→1または1→0と反転することから、それに対応した部材が付加されたり取り除かれたりすることになる。

3・2 形態最適化のアルゴリズム 本研究で提案したハイブリッド法のアルゴリズムを図4に示す。以下、これに従い説明する。1) 初期集団をランダムに発生させ、2) 交差、突然変異を行ない位相を変化させる。次に、3) 与えられた位相に対して部材断面積の最適化を行なう。4) 各染色体の適応度の計算を行ない、5) その値により淘汰を行なう。6) 停止条件の判定を行ない、それを満足しない場合は2)へ戻る。満足した場合は、7) 得られた適応度の高い解に対して以下で説明するような最終的な断面積の最適化を行ない計算を終了する。

ここでは3)の断面積最適化過程を「成長(Growth)」と呼んでいる。この過程では、一般制約条件へ拡張された最適性規準法(OCM)⁽⁹⁾を用いた。この手法は数理計画法と比較してアルゴリズムが単純でしかも初期値から最適解近傍までの収束が速いという特長を有している⁽¹⁰⁾。従って、GAのプログラム中への組み込みが容易で、「成長」過程での計算回数も少なくすることができる。しかし一方で、この手法は解の精度に問題があり、精度の良い解を得ようとすると収束に時間が

図4 GA・OCMハイブリッド法のアルゴリズム

かかるという欠点がある。そこでGAのループ内における「成長」過程での探索繰返しは計算効率の観点から数回にとどめることとし、最終的に得られた適応度の高い染色体に対して再び「成長」操作を行ない(Final Growth)、十分な精度の最適解を得るものとした。また、各「成長」過程ではOCMによる断面積最適化の後、部材消去法と同じように、断面積がその最大値の1%以下で、かつ応力がその最大値の75%に満たない余分な部材を除去している。

さらに、位相決定の初期段階では構造をなさないものやメカニズムとなるものなど、適応度の計算すら不可能な構造が多数発生するが、この適応度を0とするとそれらは淘汰の過程で必然的に消滅してしまうことになる。このように探索の初期段階において集団の多様性が失われると、初期に発生したあまり適応度の高くない局所解に収束する可能性が高くなる。本手法ではこのような状況を避けるために、適応度が計算できない構造にもその集団における最低の適応度を与え、次世代に生き残る可能性を与えている。

GAの停止条件としては(1)集団の上位q%が同一の染色体で占められる、(2)M世代交代してもより適応度の高い染色体が発生しない、の二つを考えいずれかが満足したとき計算を終了するものとした。(以下の例題ではいずれもq=20、M=5としている。)

図5 9節点トラスの位相決定問題

図6 集団における目的関数の平均値と最小値の収束履歴 (N=70, Pr=50%, Cr=50%, Mr=1%)

4. 計算例

4・1 位相の決定問題 位相決定問題に対するGAの有効性と、GAを実行する際に適当なパラメータの検討を行なうため、最初に部材断面積の最適化を伴わない計算を行なった。図5に示すような9節点からなるトラス構造のコート掛け問題に対して本手法を適用する。原構造の部材数は36なので、単純に考えると約700億の組み合わせの中から最適な組を見つけだす問題となる。今回は変位の制約条件のみを考え、問題の定式化は以下のようにした。

$$\begin{aligned} &\text{minimize : } f(\mathbf{e}) \\ &\text{subject to : } g_1(\mathbf{e}) = v_8 - v_0 \leq 0 \quad (v_0 = 0.015 \text{ mm}) \\ &\text{such that : } e_i = 0 \text{ or } 1 \quad (i=1, \dots, n_v) \end{aligned}$$

f は規準化された構造重量、 v_8 は負荷点の鉛直方向変位、 e_i は部材 i の存在を0,1で表す変数、 n_v は部材数である。なお、部材のヤング率は200GPaとした。

この問題において部材断面積は次のようにして決定する。部材の断面積を全ての部材に対して同一とすると、その断面積 A と変位 v_8 の間には比例関係が成立する。その関係から上記の変位制約をちょうど満足するような断面積 A_{acv} が一意に決定できる。すなわち、

$$A_{acv} = A \times \frac{v_0}{v_8}$$

従って、重量は断面積が A_{acv} であるとして計算し、これから適応度を求めた。

集団数を70として実際にGAの計算を実行した時の、各世代における目的関数の平均値と最小値の変化を図6に示す。また、その時に得られた実用最適解を図7に示す。ここでは適応度が最良解の80%以上の解を実用最適解とした。図に示した4つの解は1回のGAの計算で同時に得られたものであり、GAの同時並列的探索の有効性が確認できる。しかし、GAのような確率を利用した手法の信頼性や効率性を評価するには、1回の計算だけでは不十分である。よって、異なる初期集団から100回の試行計算を行い、そのときの関数評価回数(FEMの実行回数)の平均値と実用最適解が得られる確率(信頼性指標)を求めて評価した。

ここでは集団数 N と交差確率 Cr が計算の信頼性や効率性に与える影響について調べる。集団数を10~100とした場合の関数評価回数と信頼性指標を図8に示す。集

図7 9節点トラスの位相決定問題において得られた実用最適解 (N=70, Pr=50%, Cr=50%, Mr=1%)

図8 信頼性指標と関数評価回数に対する集団数の影響 (Pr=50%, Cr=50%, Mr=1%)

表1 信頼性指標と関数評価回数に対する適応度関数の影響 (N=50, Pr=50%, Cr=50%, Mr=1%)

	Practical Reliability	Normalized Number of Function Evaluation
$F_f=1/\Phi_f$	0.77	155.15
$F_f=-a\Phi_f+b$	0.96	136.06

