熱残留応力による接合材の特異応力場*

陳 玳 珩^{*1}, 西 谷 弘 信^{*2}Singular Stress Field in Jointed Materials due
to Thermal Residual Stress

Dai-heng CHEN and Hironobu NISITANI

In this paper, a simple method for analyzing the singular thermal stress field near the corner tip in jointed materials caused by the thermal mismatch of different moduli was developed. It is found that the singular thermal stress fields can be replaced by the singular elastic stress fields caused by biaxial tension. This finding enables us to obtain the stress intensity factors of a singular thermal stress field from the available data on the stress intensity factors of a singular elastic stress field caused by biaxial tension.

Key Words: Elasticity, Composite Material, Thermal Stress, Residual Stress, Stress Intensity Factor

1. 結 言

最近, 互いに異なる材料を接合した部材ないし接合材料が広く利用され, その強度評価が重要な問題となっている。一般に, 異材の接合部では, 材料および形状の不連続性のため, 接合面角部での応力分布には特異性が生じる。このような応力の特異性を考慮した強度評価を行うため, これまで接合角部における特異応力場を求める解析が多く発表されている^{(1)~(3)}。二つのくさびの二つの縁がともに接合され全平面を形成するような接合角部について, 著者らはさきにその特異応力場の一般式を closed form の形で与え, 特異応力場の強さを二つの実数パラメータ K_{I,λ_1} と K_{II,λ_2} によって定義した⁽⁴⁾。 K_{I,λ_1} と K_{II,λ_2} は数値解析によって求めなければならない。それを求めるため, 著者らは, 角部近傍の応力特異性を代表する体積力の基本密度関数を導入する体積力法による計算手法を提案し, 具体例として図1に示すような1個の介在物が存在する無限板が遠方荷重を受けるときの角部先端での特異応力場の数

値解析を行った^{(5)~(8)}。

一方, 異種材料の接合材では, 通常接合温度と使用温度とは異なるために, 線膨張係数の差異によって残留熱応力も生じており, 接合材の強度・破壊に大きな影響を与える。したがって, 接合角部の強度評価を行うためには, 外力負荷によるものとは別に, 熱残留応力による特異応力場も求めなければならない。本研究では, 接合温度から一様な冷却で生じる熱残留応力による特異応力場を求める際, 熱弾性解析を行わず, 熱残留応力による特異応力場と等応力二軸引張荷重による特異応力場との等価性に基づいて, すでに得られて

図1 介在物を有する無限板の静弾性問題

* 平成4年9月2日 平成4年度材料力学部門講演会において講演, 原稿受付 平成4年12月2日。

*¹ 正員, 九州工業大学情報工学部 (〒820 飯塚大字川津 680-4)。

*² 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)。

いる外力負荷のみによる特異応力場の数値解析結果⁽⁵⁾⁽⁸⁾をそのまま利用して、熱残留応力による接合角部の特異応力場を与える方法を示す。

2. 熱残留応力による接合角部特異応力場と等応力二軸引張荷重によるそれとの等価性

まず、図2に示すような、1個の介在物が存在する無限板が、高温 T での接合状態から一様に冷却されて $T + \Delta T$ となるときに生じる熱残留応力による特異応力場について考える。無限板と介在物の材料は異なり、それぞれ材料1と材料2(それぞれの横弾性係数、ポアソン比、熱線膨張係数を G_1, ν_1, α_1 および G_2, ν_2, α_2 とする)と呼ぶ。

図2の熱応力による特異応力場は、図3で示すプロセスによって作ることができる。図3(a)では、無限板(温度 T において介在物と同じ形の穴をもつ無限板)と介在物はそれぞれ独立で、拘束されていないので、温度変化 ΔT を受けても熱応力は生じない。ただし、温度変化 ΔT を受けるとき、それぞれの線膨張係数が異なるので、それらのひずみも異なり、それぞれ

$$\varepsilon_{ii,1} = \alpha_1 \Delta T \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\varepsilon_{ii,2} = \alpha_2 \Delta T \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。このとき、介在物に一樣な圧力 p

$$p = \frac{4G_2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\kappa_2 - 1} \Delta T \quad \dots\dots\dots (3)$$

