混合モード下き裂の破壊基準*

(第3報, 有限要素法による破壊パラメータ 任意方向 CED 評価に関する検討)

宇都宮 登雄^{*1}, 渡 辺 勝 彦^{*2}

Fracture Criterion of a Mixed-Mode Crack (3rd Report, A Study on Evaluation of Fracture Parameter CED in an Arbitrary Direction by Finite Element Method)

Takao UTSUNOMIYA and Katsuhiko WATANABE

In the series of papers, the authors proposed the fracture criteria for mode I (opening type) fracture and mode II (shear type) fracture in a mixed-mode crack based on the CED (crack energy density) in an arbitrary direction, $\mathcal{E}_\phi$, and the applicability of these criteria to mixed-mode crack has been investigated through the fracture experiments of specimens with an inclined crack under tensile/shear type loading. In this paper, the evaluation method of $\mathcal{E}_\phi$ by finite element method is studied. Elastic-plastic finite element analyses are carried out for the above mentioned fracture experiments and $\mathcal{E}_\phi$ and its contribution of each mode are evaluated by path-independent integrals and the method based on load-displacement curves. Based on the results, we examine the fundamental properties in the evaluation of $\mathcal{E}_\phi$ and so on in elastic case and, simultaneously, develop a practical method to evaluate $\mathcal{E}_\phi$ and so on in elastic-plastic case which makes the application of the fracture criteria to the fracture of a mixed-mode crack realistic and easy.

Key Words: Fracture Mechanics, Finite Element Method, Fracture Criterion, CED, Mixed-Mode Crack, Path-Independent Integral

1. 緒 言

著者らは, 前報までに混合モードき裂がモードI(開口)型で破壊^{**1}する場合の破壊クライテリオンとして任意方向CED $\mathcal{E}_\phi^{(1)}$ のモードI寄与分 $\mathcal{E}_\phi^I$ に基づく $\mathcal{E}_{\phi\max}^I$ クライテリオン, モードII(面内せん断)型で破壊^{**2}する場合には, モードII寄与分 $\mathcal{E}_\phi^{II}$ に基づく $\mathcal{E}_{\phi\max}^{II}$ クライテリオンを提案し, 引張り型荷重下あるいはせん断型荷重下の二次元傾斜き裂の破壊に基づいてその有効性を示してきた⁽²⁾⁽³⁾. さらにモードI型破壊が起こるかモードII型破壊が起こるかも判断できる混合モードき裂の破壊基準を導いた⁽³⁾. また $\mathcal{E}_{\phi\max}^I$ クライテリオンにおける破壊限界値となる, 材料固有のモードI型破壊抵抗値の, 実験より得られる荷重-変位曲線のみによる評価の可能性についても検討した⁽⁴⁾. そしてこれらいずれの検討においても, 破壊実験に対応する弾塑性有限要素解析を行って所要の破壊パラメータを評価し, それに基づきクライテリオンの有効性, 評価手法としての可能性を論じてきたが, それらパラメータの評価方法については別途論ずるとして具体的には示さ

ずにきた。

本論文は, 上記研究におけるそれら破壊パラメータの具体的評価法を示し, 所要パラメータを有限要素法により実用上十分な精度で評価するための方法について検討したものである. 具体的には引張り型, せん断型の二つの負荷様式の二次元傾斜き裂の破壊実験に対する有限要素弾塑性解析を行い, 径路独立積分⁽⁵⁾および荷重-変位曲線⁽⁶⁾により $\mathcal{E}_\phi$, $\mathcal{E}_\phi^I$, $\mathcal{E}_\phi^{II}$ を評価し, その結果に基づいて弾塑性領域でのパラメータ評価に関する基礎的検討を行うとともに, $\mathcal{E}_{\phi\max}^I$, $\mathcal{E}_{\phi\max}^{II}$ クライテリオンで重要となるき裂進展開始時の $\mathcal{E}_\phi^I$, $\mathcal{E}_\phi^{II}$ の最大値 $\mathcal{E}_{\phi\max}^I$, $\mathcal{E}_{\phi\max}^{II}$ 値およびそれらの値をとる ϕ 方向の実用上十分な精度での推定法を明らかにする。

引張り型荷重下の二次元傾斜き裂に関しては, これまでに有限要素弾塑性解析に基づいて, 径路独立積分および荷重-変位曲線による $\mathcal{E}_\phi$, $\mathcal{E}_\phi^I$ の評価に関する検討を行っている⁽⁷⁾. ここでは第1報の弾塑性破壊実験⁽²⁾に対応する有限要素弾塑性解析を行い, 弾塑性解析での評価検討を基礎として, 弾塑性問題における $\mathcal{E}_\phi$,

* 原稿受付 平成4年10月19日.

