内接楕円体法による複合材料積層板の最適信頼性設計*

三木 光 範^{*1}, 杉 山 吉 彦^{*1}, 坂 本 慎 介^{*2}Optimum Reliability Design of Multiaxially Laminated Composites
using the Interior Tangent Ellipsoid Method

Mitsunori MIKI, Yoshihiko SUGIYAMA and Shinsuke SAKAMOTO

In order to determine the optimum fiber orientation angles with maximum reliability under probabilistic loading conditions, a simple analytical method, which is called the interior tangent ellipsoid (ITE) method, has been proposed by one of the authors and applied to unidirectional composites, but has not been applied to laminated composites. In this paper, the ITE method is extended and applied to multiaxial laminates, based on first-ply failure. With the use of the quadratic equation of a failure criterion transformed for multiaxial laminates, an analytical solution for the relative value of reliability is formulated. The results obtained using the ITE method show good agreement with those obtained using an accurate reliability method. The calculation time for the ITE method is much less than that for the sophisticated reliability method. The ITE method enables a clear interpretation of the optimum orientation angles of laminated composites under probabilistic loading conditions. As a result, it is found that the ITE method is applicable to for multiaxial laminated composites as well as unidirectional composites.

Key Words: Composite Material, Optimum Design, Structural Reliability, Optimum Fiber Orientation Angle, Multiaxial Laminate, First-Ply Failure, Interior Tangent Ellipsoid (ITE) Method, Analytical Method

1. 緒 言

従来、複合材料の材料設計の最適化問題では、材料定数や負荷条件は確定的とされている場合が多い⁽¹⁾⁽²⁾。しかしながら、実用的にはそれらは変動を有して不確定的であり、確率変数と考えられる。材料定数や負荷応力が影響する複合材料の設計はこれらの変動を考慮したものでなくてはならない⁽³⁾。

繊維強化複合材料の確率的条件下における最適繊維配向角は、確定的条件下におけるそれとは異なる。こうした問題の多くは構造信頼性の立場から明らかにされてきた⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかしながら、構造信頼性に基づく手法は複雑で、その上多大な計算時間を必要とする。こうした問題を解決するために一方向強化複合材料に対して提案された手法が、内接楕円体 (ITE: Interior Tangent Ellipsoid) 法である⁽⁶⁾。この方法は材料強度の変動に対して負荷応力の変動が大きい場合に、最大の信頼性を持つ繊維配向角を求める解析的手法である。この方法を用いると信頼性を基礎とする材料設計の概念が容易に理解でき、また信頼性の相対的評価が解析的に行えるので計算時間がかからない。さらに最適繊維配向角の物理的考察が容易になるという利点がある。

一方向強化複合材料について内接楕円体法は有効な手法であることが明らかになっている。しかし実用的

には一方向材より多軸の配向角を有する積層板の設計が重要であるが、内接楕円体法の複合材料積層板への応用はこれまで行われていない。

本報では、内接楕円体法を複合材料多軸積層板に適用するために拡張し、確率的条件下において最大の信頼性を持つ積層板の最適繊維配向角を決定する手法を提案する。そして確定的設計による結果および構造信頼性評価の新しい手法である多点線形近似法による結果⁽⁵⁾と比較する。

2. 内接楕円体法の多軸積層板への拡張

2・1 多軸積層板と破損規準 積層板の座標系を図1のように設定する。1-2軸は構造軸、x-y軸は各プライの繊維軸に関する座標系である。複合材料の強度を決める破損規準としては、最も一般的なTsai-Wu則を適用する⁽⁷⁾。これは繊維軸系(x,y,s)の応力空間における一方向強化複合材料の破損規準であり、次式で表される。

$$F_{ij} S_i S_j + F_i S_i = 1 \quad (i,j = x,y,s) \quad (1)$$

ここで、 F_{ij} および F_i ($i,j=x,y,s$)は一方向材の基本強度から計算される係数である⁽⁸⁾。

積層板の強度を考えるには、これを積層板の構造軸系(1,2,6)の応力空間における破損規準に変換する⁽⁸⁾。

$$H_{kf} S_k S_f + H_j S_j = 1 \quad (k,f,j = 1,2,6) \quad (2)$$

ここで、 H_{kf} および H_j ($k,f,j=1,2,6$)は式(1)の F_{ij} および F_i 、積層板の各ラミナの弾性定数および繊維配向角、そして、積層板のコンプライアンスから計算される係数である。積層板の強度はそのうちの一層でも破損し

