混合モードにおける平板貫通き裂の進展下限界* (応力比および負荷形式の影響)

江 上 登^{*1}, 北岡 征一郎^{*2}, 日比野 有高^{*3}

Propagation Threshold of a Through Crack in a Plate under Mixed Mode (Effects of Stress Ratio and Loading Type)

Noboru EGAMI, Seiichiro KITAOKA and Aritaka HIBINO

In order to examine the effect of stress ratio and the difference in loading type on the frictional force acting on a crack surface, fatigue tests under mixed mode are carried out. Namely, a plate specimen made of SK-5 carbon steel with a center through crack at a 90° angle to the specimen axis is used for combination tests of plane bending and cyclic torsion with various stress ratios and that at 52°, 57° and 63° angle is used for plane bending tests. The warping of the plate by torsion is one of the main factors responsible for the frictional force under mixed mode and the warping at the threshold of crack propagation becomes remarked with the decrease of plate thickness. Thus, the difference between the threshold stress obtained and that calculated using the strain energy density criterion increases with the decrease in plate thickness. On the other hand, the increase in stress ratio cancels the effect of frictional force.

Key Words: Fatigue, Mixed Mode, Crack Propagation Threshold, Frictional Force, Stress Ratio, Warping, Strain Energy Density Criterion

1. 結 言

機械・構造物の構成要素には、単軸あるいはねじりのような単純な負荷よりも、これらの組合せ負荷が作用する場合が多く⁽¹⁾、構成要素中の潜在き裂や微視的あるいは巨視的欠陥から発生するき裂は、混合モードの変位様式におかれることが少なくない。したがって、このような変位様式を受けるき裂の進展条件の検討は、強度設計の観点からも重要な課題となる⁽²⁾。

著者らは、前報^{(3)~(5)}までにおいて炭素工具鋼 SK-5 材平板中に表面あるいは貫通き裂を作製し、曲げ・ねじり組合せ負荷の作用により混合モード変位様式となる場合を対象として、両振り ($R=-1$) に対する進展下限界条件に検討を加えた。この結果、ねじり変形のもとでは、き裂面に作用する摩擦力によりモード II の有効変位が減少し、これがモード II 変位を含む変位様式の下限界応力に顕著な影響を与えること；したがって、混合モード下におけるき裂進展の下限界応力の推定には、摩擦力が作用しない場合に使用材料に対して

適用可能な S_{min} 基準⁽⁶⁾ を用い、曲げおよびねじりの試験結果から、き裂面摩擦力の作用下における K_{II} の補正係数間の実験的關係を導き、この関係と曲げあるいはねじりに対する進展の下限界応力曲線を利用し、再度 S_{min} 基準を適用する必要があることを明らかにした⁽³⁾⁽⁴⁾。

さらに、成長粒子銅薄膜ひずみゲージ⁽⁷⁾ を用い、ねじりによりモード II 変位様式となるき裂の K_{II} を計測して、き裂面摩擦力の作用により K_{II} の補正係数 Ψ が理論値よりも低下することを実証し、測定された Ψ を用いれば、 S_{min} 基準により求められる曲げ・ねじり組合せ負荷のき裂進展の下限界応力は実験結果とほぼ一致することなどを明らかにした⁽⁵⁾。

ところで、き裂面の接触によって生ずるき裂面摩擦力に影響を及ぼす因子としては、応力比⁽⁸⁾、負荷形式などがあげられる。すなわち、平板にねじりモーメントを与えた場合には^{(3)~(5)}、warping によるき裂面のゆがみが生じ⁽⁹⁾、これがき裂面摩擦力に影響を及ぼす要因になると考えられる。また、どの度合が作用応力に支配されることと、き裂進展の下限界応力は板厚と関連することから⁽⁴⁾、前報までの負荷形式ではき裂進展の下限界において、き裂面に作用する摩擦力は板厚の影響を受けるものと考えられる。

* 原稿受付 平成 4 年 11 月 20 日。

*¹ 正員、名城大学理工学部(〒468 名古屋市天白区塩釜口)。

*² 正員、鳥取大学工学部(〒680 鳥取市湖山南)。

*³ 学生員、名城大学大学院。

以上の観点から本報では、応力比や負荷形式の相違が、き裂進展の下限界応力に及ぼす影響を検討することを目的とした。

すなわち、板厚の異なる試験片に前報までと同様の

図1 試験片の形状・寸法

図2 き裂進展の下限界応力に及ぼす応力比の影響
(曲げ・ねじり混合モード)