^{*1} 正員, 新居浜工業高等専門学校(〒792 新居浜市八雲町7-1).

^{*2} 正員, 東京大学生産技術研究所(〒106 東京都港区六本木7-22-1).

**1 破壊面において引裂きによってき裂が進展を開始したと判断される破壊.

**2 破壊面において面内せん断によるすべりによってき裂が進展を開始したと判断される破壊.

$\mathcal{E}_\varphi^I$ の径路独立積分および荷重-変位曲線による評価傾向, き裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ および $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向の評価手法について検討を行う. せん断型荷重下の二次元傾斜き裂の破壊実験⁽³⁾に対する有限要素解析では, やはり引張り型荷重下の弾性解析における評価検討結果を基礎とするが, 負荷様式が異なるのでまず弾性解析を行い, $\mathcal{E}_\varphi, \mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$ の径路独立積分および荷重-変位曲線に基づく方法による評価について基礎検討を行う. その後弾塑性解析まで拡張し, 塑性域での評価傾向およびき裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}}$ および $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}}$ となる φ 方向の精度よい評価手法について検討を行う.

2. 任意方向CEDの評価方法

ここでは, 任意方向CEDの評価法として提案している径路独立積分による方法⁽⁵⁾, 荷重-変位曲線による方法⁽⁶⁾について簡単に触れ, さらに, 次章以下の弾塑性問題における具体的な評価にあたっての基礎とした弾性領域で行われた任意方向CEDの評価に関する検討結果⁽⁷⁾をまとめておく.

2.1 径路独立積分による評価 図1に示す円状切欠きおよび半円状切欠きの先端の曲率半径 ρ を零にもっていった極限としてき裂を考える. この切欠きを有する二次元連続体を考え, X_1X_2 平面内において作用する外力によって平面ひずみあるいは平面応力状態が生じ, さらに X_3 方向の外力によって面外せん断が生じているものとする. このとき x_1 軸正の部分と x_3 軸とでなす半無限面 φ 面におけるCEDは,

$$\mathcal{E}_\varphi = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_\varphi(\rho) \quad (1)$$

ただし,

$$\mathcal{E}_\varphi(\rho) = \int_{\Gamma_0^+} W dx_2$$

で定義される⁽¹⁾. W はひずみエネルギー密度で,

$$W = \int_0^t \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

であり, $\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}$ はそれぞれ (x_1, x_2, x_3) 座標系において定義される応力, ひずみテンソル, 積分は現在の時刻 t まで実際の負荷履歴に従って行くことを意味している. Γ_0^+ は $\rho \rightarrow 0$ の極限でき裂端の一点になる切欠き端の径路 $\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-$ のうち $\rho \rightarrow 0$ の極限で φ 面に含まれる部分となる径路である. この任意方向CED $\mathcal{E}_\varphi$ は任意の構成則のもとで φ 面に関する各変形モード寄与分に分離でき

$$\mathcal{E}_\varphi = \mathcal{E}_\varphi^I + \mathcal{E}_\varphi^{\text{II}} + \mathcal{E}_\varphi^{\text{III}} \quad (3)$$

ここで $\mathcal{E}_\varphi^I, \mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}, \mathcal{E}_\varphi^{\text{III}}$ はそれぞれモードI, モードII, モードIII寄与分を表しており, $\mathcal{E}_\varphi$ およびこれらの量はそれぞれ構成則によらず径路独立な積分である