* 平成3年10月17日 第69期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成5年1月27日。

^{*1} 正員、大阪府立大学工学部 (〒593 堺市学園町1-1)。

^{*2} 学生員、大阪府立大学大学院。

図1 座標系 (iは層の指標)

たら積層板が破損したとみなす初期プライ破損 (First -ply failure) に基づく。図2はせん断応力 S_6 一定下での S_1 - S_2 応力平面における積層板の破損包絡線を示す。斜線部の領域が非破損領域である。ここでは、解析の対象とする積層板として、2方向材(Bi-axial) $[\pm \theta]$ s, 3方向材(Tri-axial) $[0/\pm \theta]$ s, 4方向材(Tetra-axial) $[0/90/\pm \theta]$ sを考える。図3は一方向ラミナおよび3種の積層板を表す。

2・2 一方向複合材料における内接楕円体法

一方向複合材料における内接楕円体 (ITE) 法は三木、室津らによって提案された⁽⁶⁾。これについて簡単に述べる。

内接楕円体法では強度の変動に対して負荷応力の変動がかなり大きい場合を考える。このとき強度の変動を無視し、強度を公称破損包絡線に近似して考える。破損を考える上で確率的に最も危険になる点を最危険点 (Most dangerous point) と呼ぶ。最危険点は公称破損包絡線に内接する負荷応力の確率密度関数の等高線のうち最大の値を持つ等高線との接点であり、この最危険点と負荷応力の平均値点で決まるある種のノルムを相対的な信頼度とする。これを最大化することにより一方向複合材料の最適繊維配向角が得られる。図4および図5は一方向複合材料に関し、それぞれ強度比による確定的条件下、ITE法による確率的条件下における最適繊維配向角の等高線を示す⁽⁶⁾。最適配向角は全く異なることがわかる。

2・3 内接楕円体法の積層板への拡張

一方向複合材料やアングルプライ積層板 (2方向材) のように破損包絡線が一つの楕円で表される場合、最危険点はただ一つ求められる。しかしながら積層板は一般にいくつかの配向角の異なるプライから構成されており、その破損包絡線は2つ以上存在する。したがって内接楕円体法を積層板に拡張するには、一方向複合材料とは異なり、2つ以上の破損包絡線によって作られる初期プライ破損包絡線における複数の最危険点の問題を考慮しなければならない。

図2 積層板の非破損領域

図3 解析の対象とした積層板

図4 確定的条件下における一方向材の最適繊維配向角

図5 内接楕円体法による一方向材の最適繊維配向角

積層板の初期プライ破損包絡線がいくつかのプライによって作られるとき、各プライに対して確率的負荷応力による最危険点が存在する。積層板での内接楕円体法では図6のように、これらの最危険点のうち確率的に最も危険になる一点（ここではply2の最危険点）を積層板の最危険点として評価する。つまり、積層板の最危険点は負荷応力の密度関数の最大の値を持つ等高線と初期プライ包絡線との接点であり、最小の等高線の大きさが積層板の相対的な信頼度になる。この方法は厳密な信頼度の計算には不都合であるが、最適配向角を求める目的のみには合理的であると考えられる。

最危険点は図7のように負荷応力の平均値が同じでも応力の分布状態によって異なる。図7(a)は負荷応力の各成分が比例的に増減する比例負荷を表し、この直線と初期プライ破損包絡線の交点が最危険点となる。確定的条件下では比例負荷に基づく強度比を用いて最適設計を考える場合が多い⁽¹⁾。

応力の分布が正規分布であると仮定すると、密度関

図6 内接楕円体法の積層板への拡張

図7 負荷応力の分布と最危険点

数の等高線は楕円になり、最危険点を求める問題は初期プライ破損包絡線に内接する負荷応力に関する楕円を求める問題に帰着する。図8はその概念図を示している。なおここでは簡単のためせん断応力を0とするが、せん断応力の変動を考慮すると応力空間は3次元となり、破損包絡曲面および負荷応力の確率密度関数の等高曲面は共に楕円体になる。したがって積層板では初期プライ破損に基づき、各プライに対する応力密度関数の等高線の大きさのうち最小であるものが積層板の相対的な信頼度になる。これを最大化すると最適繊維配向角が得られる。