図9 信頼性指標と関数評価回数に対する交差確率の影響 (N=30, Pr=50%, Mr=1%)

団数がある程度を越えると、信頼性指標の改善よりも関数評価回数の増大が顕著になり、効果的でない。このことから本問題において適当な集団数は約40前後であることがわかる。また、集団数を30として交差の確率を変化させ信頼性指標と関数評価回数を求めてみた。これを図9に示す。この計算から、交差確率を増加させても集団数を増加させたときほど信頼性指標は大きく改善されていないことがわかった。

次に、適応関数として式(2)もしくは式(3)を用いた場合の違いについて検討する。表1に両者を用いた場合の信頼性指標と関数評価回数の平均を示す。いずれの値も式(3)を用いた方が良く、この結果から本問題でもスケーリングされた適応度を使うことで信頼性と計算効率を改善できることがわかった。

4・2 位相と寸法の決定問題 前節で得られた知見をもとにハイブリッド法を用いて位相と寸法の最適化を行なった。前節の問題は単一荷重で比較的位相の決まりやすい問題であったので、ここでは図10に示すような2点に荷重が作用する問題を考える。最適化問題の定式化を以下に示す。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} : f(\mathbf{x}, \mathbf{e}) \\ &\text{subject to} : g_1(\mathbf{x}, \mathbf{e}) = v_4 - v_0 \leq 0, g_2(\mathbf{x}, \mathbf{e}) = v_7 - v_0 \leq 0 \\ &\text{such that} : x_i = A_i/A_0, e_i = 0 \text{ or } 1 \quad (i=1, \dots, n_v) \end{aligned}$$

f は規準化された構造重量、 v_i はそれぞれ負荷節点4, 7の鉛直方向変位、 A_i は部材 i の断面積である。 v_0 は0.015mm、 A_0 は100mm²とした。今回の計算で得られた実

図10 9節点トラスの位相・寸法決定問題

図11 9節点トラスの位相・寸法決定問題において得られた実用最適解 (部材断面積の単位: mm²)

用最適解の全てを図11に示す。ここでの実用最適解とは、最良解の90%以上の適応度を持つ解を言う。この図より本問題が位相の異なる多数の実用最適解を持つ解空間の多峰性の強い問題であることがわかる。

ハイブリッド法との比較のため原構造からの部材消去法でこの問題を解いてみた。断面積の最適化にはハイブリッド法で用いたのと同じOCMを適用し、5回の探索毎に部材消去による位相変化を行なうものとした。初期断面積をランダムに与え6回の試行計算を行なった時の目的関数の収束履歴を図12に示す。また、

図12 部材消去法を用いた場合の目的関数の収束履歴

図13 部材消去法により得られた解

そこで得られた解の一例を図13に示す。この方法では6回の内わずかに1回しか実用最適解が得られず、その殆どは図13のCase4に見られるように部材消去が完全に行なわれる以前に局所解に陥ってしまっている。

次にハイブリッド法による結果を示す。図14はGAの各世代における集団中での目的関数の平均値と最小値の変化を示したものである。集団の平均適応度が高くなるに従いより適応度の高い解が発生していることが分かる。また、この計算では図11に示したNo.1, No.2, No.3の実用最適解が同時に得られており、GAの並列処理能力が本問題でも有効であることが確認できた。

部材消去法とハイブリッド法の信頼性と効率を評価するために、それぞれ100回の試行計算を行ないそのときの関数評価回数と信頼性指標を求めた。表2にそれぞれの値を示す。ハイブリッド法は約3倍計算回数が多いものの信頼性指標は80%と高く、このような多数の局所解を持つ問題に対しては効果的な方法であることがわかった。

4. 結 言

遺伝的アルゴリズムと最適性規準法のハイブリッド法による最適トラス形態決定法を提案し、平面トラス構造の最小重量設計問題に適用してその有効性を検討した。その結果、本手法により同時に複数の実用最適

表2 部材消去法とハイブリッド法の信頼性指標と関数評価回数の比較

	Practical Reliability	Average Number of Function Evaluation
Member Elimination Strategy	0.19	200
Hybrid Method	0.80	760

図14 集団における目的関数の平均値と最小値の収束履歴 (N=30, Pr=50%, Cr=50%, Mr=1%)

解が得られることを確認した。また、原構造を対象とした部材消去法と比較すると、本手法では実用最適解が得られる信頼性が高く、多峰性の強い問題に対して有効であることが確認された。

文 献

- (1) J.Oda and K.Yamazaki, Int. J. num. Meth. Engng.,15 (1980),1095
- (2) M.P.Bensoe and N.Kikuchi, Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.,71 (1988), 197
- (3) 大河内・伊藤・他, 機論, 56-525A, (1990), 1304
- (4) S.Sankaranarayanan, R.T.Haftka and R.K.Kapania, Proc. 33rd SDM Conf.,Vol.5 (1992), 2576
- (5) U.Kirsh, Structure Optimization, 2 (1990), 39
- (6) D.E.Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley Publ.(1989)
- (7) R.L.Riche, R.T.Haftka, Proc. 33rd SDM Conf.,Vol.5 (1992), 2564
- (8) H.Sugimoto, Proc. Korea-Japan Joint Seminar on Structure Optimization, (1992), 1
- (9) R.T.Haftka, Z.Gurdal and M.P.Kamat, Element of Structural Optimization, 2nd Ed.(1990),307
- (10) R.A.Canfield, R.A.Grandhi and V.B.Venkaya, AIAA Journal, Vol.26 No.1(1988), 78