方法により貫通き裂を作製し、種々の応力比 R で曲げ・ねじり組合せ試験を実施し、き裂進展の下限界応力と R の関係を調査するとともに、各 R に対してき裂先端部近傍のモードII変位を電子顕微鏡を用いて測定し、き裂面摩擦力に及ぼす応力比の効果を検討した。

また、前報までの平面曲げとは異なり、種々の曲げ・ねじり組合せ負荷によって平板中央に試験片の軸と種々の角度を有する斜め貫通き裂を作製し、この試験片に平面曲げ試験を実施し、warping を伴わない混合モード変位様式をき裂に与え、前報までの結果と比較し、き裂面摩擦力に及ぼす負荷形式の相違の効果を検討した。さらに、成長粒子銅薄膜ひずみゲージにより得られた $\Psi^{(5)}$ を用いてこの試験結果を検証した。

2. 試験片および試験機

試験片素材は、前報と同一のSK-5、板厚6mmのみがき特殊帯板である。研削により板厚 $h=2, 3$ および4mmとした後、図1に示す形状・寸法の試験片に加工した。試験片に対する仕上げおよび熱処理は、前報までと同一であり、試験機には98 N・m 共振形疲労試験機(33 Hz)を使用した。

3. 曲げ・ねじり混合モードのき裂進展の下限界に及ぼす応力比の影響

3.1 実験方法 板厚 $h=2$ および4mmの図1の試験片に対し、平面曲げにより貫通き裂⁽⁴⁾を作製し、電解研磨および640°C、1hの真空焼なましを施した。試験機のトルク棒と試験片の長手方向のなす角度 ϕ を $\phi=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ および 90° の4種類に設定し、応力比 $R=-1, 0$ および0.5に対してき裂進展の下限界応力を調査した。なお、き裂進展の判定方法および判定基準は前報までと同一である。

3.2 実験結果および考察 図2(a), (b)に、 $R=-1$ の前報までの結果と併せて各板厚に対するき裂進展の下限界応力振幅とき裂長さ $2a$ の関係を示す。図の縦軸は混合モード下で作用するせん断応力振幅 $\Delta\tau$ である⁽³⁾⁻⁽⁵⁾。き裂進展の下限界応力曲線は R の上昇につれて低下し、いずれの R においても ϕ が同一であれば、板厚の薄い $h=2\text{ mm}$ のほうが高くなる。

き裂進展の下限界応力に及ぼすき裂面摩擦力の効果が最も顕著であった $h=2\text{ mm}$ ⁽⁴⁾ に対するき裂進展の下限界応力曲線の実験値(実線)と摩擦力の作用を無視した計算値(破線)を図3に示す。計算値は表面き裂⁽⁴⁾に対するNewman-Rajuの式⁽¹⁰⁾および理想き裂⁽⁴⁾に対するWangの数値解⁽¹¹⁾に基づき、前報の手法⁽⁴⁾を

利用して求めた貫通き裂の K_{I1} , K_{II1} の補正係数と、各 R の平面曲げ ($\phi=90^\circ$) の下限界応力曲線を用い、 $\phi=90^\circ$ に対するひずみエネルギー密度係数幅の最小値 $\Delta S_{\min}$ と曲げ・ねじり混合モードにおける $\Delta S_{\text{mix-min}}$ を等しいとして、前報の手順で⁽³⁾ $S_{\min}$ 基準により得られたものである。実験値は計算値よりも高いが、 R の上昇につれて次第に差が減少し、 $R=0.5$ では、ほぼ一致する。これは、曲げ・ねじり組合せ負荷に対するき裂進展の下限界において、き裂面に作用する垂直応力の最大値 $\sigma_{\max}$ が R とともに上昇して COD を増加させるため、き裂面接触によるモード II 変位に対するき裂面摩擦力を減少させることによるものと考えられる。

この点を確認するため、紙やすりによりき裂に直交する条痕を与え、静的負荷に対するき裂先端より 3 mm までの状況をレプリカに転写し、SEM により倍率 3 000 倍で写真撮影し、最終倍率を 10 000 倍としてき裂面のずれを測定した(図 4)。