図2 介在物を有する無限板の熱残留応力問題

図3 熱残留応力による特異応力場と界面に分布する体積力によるそれとの等価性

ここに

$$\kappa_i = \begin{cases} (3 - \nu_i)/(1 + \nu_i) & (\text{平面応力}) \\ 3 - 4\nu_i & (\text{平面ひずみ}) \end{cases} \quad (i=1, 2)$$

を加えれば、介在物のひずみは無限板のそれと等しくなる。すなわち、介在物に圧力 p を加えれば、介在物は板の穴にちょうどすきまなくはまりこむことになる。はまりこんだ後、図3(b)が得られる。図3(b)では、温度変化 ΔT を与えると同時に、一樣な密度 p なる体積力を両異材の界面上に分布させている。したがって、図2の温度変化 ΔT だけによる応力場 [すなわち図3(d)] を得るためには、図3(c)のように、温度を変化させずに、両異材の界面に沿って密度 $\phi_T = p$ なる体積力を分布させるときに生じる応力場を、図3(b)に重ね合わせればよい。

図3(d)の応力場は、図3(b)と(c)の和に等しい。しかし、図3(b)の応力場には明らかに特異性が生じていないので、特異応力場に関する限り、図3(d)と(c)は等価である。すなわち、温度変化 ΔT のときの熱残留応力による接合角部の特異応力場は、界面上の密度

$$\phi_T = \frac{4G_2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\kappa_2 - 1} \Delta T \quad \dots\dots\dots (4)$$

なる体積力による特異応力場とまったく等価である。

さらに、界面上の体積力による特異応力場は遠方二軸引張荷重による特異応力場で置き換えられる。このことは、図4から理解される。

図4(a)では、無限板(介在物と同じ形の穴をもつ無限板)と介在物は、図示の一樣な表面力を受け、それぞれ σ_1 と σ_2 の一樣な応力状態にある。このとき、ひずみはそれぞれ

$$\varepsilon_1 = \frac{(\kappa_1 - 1)}{4G_1} \sigma_1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(\kappa_2 - 1)}{4G_2} \sigma_2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

図 4 二軸引張荷重による特異応力場と界面に分布する体積力によるそれとの等価性

表 1 図 5(a)の介在物の界面に沿う特異応力
(平面ひずみ, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.3$)

G_2/G_1	$\frac{\sigma_{\theta}}{G_1(\alpha_2-\alpha_1)\Delta T}$	$\frac{\tau_{\theta\theta}}{G_1(\alpha_2-\alpha_1)\Delta T}$
0.01	$0.0007(a/r)^{0.442}$	$-0.0006(a/r)^{0.442}$
0.1	$0.062(a/r)^{0.348}$	$-0.054(a/r)^{0.348}$
0.5	$1.760(a/r)^{0.112}$	$-1.271(a/r)^{0.112}$
2.0	$-4.905(a/r)^{0.089}$	$-3.173(a/r)^{0.089}$
10	$-2.747(a/r)^{0.282}$	$-1.770(a/r)^{0.282}$
100	$-2.465(a/r)^{0.237}$	$-1.575(a/r)^{0.237}$

図 5 解析例：長方形介在物または菱形介在物を有する無限板の熱残留応力問題

である。もし介在物の表面力 σ_2 が

$$\sigma_2 = \frac{G_2(x_1-1)}{G_1(x_2-1)}\sigma_1 \quad \dots\dots\dots (7)$$

であれば、介在物のひずみは無限板のそれと等価であり、介在物を無限板の穴にすきまなくはめこむことができる。このことによって、図 4(b)のような、遠方で σ_1 なる両軸引張荷重を受け、界面上に密度 $-(\sigma_1-\sigma_2)$ なる分布力を受ける、介在物を有する無限板の問題が得られる。そして、図 4(c)のような密度 ϕ_F

$$\phi_F = \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_1 \frac{G_1(x_2-1) - G_2(x_1-1)}{G_1(x_2-1)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

なる体積力の分布による応力場を、図 4(b)のそれに重ね合わせれば、等応力二軸引張荷重のみによる応力場 [図 4(d)] が得られる。図 3 の場合と同様に、図 4(b)の応力場に特異性が生じていないことを考慮すればわかるように、図 4(d)の等応力二軸引張荷重による特異応力場は、図 4(c)の界面上に作用する密度 ϕ_F なる体積力によるそれに等しい。