2・4 解析 積層板の最危険点およびそれに対する負荷応力密度関数の等高線の大きさの解析解を求める。求める方法は一方向複合材の場合⁽⁶⁾に準ずる。簡単のため、せん断応力 $S_6 = 0$ とする。このとき積層板の破損包絡線は式(2)により次式で表される。

$$H_{11}^{(k)} S_1^2 + 2 H_{12}^{(k)} S_1 S_2 + H_{22}^{(k)} S_2^2 + H_1^{(k)} S_1 + H_2^{(k)} S_2 = 1 \quad (3)$$

ここで、 k は積層板における層番号を表す。

一方、正規分布の2次元確率密度関数の等高線は次式で与えられる⁽⁹⁾。

$$\left(\frac{S_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + \frac{2r(S_1 - \mu_1)(S_2 - \mu_2)}{\sigma_1 \sigma_2} + \left(\frac{S_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 = d \quad (4)$$

ここで、 μ_1 、 μ_2 はそれぞれ S_1 、 S_2 の平均値であり、 σ_1 、 σ_2 はそれぞれ S_1 、 S_2 の標準偏差である。 r は S_1 と S_2 の相関係数である。いま S_1 と S_2 の間に相関がないとすると $r = 0$ であり、式(4)は次のようになる。

$$\left(\frac{S_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{S_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 = d \quad (5)$$

S_1 と S_2 の間に相関がある場合には1次変換を用いて式(4)の積の項を消去し、式(5)のような形に変換すればよい。したがって、最危険点を求める問題は式(3)、(5)を同時に満たし、等高線の大きさ d を最大化する点を求める問題に帰着する。ところがこの問題をこのままの形で解くと8次方程式を解かなければならず、解析解が得られなくなる。

図8 内接楕円体法概念

そこで次のような変換を行う。はじめに、次式のよ
うに標準化を行う。

$$u_1 = \frac{S_1 - \mu_1}{\sigma_1}, u_2 = \frac{S_2 - \mu_2}{\sigma_2} \quad (6)$$

式(6)を式(3)に代入すると、

$$I_{11}^{(k)} u_1^2 + 2 I_{12}^{(k)} u_1 u_2 + I_{22}^{(k)} u_2^2 + I_1^{(k)} u_1 + I_2^{(k)} u_2 + I_0^{(k)} = 0 \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} I_{11}^{(k)} &= H_{11}^{(k)} \sigma_1^2 \\ I_{12}^{(k)} &= H_{12}^{(k)} \sigma_1 \sigma_2 \\ I_{22}^{(k)} &= H_{22}^{(k)} \sigma_2^2 \\ I_1^{(k)} &= 2 H_{11}^{(k)} \sigma_1 \mu_1 + 2 H_{12}^{(k)} \sigma_1 \mu_2 + H_1^{(k)} \sigma_1 \\ I_2^{(k)} &= 2 H_{22}^{(k)} \sigma_2 \mu_2 + 2 H_{12}^{(k)} \sigma_2 \mu_1 + H_2^{(k)} \sigma_2 \\ I_0^{(k)} &= H_{11}^{(k)} \mu_1^2 + 2 H_{12}^{(k)} \mu_1 \mu_2 + H_{22}^{(k)} \mu_2^2 \\ &\quad + H_1^{(k)} \mu_1 + H_2^{(k)} \mu_2 - 1 \end{aligned} \quad (8)$$

また式(6)を式(5)に代入すると、

$$u_1^2 + u_2^2 = d \quad (9)$$

次に式(7)で与えられる楕円の中心が原点となるよ
うに次のような平行移動を行う。

$$v_1 = u_1 - u_{10}^{(k)}, v_2 = u_2 - u_{20}^{(k)} \quad (10)$$

ここで、

$$u_{10}^{(k)} = \frac{I_{22}^{(k)} I_1^{(k)} - I_{12}^{(k)} I_2^{(k)}}{2(I_{12}^{(k)2} - I_{11}^{(k)} I_{22}^{(k)})}, u_{20}^{(k)} = \frac{I_{11}^{(k)} I_2^{(k)} - I_{12}^{(k)} I_1^{(k)}}{2(I_{12}^{(k)2} - I_{11}^{(k)} I_{22}^{(k)})} \quad (11)$$

この平行移動により式(7)の楕円は次のようになる。

$$I_{11}^{(k)} v_1^2 + 2 I_{12}^{(k)} v_1 v_2 + I_{22}^{(k)} v_2^2 + I_3^{(k)} = 0 \quad (12)$$