$R=0$ および 0.5 における Δu_R (進展下限界のモード II 変位量) / τ_R (進展下限界せん断応力) が、 $R=-1$

図 3 き裂進展の下限界応力の実験値と計算値 (板厚 $h=2$ mm)

図 4 SEM によるモード II 変位の測定状況の一例 (板厚 $h=2$ mm, $2a=8.25$ mm)

における値 ($\Delta u_{-1}/\tau_{-1}$) を基準にして R により変化する状況を図 5 に示す。摩擦力が作用しなければ、この値は一定値となるから、縦軸の値は 1 となる。しかしながら、 $R=0$ および 0.5 では常に 1 よりも大きく、特に $R=0.5$ のき裂先端部近傍で著しく大きくなる。この結果は、き裂面粗さやき裂の折れ曲がり、さらには warping に起因したき裂面摩擦力によりモード II 変位が拘束される度合が R の上昇に伴う応力成分 $\sigma_{\max}$ およびこれと関連する COD の増加により緩和され、モード II 変位が有効に作用するとした上述の考察の裏付けになっているといえる。

4. 混合モードき裂進展に及ぼす 負荷形式の影響

4.1 実験方法 試験機のトルク棒と図 1 の試験片の長手方向のなす角度 ϕ を $\phi=30^\circ$, 45° および 60° に設定し、曲げ・ねじり組合せ負荷を与えて試験片中央に斜め貫通き裂を作製した。3 章と同様の処理を施した後、応力比 $R=-1$ で平面曲げ ($\phi=90^\circ$) 試験を実施して、き裂進展の下限界応力を調査した。

4.2 実験結果および考察

4.2.1 平面曲げを受ける斜め貫通き裂の進展下限界応力 表 1 に予き裂の発生方向を示す。ここに、 ϕ_s は前述の試験片取付角度、 β は試験片の長手方向と予き裂の発生方向のなす角度であり、30 本のき裂による平均値を示す。

斜め貫通き裂を有する平板に繰返し曲げモーメント M が作用すれば、き裂に垂直および平行な面内に生じる最大曲げ応力および最大せん断応力振幅 $\Delta\sigma$, $\Delta\tau$

図 5 モード II 変位に及ぼす応力比の影響 (板厚 $h=2$ mm, $2a=8.25$ mm)

は,

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma &= 6M \sin^2 \beta / bh^2 \\ \Delta\tau &= 6M \sin \beta \cos \beta / bh^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

一方、板の長手方向と直交する貫通き裂を有する平板がねじりモーメント T_0 の作用軸と角度 ϕ をなす前報までの曲げ・ねじり組合せ負荷に対する最大曲げおよび最大せん断応力振幅 $\Delta\sigma$, $\Delta\tau$ は,

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma &= 6T_0 \sin \phi / bh^2 \\ \Delta\tau &= T_0 \cos \phi / \xi bh^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

式(1)と式(2)は形式が異なる。すなわち、 ϕ と β が等しくても、き裂面に作用する $\Delta\sigma$ と $\Delta\tau$ の割合は等しくならず、本報の結果を前報までの結果と比較する場合にはこの点を考慮する必要がある。そこで、両者において $\Delta\sigma$ と $\Delta\tau$ の割合が等しくなる β と ϕ の関係を式(1)および式(2)より求めれば,

$$\tan \beta = 6\xi \tan \phi \dots\dots\dots (3)$$

$\Delta\sigma/\Delta\tau$ が表1の β における値と等しくなる ϕ を求め、表2に示す。なお、式(3)の ξ は断面形状に依存するから⁹⁾、同一の β に相当する ϕ は板厚により若干相違する。ただし、その相違はわずかであり、以後の記述には表2の表示角度を用いることにした。

図6(a)~(c)に、 $\beta=52^\circ$, 57° および 63° に対し、各板厚の試験片において得られたき裂進展の下限界応力振幅とき裂長さ $2a$ の関係を示す。縦軸の応力振幅は、式(1)のせん断応力振幅 $\Delta\tau$ であり、記号の表示法は図2と同一である。図から明らかなように、き裂進展の下限界応力は、板厚、き裂長さおよび β の増加につれて低下する傾向を示す。