したがって、それぞれ図 3 と図 4 からわかること [すなわち、特異応力場に関する限り、図 3(d)=図 3(c)および図 4(c)=図 4(d)であること] を総合すれば、温度変化 ΔT だけによる接合角部での特異応力場が、遠方荷重

$$\sigma_1 = \frac{4G_1G_2(\alpha_2-\alpha_1)}{G_1(x_2-1) - G_2(x_1-1)}\Delta T \quad \dots\dots\dots (9)$$

なる等応力二軸引張りによるそれに等しいことがわかる。

3. 特異熱応力の解析例

長さ a の正方形介在物 [図 5(a)] または菱形介在物 [5(b)] を有する無限板の問題を解析例とする。これらの問題の両軸引張荷重による特異応力場は、すでに著者らによってその解が与えられた⁽⁵⁾。したがって、その解析結果を利用すれば、2章で述べた熱残留応力による特異応力場と等応力二軸引張荷重によるそれとの等価性に基づいて、温度変化 ΔT による特異応力場の解を求めることができる。すなわち、数値解析で求めた遠方荷重 $\sigma=\sigma^\infty$ の二軸引張荷重による特異応力場の強さパラメータを $K_{I, \lambda_1}|\sigma$ とすれば、温度変化 ΔT による特異応力場の強さパラメータ $K_{I, \lambda_1}|_T$ は次式

$$K_{I, \lambda_1}|_T = K_{I, \lambda_1}|\sigma \frac{4G_1G_2(\alpha_2-\alpha_1)\cdot\Delta T}{[G_1(x_2-1) - G_2(x_1-1)]\sigma^\infty} \quad \dots\dots\dots (10)$$

から求まる。 $K_{I, \lambda_1}|_T$ が求まれば、それを著者らがさきに導いた特異応力場の一般式⁽⁴⁾に代入することにより、角点の各方向に沿う特異応力の分布を求めること

表 2 図 5(b)の介在物の界面に沿う特異応力(平面ひずみ, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.3$)

G_2/G_1	$\frac{\sigma_\theta}{G_1(\alpha_2-\alpha_1)\Delta T}$		$\frac{\tau_{r\theta}}{G_1(\alpha_2-\alpha_1)\Delta T}$	
	Corner A	Corner B	Corner A	Corner B
0.01	$0.0020(a/r)^{0.464}$	$0.0002(a/r)^{0.376}$	$-0.0009(a/r)^{0.464}$	$-0.0004(a/r)^{0.376}$
0.1	$0.162(a/r)^{0.318}$	$0.018(a/r)^{0.388}$	$-0.070(a/r)^{0.318}$	$-0.036(a/r)^{0.388}$
0.5	$3.492(a/r)^{0.075}$	$0.548(a/r)^{0.122}$	$-1.199(a/r)^{0.075}$	$-0.958(a/r)^{0.122}$
2.0	$-2.013(a/r)^{0.117}$	$-8.487(a/r)^{0.054}$	$-2.828(a/r)^{0.117}$	$-2.696(a/r)^{0.054}$
10	$-1.332(a/r)^{0.278}$	$-4.750(a/r)^{0.125}$	$-1.698(a/r)^{0.278}$	$-1.538(a/r)^{0.125}$
100	$-1.242(a/r)^{0.332}$	$-4.283(a/r)^{0.147}$	$-1.525(a/r)^{0.332}$	$-1.386(a/r)^{0.147}$

図 6 二相異材接合材における熱残留応力による特異応力場と二軸引張荷重によるそれとの等価性

ができる。表 1, 2 には、それぞれ図 5(a)と(b)に示す介在物について求めた界面に沿う特異熱応力 σ_θ と $\tau_{r\theta}$ の解を示す。直観的に考えれば、介在物の熱膨張係数が母材のそれより大きい場合($\alpha_2 > \alpha_1$)、温度の上昇($\Delta T > 0$)によって接合界面につねに圧縮の応力が生ずると思われるが、しかし表からわかるように、 $G_2 < G_1$ のとき、特異応力 σ_θ は正で角点近傍に引張りの特異応力が生ずることになる。