図1 円状切欠き, 半円状切欠きと積分径路

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{J\varphi}(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W n_1 - \int_0^t T_i du_{i,1}) d\Gamma \\ &\quad - \int_A \int_0^t \sigma_{ij,1} d\epsilon_{ij} dA \\ &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W n_1 - T_i u_{i,1}) d\Gamma \\ &\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij,1} d\sigma_{ij}) dA \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{J\varphi}^M(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W^M n_1 - \int_0^t T_\alpha^M du_{\alpha,1}^M) d\Gamma \\ &\quad - \int_A \int_0^t \sigma_{\alpha\beta,1}^M d\epsilon_{\alpha\beta}^M dA \\ &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W^M n_1 - T_i^M u_{i,1}^M) d\Gamma \\ &\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{\alpha\beta,1}^M d\epsilon_{\alpha\beta}^M - \epsilon_{\alpha\beta,1}^M d\sigma_{\alpha\beta}^M) dA \\ &\quad (M = \text{I, II}; \alpha, \beta = 1, 2) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{J\varphi}^{\text{III}}(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W^{\text{III}} n_1 - \int_0^t T_3 du_{3,1}) d\Gamma \\ &\quad - 2 \int_A \int_0^t \sigma_{3\alpha} d\epsilon_{3\alpha} dA \\ &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W^{\text{III}} n_1 - T_3 u_{3,1}) d\Gamma \\ &\quad - 2 \int_A \int_0^t (\sigma_{3\alpha} d\epsilon_{3\alpha} - \epsilon_{3\alpha,1} d\sigma_{3\alpha}) dA \end{aligned} \quad (6)$$

によって評価可能となる⁽⁵⁾. ここで Γ は図1において Γ_0^+ を囲む任意の径路, A は閉径路 $\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+$ によって囲まれる面積であり, T_i, u_i はそれぞれ表面力と変位, n_1 は方向余弦の x_1 方向成分, 上付きI, II, IIIはそれらの量がそれぞれ各モードに寄与する量であることを表して

おり、これらの量の具体的定義については文献(5)を参照されたい。

ε_φ , ε_φ^M 等は ρ を零とするときの極限であり、これらの値は厳密には有限な ρ を有する切欠き材に対して得られる $\varepsilon_{J\varphi}$, $\varepsilon_{J\varphi}^M$, $\varepsilon_{J\varphi}^H$ の ρ を零とするときの極限として求められるわけであるが、実際的には十分小さな ρ を有する切欠きに対する値をもって所要の値とすることができる⁽⁷⁾。

2.2 荷重-変位曲線による評価 図2に示す長さ a の直線切欠きを有する試験片と、材料、他の形状は同じであるが試験片中の切欠きが図2に破線で示す長さ Δa の屈折部を取り除いたときにできる屈折切欠きである二種類の試験片を考える。これらの試験片のそれぞれの切欠きを囲み、その形状が等しい任意の径路を取り(その表面を S とする)、この径路と切欠きで囲まれる体積を V および $V-\Delta V$ (ΔV は屈折部に相当する体積)とする。このとき二つの試験片の S 上の変位が単調に増加しかつその値が等しくなるように S 上に荷重を加えた場合の S で囲まれた領域のひずみエネルギーを U_1 , U_2 とすると

$$\varepsilon_\varphi(\rho) = -\frac{d(U_1 - U_2)}{d(\Delta a)} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{-\Delta U}{\Delta a} = \int_{\Gamma_0^+} W_1 dx_2 \quad (7)$$

なる関係が成り立ち、切欠きを囲む領域として試験片全体を取るとき、式(7)は $\varepsilon_\varphi(\rho)$ と荷重-変位曲線を結び付ける式であり、 $\varepsilon_\varphi(\rho)$ は $\Delta a = 0$ の試験片および Δa を変えた複数の試験片に対する荷重-変位曲線を求めればそれらによって評価できる⁽⁶⁾。