ここで、

$$\begin{aligned} I_3^{(k)} &= I_0^{(k)} - \left\{ I_{11}^{(k)} (I_{22}^{(k)} I_1^{(k)} - I_{12}^{(k)} I_2^{(k)})^2 \right. \\ &\quad + I_{22}^{(k)} (I_{11}^{(k)} I_2^{(k)} - I_{12}^{(k)} I_1^{(k)})^2 \\ &\quad + 2 I_{12}^{(k)} (I_{22}^{(k)} I_1^{(k)} - I_{12}^{(k)} I_2^{(k)}) (I_{11}^{(k)} I_2^{(k)} - I_{12}^{(k)} I_1^{(k)}) \left. \right\} / \\ &\quad 4 (I_{12}^{(k)2} - I_{11}^{(k)} I_{22}^{(k)})^2 \end{aligned} \quad (13)$$

また式(9)の円は次のようになる。

$$(v_1 + u_{10}^{(k)})^2 + (v_2 + u_{20}^{(k)})^2 = d^{(k)} \quad (14)$$

ここで $d^{(k)}$ は積層板の第 k 層の最危険点までの等高線
の大きさを示す。

さらに式(12)で表される $v_1 v_2$ 項を消去するために、
次のような原点周りの回転移動を行う。

$$\begin{aligned} v_1 &= w_1 \cos \phi^{(k)} - w_2 \sin \phi^{(k)} \\ v_2 &= w_1 \sin \phi^{(k)} + w_2 \cos \phi^{(k)} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、

$$\phi^{(k)} = -\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2 I_{12}^{(k)}}{(I_{11}^{(k)} - I_{22}^{(k)})^2 + 4 I_{12}^{(k)2}} \quad (16)$$

この回転移動により式(12)は次のようになる。

$$\frac{w_1^2}{a^{(k)2}} + \frac{w_2^2}{b^{(k)2}} = 1 \quad (17)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^{(k)2}} &= -\frac{1}{I_3^{(k)}} (I_{11}^{(k)} \cos^2 \phi^{(k)} + I_{22}^{(k)} \sin^2 \phi^{(k)} + 2 I_{12}^{(k)} \cos \phi^{(k)} \sin \phi^{(k)}) \\ \frac{1}{b^{(k)2}} &= -\frac{1}{I_3^{(k)}} (I_{11}^{(k)} \sin^2 \phi^{(k)} + I_{22}^{(k)} \cos^2 \phi^{(k)} - 2 I_{12}^{(k)} \cos \phi^{(k)} \sin \phi^{(k)}) \end{aligned} \quad (18)$$

同様に式(14)は次のようになる。

$$(w_1 - w_{10}^{(k)})^2 + (w_2 - w_{20}^{(k)})^2 = d^{(k)} \quad (19)$$

ここで、

$$\begin{aligned} w_{10}^{(k)} &= -u_{10}^{(k)} \cos \phi^{(k)} - u_{20}^{(k)} \sin \phi^{(k)} \\ w_{20}^{(k)} &= u_{10}^{(k)} \sin \phi^{(k)} - u_{20}^{(k)} \cos \phi^{(k)} \end{aligned} \quad (20)$$

$(w_{10}^{(k)}, w_{20}^{(k)})$ が第 1 象限に存在しないときは、こ
れを第 1 象限に移動するように w_1 軸または w_2 軸に
関して対称移動を行う。これにより問題を第 1 象限に
限定して取り扱うことができ、 w_1, w_2 に次のような制
約が与えられる。

$$0 \leq w_1 \leq a^{(k)}, 0 \leq w_2 \leq b^{(k)} \quad (21)$$

また、

$$w_{10}^{(k)} \geq 0, w_{20}^{(k)} \geq 0 \quad (22)$$

式(17), (19)により w_2 を消去すると次のようになる。

$$\begin{aligned} d^{(k)}(w_1) &= \left(1 - \frac{b^{(k)}}{a^{(k)}}\right)^2 w_1^2 - 2 w_{10}^{(k)} w_1 \\ &\quad - 2 b^{(k)} w_{20}^{(k)} \sqrt{1 - \frac{w_1^2}{a^{(k)2}}} + w_{10}^{(k)2} + w_{20}^{(k)2} + b^{(k)2} \end{aligned} \quad (23)$$

したがって、式(23)より $d^{(k)}$ の最小値は、

$$d_{\min}^{(k)} = \text{Min} \{d^{(k)}(0), d^{(k)}(a), d^{(k)}(w_1^*)\} \quad (24)$$