両材料の弾性定数が

$$G_1(\chi_2-1) - G_2(\chi_1-1) = 0$$

を満たせば、式(10)の分母が零となる(このとき $K_{I, \chi_1}|\sigma$ も零となる)ため、温度変化による特異応力場を二軸引張荷重によるその値から求めることができなくなる。この場合、温度変化 ΔT による特異応力場の強さは、図 3(c)に基づいて求められる。すなわち、温度を変化させずに、両異材の界面に沿って一様な密度 ϕ_T なる体積力を分布させるときに生じる角点での特異応力場の強さ $K_{I, \chi_1}|\phi$ を、 $K_{I, \chi_1}|\sigma$ を求めるときと同様な数値解析手法⁽⁵⁾ で求めれば、温度変化 ΔT による特異応力場の強さ $K_{I, \chi_1}|\tau$ は次式から求まる。

$$K_{I, \chi_1}|\tau = K_{I, \chi_1}|\phi \frac{4G_2(\alpha_2-\alpha_1)\Delta T}{(\chi_2-1)\phi_T} \dots\dots\dots (11)$$

図 7 界面に沿う熱膨張ひずみの差を一軸引張荷重によってキャンセルできること

図 8 板状接合材における熱残留応力による特異応力場と一軸引張荷重によるそれとの等価性

4. 介在物以外の二相異材接合材の問題

2章で述べた、熱残留応力による特異応力場と等価二軸引張荷重によるそれとの等価性は、介在物以外の二相異材接合材の問題に対してもそのまま成り立つ。すなわち、図 6 に示すように、接合部での特異応力場に関する限り、図 6(a)と(b)は等価である。

与えられた具体的な問題によって、二軸引張荷重以外の弾性問題から熱残留特異応力場を求める他の方法もある。例えば、図 7(a)に示す板状接合材の問題に対しては、界面に沿う両材料の熱膨張ひずみの差 [図 7(b)] を引張荷重によるそれ [図 7(c)] によってキ

キャンセルできることから、図8に示すように、板状接合材における特異応力場は、一軸引張荷重を受けるときの特異応力場から求めることもできる⁽²⁾。ただし、図8に示す等価性は、図7の幾何的形狀に限って成り立つものであり、図2の介在物または図6の一般の場合には適用できないものである。これに対して、本研究で提案した図6の等価性は一般性をもつものである。

また、熱残留応力によって対数形の応力特異性が生ずるかどうかについては、図6に示す等価性から検討することができる。著者らのさきの研究によれば、表面力が零のとき対数形応力特異性は生じないが、一様な垂直な表面力が作用する接合帯板問題においては、材料の弾性定数が次式

$$G_1(x_2-1)-G_2(x_1-1)-2\cos 2\theta(G_1-G_2)=0$$

$$\dots\dots\dots(12)$$

を満足するとき、対数形応力特異性が生ずる。したがって、図6の等価性から、このとき熱残留応力によって対数形の応力特異性が生ずることがわかる。しかし、この結論は図8の等価性から得られない。図8によれば、熱残留応力による特異応力場に等価な静弾性問題での表面力は常に零であるので、対数形応力特異性は

つねに生じないことになる。この相違は、式(12)が満足されるとき図8の等価性が適用できないことから理解される。

5. 結 論

熱残留応力による特異応力場と二軸引張荷重による特異応力場のいずれも、接合界面に分布させる体積力によって表現できる。本研究では、このようなことに基づいて、両者の等価性を示した。そして、接合温度から一様な冷却で生じる熱残留応力による特異応力場を求める際、熱弾性解析を行わず、熱残留応力と二軸引張荷重による特異応力場の等価性に基づいて、前者から後者を求めた。

文 献

- (1) 三好・高野・小池, 第68期通常総会講演論文集, A(1991-3), 466.
- (2) 山崎, 機論, 57-544, A(1991), 3029.
- (3) 結城・許・Schmauder, S., 機論, 57-536, A(1991), 684.
- (4) 陳・西谷, 機論, 57-534, A(1991), 366.
- (5) 陳・西谷, 機論, 57-542, A(1991), 2504.
- (6) 陳・西谷, 文献(5)の2509ページ.
- (7) 陳・西谷, 機論, 58-554, A(1992), 1834.
- (8) 陳・西谷, 機論, 58-555, A(1992), 2153.