モードI(開口)型破壊が起こる場合に対する $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ クライテリオンは「破壊は $\varepsilon_{\varphi\max}^I = (\varepsilon^I)_i$ が満たされたとき $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向に起こる」として表される $[\varepsilon_{\varphi\max}^I]$ は ε_φ^I の最大値、 $(\varepsilon^I)_i$ はモードIき裂のき裂進展開始時の $\varepsilon_{\varphi=0^\circ}^I$ 値⁽²⁾。同様にモードII(面内せん断)型破壊が起こる場合の $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ クライテリオンは「破壊は $\varepsilon_{\varphi\max}^H = (\varepsilon^H)_i$ が満たされたとき $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ となる φ 方向に起こる」として表される $[\varepsilon_{\varphi\max}^H]$ は ε_φ^H の最大値、 $(\varepsilon^H)_i$ はき裂進展開始時の ε_φ^H の破壊限界値⁽³⁾。したがってこれらのクライテリオンにおいて評価が必要なのは、 $\varepsilon_{\varphi\max}^I$, $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ 値およびき裂進展方向を表すそれらの値をとる φ 方向である。これらの値は一般に前節の径路独立積分による ε_φ , ε_φ^I , ε_φ^H の評価をもとに求められるが、特に $\varepsilon_{\varphi\max}^I$, $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ については、何らかの方法でそれらの値をとる φ 方向が得られておればその方向においては $\varepsilon_{\varphi\max}^I \approx \varepsilon_\varphi$, $\varepsilon_{\varphi\max}^H \approx \varepsilon_\varphi$ となることが予想され(直観的にもわかることであるが弾性問題においての $\varepsilon_{\varphi\max}^I \approx \varepsilon_\varphi$ については既に確認されている⁽⁷⁾)、式(7)の関係から $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ あるいは $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ を評価するということが考えられる。

図2 直線切欠きと屈折切欠き

2.3 弾性領域での ε_φ などの評価検討結果のまとめ
さきに引張り型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の有限要素弾性解析に基づいて ε_φ , ε_φ^I を評価し、その結果と応力拡大係数と ε_φ , ε_φ^I などの関係式⁽¹⁾から得られる理論値とを比較することにより、それらの評価に関し以下事項が導かれている⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

(1) 切欠きの曲率半径 ρ の大きさは、円状切欠きで $\rho/W = 0.0014$ 程度、半円状切欠きで $\rho/W = 0.0057$ 程度(W : 試験片幅)を採用すればよい。

(2) $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向は円状切欠きを用いて得られた $\varepsilon_{J\varphi}$, $\varepsilon_{J\varphi}^I$ 積分値により精度よく推定できる。

(3) ε_φ は、き裂形状を用いた荷重-変位曲線に基づく方法により得られた、屈折部の長さ $\Delta a/a = 0.08 \sim 0.11$ に対する $\varepsilon_\varphi^{\Delta a} = -\Delta U/\Delta a$ [式(7)参照]を $\Delta a \rightarrow 0$ に外そうすることにより精度よく評価できる。また $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向で $\varepsilon_{\varphi\max}^I \approx \varepsilon_\varphi$ なる関係が確認され、 $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向の ε_φ によって $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ を近似的に評価できる。そしてそれらを総合するとき、 $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ 値および $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ となる φ 方向の現実的かつ実用上十分な精度をもつての推定法として、まず円状切欠きにより得られた $\varepsilon_{J\varphi}^I$ 積分値と φ の関係から $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向を決定し、この得られた φ 方向に屈折部を有する屈折き裂と直線き裂から得られる荷重-変位曲線に基づいて $\varepsilon_\varphi(\approx \varepsilon_{\varphi\max}^I)$ を評価することが考えられる。

3. 引張り型荷重下の傾斜き裂の破壊 に対する $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ 評価

ここでは、Al2024-T3合金を用いた引張り型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験⁽²⁾に対応する有限要素弾塑性解析を行い、2.3節で述べた弾性領域での ε_φ 等の評価に関わる事項を念頭に弾塑性領域での ε_φ , ε_φ^I の傾向の変化について調べ、 $\varepsilon_{\varphi\max}^I$ 評価についての検討を行う。なお荷重-変位曲線に基づく材料固有のモードI型破壊抵抗値の実験的評価に関する研究⁽⁴⁾において、実験により得られた $\varepsilon_\varphi(\approx \varepsilon_{\varphi\max}^I)$ 値の比較対象として用いた ε_φ 値はここに示す方法で評価されたものである。

図6 $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ と荷重点変位との関係

弾性領域では円状切欠きあるいは半円状切欠きを用いた場合でかなり異なっていたが⁽⁷⁾, 塑性変形の進んだき裂進展開始時では, 円状切欠き, 半円状切欠きで弾性範囲での関係に比べてその分布の差は小さくなっているようである. 表1は, 図5(a), (b)から推定される $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ の値($\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ クライテリオンではき裂進展開始方向と推定される)を示しており, 円状切欠きおよび半円状切欠きではほぼ同じ値となっているのがわかる. このように, 塑性変形の進んだところでは $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ の値(き裂進展開始方向)は円状, 半円状どちらの切欠きでも推定できるとしてよいようである.