4・2・2 き裂進展の下限界に及ぼす負荷形式の影響

曲げ・ねじり組合せ負荷を受ける平板中のき裂の進展には、き裂面に作用する摩擦力が影響を及ぼし、この要因の一つとして板の warping によるき裂面のゆがみが考えられる。そこで、warping の有無がき裂進展

の下限界に及ぼす影響を検討してみた。この際、ねじりを受ける平板の貫通き裂に対し、成長粒子銅薄膜ゲージにより得られたモードII補正係数 $\Psi^{(5)}$ が、平面曲げに対する斜め貫通き裂のモードII変形に適用できるか否かについても調査した。

図7(a)~(c)に、 $\beta=52^\circ$, 57° , 63° および前報までに得られた $\phi=30^\circ$, 45° , 60° におけるき裂進展の下限界応力曲線の実験値を実線で示す。また、破線および二点鎖線は、それぞれ ϕ および β について前報までと同様の手順⁴⁾ で S_{min} 基準により求めたき裂面摩擦力を考慮した下限界応力の計算値である。

曲げ・ねじり組合せ負荷(ϕ)に対しては、この計算値

(a) 板厚 $h=2$ mm

(b) 板厚 $h=3$ mm

(c) 板厚 $h=4$ mm

図6 斜め貫通き裂の進展下限界応力

表1 予き裂の発生角度

ϕ_s°	30	45	60
β_m°	52	57	63

表2 き裂角度 β に対応する角度 ϕ

Crack angle β	$h=2$ mm	$h=3$ mm	$h=4$ mm	Indication angle ϕ
	Angle ϕ	Angle ϕ	Angle ϕ	
52°	33.12°	33.36°	33.69°	33°
57°	38.13°	38.38°	38.73°	38°
63°	45.01°	45.27°	45.63°	45°

は実験値と良好な一致を示すが⁽⁴⁾, 斜め貫通き裂の平面曲げ(β)に対しては必ずしも一致しない。すなわち,

(a) 板厚 $h=2$ mm

(b) 板厚 $h=3$ mm

(c) 板厚 $h=4$ mm

図7 き裂面摩擦力を考慮したき裂進展の下限界応力の計算値と実験値

$h=3$ および 4 mm では両者の相違はわずかであるが, $h=2$ mm では実験値は明らかに計算値よりも低下する。また, β と ϕ の実験値を比較してみると, $\phi=45^\circ$ に相当する $\beta=63^\circ$ の実験値は $\phi=45^\circ$ における下限界応力曲線よりも低下し, この傾向は板厚が薄い場合に明確に認められる。さらに, $h=2$ mm では $\phi=33^\circ$ に相当する $\beta=52^\circ$ の結果が $\phi=45^\circ$ とほぼ一致している。

この点をさらに明確にするため, $h=2$ mm および 4 mm, $2a=10$ mm を例にとり, ϕ の実験値(○印), き裂面摩擦力を考慮した計算値(実線)および β の実験値(●印)の関係を示せば, 図8となる。 $h=4$ mm では, ϕ のみならず β の実験値も計算値とほぼ一致するが, $h=2$ mm では β の実験値は明らかに計算値より低くなる。

すなわち, 応力比やモード I, モード II の応力成分の割合が等しくても, 斜め貫通き裂の平面曲げと貫通き裂の曲げ・ねじり組合せ負荷では, き裂進展の下限界応力曲線が異なり, 同一き裂長さの下限界応力は前者のほうが低くなる傾向がある。また, この傾向は板厚の減少とともに顕著になるといえる。

貫通き裂を有する平板の曲げ・ねじり組合せ試験で

(a) 板厚 $h=2$ mm

(b) 板厚 $h=4$ mm

図8 ϕ および β に対するき裂進展の下限界応力と き裂面摩擦力を考慮した計算値

は、斜め貫通き裂を有する平板の平面曲げ試験とは異なり、モードII変位に対するき裂面摩擦力の要因の一つとなる板の warping が生ずる。また、warping の度合はせん断応力に比例し、き裂進展の下限界では板厚 $h=2\text{ mm}$ の場合が最も大きくなるのが図7、8の結果をもたらしたものと考えられる。