3.3 塑性領域での $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ の評価 弾性領域での検討結果⁽⁷⁾, また前節での弾塑性領域における $\mathcal{E}_{J\varphi}^I$ 積分値と φ の関係からわかるように一般に $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向で $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I \approx \mathcal{E}_{\varphi}$ としてよいようである. したがって弾性の場合に限らず, $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向の荷重-変位曲線に基づく方法による $\mathcal{E}_{\varphi}$ 値をもって $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ 値とすることが考えられ, 弾性の場合には確認されているが⁽⁷⁾, 切欠き端での状況の差異はあまり荷重-変位曲線に影響を及ぼさないことから, 一般に荷重-変位曲線による

$\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ 値(実際は $\mathcal{E}_{\varphi}$ 値)は径路独立積分による値より安定した精度良いものとなることが期待できる. そこで, ここでは荷重-変位曲線による $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ ($\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向は $\mathcal{E}_{J\varphi}^I$ 積分より求め, その φ 方向に対して評価された $\mathcal{E}_{\varphi}$)を基準とし, 径路独立積分による $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ の弾塑性領域での評価精度について検討する. 図6は, それぞれ荷重点変位に対する円状切欠きおよび半円状切欠きを用いて径路独立積分により求めた $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ の値の変化を荷重-変位曲線によるものと比較したものである. 弾性領域では, 円状切欠きを用いて評価された $\mathcal{E}_{J\varphi}$, $\mathcal{E}_{J\varphi}^I$ 積分値は, $\alpha, -\varphi$ が大きい領域で理論値より大きく算出されたが, 図6において, 円状切欠きでは α が大きいとき荷重点変位が大きくなっても径路独立積分による値は荷重-変位曲線による値より大きく算出されており, 弾性領域の傾向は弾塑性領域に入っても続いているのがわかる. 半円状切欠きでは, 径路独立積分による値は荷重-変位曲線による値と良くあっており, 荷重点変位に対する変化の傾向もほぼあっていることがわかる.

以上のことから, き裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ 値およびその値となる φ 方向は,

- (1) 円状あるいは半円状切欠きにより得られた $\mathcal{E}_{J\varphi}^I$ 積分値と φ の関係から $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向を求める.
- (2) その φ 方向に対して荷重-変位曲線に基づき $\mathcal{E}_{\varphi}$ ($\approx \mathcal{E}_{\varphi\max}^I$)を決定するか, あるいは半円状切欠きを用いた $\mathcal{E}_{J\varphi}^I$ 積分値から $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ 値を決定する.

という方法により実用上十分な精度で評価できると考えられる.

4. セン断型荷重下の傾斜き裂の破壊に対する $\mathcal{E}_{\varphi\max}^H$ 評価

せん断型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験では条件によりモードI型破壊もモードII型破壊も起こり得るので⁽³⁾, $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$, $\mathcal{E}_{\varphi\max}^H$ の両方の評価が必要となる. ここではまず理論解との比較が可能であるという観点からせん断型荷重下の弾性有限要素解析を行い, 続いて実際の破壊実験に対応する有限要素解析を行って, $\mathcal{E}_{\varphi\max}^I$ の評価については基本的に前章の検討結果が適用できると考えられるので, $\mathcal{E}_{\varphi\max}^H$ 値および $\mathcal{E}_{\varphi\max}^H$ となる φ の評価を中心に検討を行う.

4.1 解析対象および方法 セン断型荷重下の試験片においては試験片において実際に実現される境界条件ははっきりしないので, 図7に示すき裂端をほぼ中心として囲む6mmの四角形(図中に破線で示す)内部のみに注目し, その境界に, 破壊実験中に実測した四角形の辺上の変位を強制変位として課すことにより四角形領域に対する有限要素解析を行った. 解析は三角形

図7 き裂端周りの領域

定ひずみ要素を用い、平面応力状態を仮定した。 $\varepsilon_\varphi, \varepsilon_\varphi^H$ 等は径路独立積分式(4),(5)により評価し、 ε_φ については荷重-変位曲線に基づき式(7)によっても評価した。 α は実験に対応して $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ の3種類であり、径路独立積分による評価では切欠き形状として円状切欠きおよび半円状切欠きを用い、切欠きの曲率半径 ρ は引張り型荷重下での検討⁽⁷⁾においてほぼ十分小さな値と判断した円状切欠き $\rho/W = 0.00143$, 半円状切欠き $\rho/W = 0.00571$ とした。要素数および節点数は円状切欠きで1360要素, 742節点であり, 半円状切欠きで950要素, 522節点である。荷重-変位曲線に基づく方法では切欠き端の形状はあまり荷重-変位曲線に影響をおよぼさないということがあるので⁽⁷⁾, 要素分割が容易なき裂形状($\rho = 0$)を用い, 要素数および節点数は1064要素, 567節点である。供試材の材料定数は引張り型荷重下のもと同じある。

4.2 弾性領域での ε_φ および ε_φ^H 評価 図8は, ひとつの要素が降伏した, すなわち弾性最後の段階における円状切欠きおよび半円状切欠きに対する $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^H$ 積分値と φ の関係を示している。図中の実線および破線は, 円状切欠きの場合の $\varphi = 0^\circ$ 方向(き裂の直進方向)の $\varepsilon_{J\varphi}^I, \varepsilon_{J\varphi}^H$ 積分値($\varepsilon_{J\varphi=0^\circ}^I, \varepsilon_{J\varphi=0^\circ}^H$ (線形弾性ではそれぞれ J 積分 J_I, J_{II} 積分に等しい⁽⁵⁾)により

$$(\varepsilon_{J\varphi=0^\circ}^I)_e = \frac{(K_I)_e^2}{E}, \quad (\varepsilon_{J\varphi=0^\circ}^H)_e = \frac{(K_{II})_e^2}{E} \quad (8)$$

の関係から求められる応力拡大係数 $(K_I)_e, (K_{II})_e$ を $\varepsilon_\varphi, \varepsilon_\varphi^H$ と応力拡大係数の関係式⁽¹⁾に適用して求めた理論値

(a) 円状切欠き

(b) 半円状切欠き

図8 $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^H$ 積分値と φ の関係

[$(K_I)_e, (K_{II})_e$ により求まる変位に拘束した場合]

である。この図より、円状切欠きでは $\varepsilon_\varphi, \varepsilon_\varphi^H$ とも $\varphi < 0$ の領域では比較的理論値と一致しているが、 $\varphi > 0$ の領域では φ が大きくなるにしたがって ε_φ は理論値よりも大きくなり、 ε_φ^H は小さく算出されている。半円状切欠きでは、 φ に対する $\varepsilon_\varphi, \varepsilon_\varphi^H$ とも全体的に理論値より18%程度小さく算出されているが、全体的な φ に対する変化の傾向はかなりよくあっているようである。またこれらの図の理論値から、 $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ となる φ 方向で $\varepsilon_{\varphi\max}^H \approx \varepsilon_\varphi$ が成り立つことがわかる。したがって、 $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ となる φ 方向に対して荷重-変位曲線により ε_φ を求めるとそれは近似的に $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ を評価していることになる。

図9は、切欠き周りの領域周囲の荷重-変位曲線から求めた $\varepsilon_\varphi^{\Delta a}$ と屈折き裂の屈折部 Δa の長さの関係の例としてほぼ $\varepsilon_{\varphi\max}^H$ となる φ 方向のものを示している。さらにこの図において、 $\Delta a/a = 0.07 \sim 0.11$ 程度の屈折部の長さに対して得られた $\varepsilon_\varphi^{\Delta a}$ を外そうした値と理論値を表2に比較している。この表より、荷重-変位曲線より得られた ε_φ 値は理論値とかなりあっており、 ε_φ 値