この点を検証するため、成長粒子銅薄膜ゲージにより計測したねじりに対するモードII補正係数 $\Psi^{(5)}$ を用い、各 β に対するき裂進展の下限界応力を $S_{\min}$ 基準により求め、図7に併記した。図示のように、 Ψ による計算値はき裂面摩擦力を考慮した前述の計算値とほぼ一致するが、 $h=2\text{ mm}$ ではいずれの β においても実験値より高く、その相違はモードII成分が大きくなる β の小さな場合ほど顕著となる。これは平面曲げを受ける斜め貫通き裂のモードII補正係数が warping を伴う条件下のモードII補正係数よりも大きくなることを裏付けている。

4・2・3 β に対するき裂進展の下限界応力とき裂面摩擦力を無視した下限界応力の関係 4・2・2項で、warpingを伴うき裂面摩擦力を考慮した計算値との相違が認められた $h=2\text{ mm}$ の β に対する下限界応力とき裂面摩擦力を無視した下限界応力の計算値を ϕ の結果と併せて図9に示す。ここに、計算値は3・2節に記述した方法により求めたものである。斜め貫通き裂が平面曲げを受ける場合には、 ϕ の場合とは異なり、実験値と計算値の相違はわずかであり、 $h=4\text{ mm}$ においてはほとんど無視できる程度であった。

すなわち、斜め貫通き裂を有する平板が平面曲げを受ける場合にも、き裂の形状や折れ曲がり起因したき裂面摩擦力が作用するものと考えられるが、これがき裂の進展下限界に及ぼす影響は軽微であり、き裂面摩擦力を無視した $S_{\min}$ 基準の適用により、進展の下限界応力をほぼ推定できるといえる。

5. 結 言

SK-5炭素工具鋼平板に、平面曲げおよび種々の曲げ・ねじり組合せ負荷で、貫通および角度の異なる斜め貫通き裂を作製した。前者に対しては応力比 R を変えて曲げ・ねじり試験を、後者には平面曲げのもとで混合モード試験を実施し、き裂の進展下限界に及ぼす R の影響を調査するとともに、曲げ・ねじり混合モードに対する結果と比較して warping によるき裂面摩擦力が進展下限界に及ぼす影響を検討した。

図9 き裂面摩擦力を無視したき裂進展の下限界応力の計算値と実験値の関係 ($h=2\text{ mm}$)

得られた結果を要約すれば、以下ようになる。

- (1) 曲げ・ねじり混合モードの貫通き裂の進展下限界応力はき裂面摩擦力の影響を受けるが、この影響は R の上昇につれて減少し、その進展下限界条件は対象としたき裂に適用可能なモードIおよびモードII補正係数を用い、 $S_{\min}$ 基準により規定できるようになる。
- (2) 斜め貫通き裂の進展下限界応力曲線は、板厚、き裂長さおよびき裂角度の増加に伴い低下する。
- (3) 曲げ・ねじりの組合せ負荷に対しては、板厚の減少につれてき裂進展の下限界における warping が顕著となり、これが進展の下限界応力を上昇させる要因となる。
- (4) $R=-1$ の平面曲げによる混合モード試験では、き裂面摩擦力によるモードIIの有効成分の減少は軽微である。

文 献

- (1) Au, N. M. and Liu, S. R., *Mixed Mode Crack Propagation*, (1981), 55, Sijthoff and Noordhoff.
- (2) Rubayi, N. A. and Ved, R., *Int. J. Fract.*, **12**(1976), 435.
- (3) 北岡・江上, 機論, **54**-497, A(1988), 24.
- (4) 江上・北岡, 機論, **56**-528, A(1990), 1757.
- (5) 北岡・江上, 機論, **57**-539, A(1991), 1550.
- (6) Sih, G. C., *Mechanics of Fracture*, **3**(1976), XV II, Noordhoff International Publishing Leyden.
- (7) 北岡・大嶋, 機論, **53**-493, A(1987), 1819.
- (8) 田中・中井・川島, 材料, **33**-371(1984), 1045.
- (9) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity*, (1970) 310, McGraw-Hill.
- (10) Newman, J. C. and Raju, I. S., *Eng. Fract. Mech.*, **15**, 1-2(1981), 185.
- (11) Wang, N. M., *Int. J. Fract. Mech.*, **6**-4(1970), 367.