表2 荷重-変位曲線による ε_φ 値と理論値との比較 図9 $\varepsilon_{\Delta a}$ と $\Delta a/a$ の関係

(近似的に $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ となる)は実用的には十分な精度で求めることができる。ここで図8の結果は $\varepsilon_{J\varphi}$, $\varepsilon_{J\varphi}^H$ 値は十分な精度では得られていないことを示しているが、これは ρ/W の値として引張り型荷重下の場合においては十分であったということで円状切欠き $\rho/W = 0.00143$, 半円状切欠き $\rho/W = 0.00571$ を用いたわけであるがせん断型荷重下では十分ではなかったことによるものと考えられ、より小さな ρ を用いることにより結果は改善されるものと考えられる。しかしそのような扱いは要素分割の困難さ、要素数の増大から必ずしも実際的ではなく、幸いここで行った程度の計算でも半円状切欠きの場合には $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ の方向はほぼ正確に評価できること、また ε_φ については荷重-変位曲線からかなり正確に評価できることを生かして行くのが現実的と考えられる。なおここでは省略しているが、 ε_{φ}^I , $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$ についても同様の結果が得られている。

以上のことから、せん断型荷重下の場合 $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ 値およびそれらの値をとる φ 方向は

- (1) 半円状切欠きにより得られた $\varepsilon_{J\varphi}^I$, $\varepsilon_{J\varphi}^H$ 積分値と φ の関係から $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ となる φ 方向を求める。
- (2) その φ 方向に対して荷重-変位曲線に基づく ε_φ ($\approx \varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$ あるいは $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$)から近似的に $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ 値を決定する。

といった方法により推定できると思われる。

4.3 き裂進展開始時の $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ および $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ となる φ の推定 前節の弾性領域で検討した事項を基礎として、有限要素弾塑性解析をき裂進展開始時の変位状態まで行い、 $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ 値およびそれらの値となる φ 方向を

図10 せん断荷重-せん断変位曲線 ($\alpha=30^\circ$)

推定する。図10は、実験によるせん断型荷重-せん断変位曲線と有限要素解析によるものとを比較したものである。荷重は X_1 軸方向のせん断型荷重、せん断変位としては、き裂端の上下点(図7に①, ②で示した点)の X_1 軸方向のせん断に関与する変位をとっている。この図より、実験と有限要素解析によるものは少なくとも全体的挙動についてはかなり一致していることがわかる。

図11は、き裂進展開始時における $\varepsilon_{J\varphi}$, $\varepsilon_{J\varphi}^H$ 積分値と φ の関係を示している。これより円状切欠きと半円状切欠きで得られた ε_φ , ε_φ^H の φ に対する分布は多少異なっており、円状切欠きでは例えば $\alpha = 15^\circ$, $\varphi \leq -30^\circ$ の場合のように φ に対しなめらかな変化をしていないようなところも見える。き裂進展時のように変形が大きくなると、せん断型荷重下で円状切欠きを用いる場合、微小変形理論のもとであっても図12に示すように円形の切欠き先端部を押しつぶすような変形となり、 $\rho=0$ のき裂の場合に想定される状態とかなり異なってくる。円状切欠きの ε_φ , ε_φ^H の分布にはこの影響が出ていると思われる。半円状切欠きでは、このようなことはなくせん断型荷重下でもせん断変形を無理なく表すことができると考えられ、 $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ および $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ となる φ 方向は半円状切欠きを用いた場合の結果に基づいて推定するのがよいと考えられる。表3には半円状切欠きに対する $\varepsilon_{J\varphi}^I$ の φ に対する分布(ここでは省略している)および図11(b)から読み取った $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ となる φ 方向を示す。表4には半円状切欠きを用いた径路独立積分により評価された $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ 値とそれらの値となる φ 方向の径路独立積分により評価された ε_φ 値および荷重-変位曲線により評価された ε_φ 値を示している。この表から、それらの値はよく一致しており、せん断荷重下のき裂進展開始時の $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^I$, $\varepsilon_{\varphi_{\max}}^H$ 値は、半円状切欠きを用いた $\varepsilon_{J\varphi}^I$, $\varepsilon_{J\varphi}^H$ 積分値と荷重-変位曲線に基づく ε_φ 値

(a) 円状切欠き

(b) 半円状切欠き

図11 $E_{J\varphi}$, $E_{J\varphi}^{II}$ 積分値と φ の関係(き裂進展開始時)

図12 せん断荷重下の円状切欠き, 半円状切欠きの変形

から評価できること, すなわち弾性領域では半円状切欠きを用いた $E_{J\varphi}$ 積分値などはここで用いた ρ/W の値では理論値よりやや小さく算出されていたが, 弾塑性領域ではここで用いた ρ/W の値程度でもそれらは引張り型荷重下の場合と同様に精度よく求まるようになっているのがわかる。

以上のことからき裂進展開始時では, $E_{\varphi\max}^I$, $E_{\varphi\max}^{II}$ と

表3 $E_{\varphi\max}^{II}$ および $E_{\varphi\max}^I$ となる φ 方向

α	φ FOR $E_{\varphi\max}^I$	φ FOR $E_{\varphi\max}^{II}$
0°	62°	-4°
15°	48°	-14°
30°	30°	-33°

表4 径路独立積分および荷重-変位曲線に基づく $E_{\varphi\max}^{II}$ 値および $E_{\varphi\max}^I$ 値

α	$E_{\varphi\max}^{II}$		
	LOAD-DISPLACEMENT CURVES	PATH-INDEPENDENT INTEGRAL	
	E_{φ} (J/mm ²)	E_{φ} (J/mm ²)	E_{φ}^{II} (J/mm ²)
0°	0.025	0.025	0.025
15°	0.024	0.023	0.023
30°	0.023	0.027	0.027

α	$E_{\varphi\max}^I$		
	LOAD-DISPLACEMENT CURVES	PATH-INDEPENDENT INTEGRAL	
	E_{φ} (J/mm ²)	E_{φ} (J/mm ²)	E_{φ}^I (J/mm ²)
0°	0.026	0.023	0.023
15°	0.036	0.035	0.032
30°	0.031	0.033	0.033

なる φ 方向の求め方は前節の弾性領域での方法の (1) と同じとして, (2) の部分を

(2) (1) で求めた $E_{\varphi\max}^I$, $E_{\varphi\max}^{II}$ となる φ 方向に対して荷重-変位曲線に基づく E_{φ} 値および半円状切欠きを用いた $E_{J\varphi}$, $E_{J\varphi}^{II}$ 積分値から $E_{\varphi\max}^I$, $E_{\varphi\max}^{II}$ 値を決定する。として評価できることがわかる。またこの方法は, 3章の引張り型荷重下での実際の推定法と, 円状切欠きを用いた径路独立積分の果たす役割には差があるがほぼ同じであることがわかる。

5. 結 言

引張り型荷重下およびせん断型荷重下の二次元傾斜き裂試験片に対する有限要素弾塑性解析を行い, 径路独立積分および荷重-変位曲線に基づいて E_{φ} , E_{φ}^I , E_{φ}^{II} を評価し, それらの結果をもとに $E_{\varphi\max}^I$, $E_{\varphi\max}^{II}$ クライテリオンにおいて重要であるき裂進展開始時の $E_{\varphi\max}^I$, $E_{\varphi\max}^{II}$ 値およびそれらの値となる φ 方向の有限要素法に基づく実際の推定法を示した。この推定法により求められた値が各クライテリオンの有効性の検討に用いられる。

文 献

- (1) 渡辺・塩見, 機論, 49-446, A (1983), 1277.
- (2) 宇都宮・渡辺, 機論, 57-542, A (1991), 2366.
- (3) 宇都宮・渡辺, 機論に掲載予定.
- (4) 宇都宮・渡辺, 機論, 58-545, A (1992), 99.
- (5) 渡辺・宇都宮, 機論, 53-491, A (1987), 1285.
- (6) 渡辺・宇都宮・平野, 機論, 54-503, A (1988), 1383.
- (7) 宇都宮・渡辺, 機論, 55-516, A (1989), 1832.
- (8) WATANABE, K. and UTSUNOMIYA, T., *Int. Jour. Pres. Ves. & Piping*, 44 (1990), 175.