ここで w_1^* は w_1 の極値である。 w_1^* は式(23)より次の
4 次方程式の解として与えられる。

$$A w_1^4 + B w_1^3 + C w_1^2 + D w_1 + E = 0 \quad (25)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A &= (a^{(k)2} - b^{(k)2})^2 \\ B &= -2 a^{(k)2} w_{10}^{(k)} (a^{(k)2} - b^{(k)2}) \\ C &= -a^{(k)2} (a^{(k)2} - b^{(k)2})^2 - a^{(k)2} w_{10}^{(k)2} - b^{(k)2} w_{20}^{(k)2} \\ D &= -2 a^{(k)4} w_{10}^{(k)} (a^{(k)2} - b^{(k)2}) \\ E &= -a^{(k)6} w_{10}^{(k)2} \end{aligned} \quad (26)$$

式(25)は 4 次方程式であるので解析解を得ることがで
きるが、その解は長くなるため、ここでは省略する。

式(24)を積層板の各層について求め、そのなかの最
小値を積層板の等高線の大きさとする。すなわち、

$$d = \text{Min} \{d_{\min}^{(1)}, d_{\min}^{(2)}, \dots, d_{\min}^{(k)}, \dots, d_{\min}^{(n)}\} \quad (27)$$

これを繊維配向角について最大化すれば、最適繊維配
向角が得られる。以上により、最危険点およびそれ
に対する荷重密度関数の等高線の大きさ d の解析解
を得ることができる。

表1 計算に用いた材料の材料定数

Material	Elastic constants (Unit: E in GPa)					Strength (Unit: MPa)				
	E_x	E_y	E_s	ν_x		X	X'	Y	Y'	S
CFRP(T300/5208)	181	10.3	7.17	0.28		1500	1500	40	246	68

図9 確定的条件下における二方向材の最適繊維配向角

図10 確定的条件下における三方向材の最適繊維配向角

3. 結果と考察

3・1 計算に用いたパラメータ 計算に用いた材料はCFRP(graphite/epoxy : T300/5208)であり、その材料定数を表1に示す。

強度の変動は荷重応力の変動と比較して小さい場合を考え、強度については確定的であると仮定する。荷重応力のうち S_6 成分は0とし、 S_1 および S_2 は正規分布に従う確率変数として取り扱い、互いに相関はないものとする。

3・2 内接楕円法による結果 はじめに比較のため、強度比による確定的設計の結果を示す。図9、10および11はそれぞれ2方向材、3方向材および4方向材について、荷重応力 S_1 および S_2 平面上での最適配向角の等高線を示す。図の縦軸および横軸はそれぞれ S_1 および S_2 であり、単位は0.1GPaである。

2方向材、3方向材および4方向材の最適繊維配向角のITE法によって求めた結果を図12、13および14に示す。図の縦軸および横軸はそれぞれ荷重応力の平均値 $E(S_1)$ および $E(S_2)$ であり、単位は0.1GPaである。荷重応力 S_1 および S_2 の標準偏差 $SD(S_1)$ および $SD(S_2)$ は共に5MPaであり、このとき応力の確率密度関数は円になる。これらの図により次のことがわかる。

(1) 確率的条件下における積層板の最適繊維配向角は、確定的条件下のそれとは著しく異なる。

(2) 荷重応力に変動があると最適繊維配向角は2方向材では45°に近づき、3方向材では60°に近づき、そして4方向材では45°に近づく。このことは確定

図11 確定的条件下における四方向材の最適繊維配向角

図12 内接楕円法による二方向材の最適繊維配向角

図13 内接楕円体法による三方向材の最適繊維配向角

的設計の場合に比べて積層板は等方性化する傾向があることを示している。

(3) 確定的設計では最適繊維配向角は負荷応力の比率のみに依存する。一方、確率的設計では負荷応力の平均値の比率が同じでもその大きさが異なると最適繊維配向角は異なる。

(4) 負荷応力の平均値が大きくなると、確率的条件下の最適繊維配向角は確定的条件下のそれに近づく。

(1), (2)については図15からわかる。図15は一軸引張応力0.1GPaに対する確定的条件下 ($S_1=0.1$, $S_2=0$ GPa) および確率的条件下 ($E(S_1)=0.1$, $E(S_2)=0$ GPa, $SD(S_1)=SD(S_2)=5$ MPa) における最適な3方向材, それぞれ $[0/\pm 6]_s$, $[0/\pm 52]_s$ の破損包絡線を示している。3方向材の初期プライ破損領域は 0° 層と $\pm \theta$ 層による2つの包絡線内側の共通部分となり, θ の値を変えると $\pm \theta$ 層の負荷応力の平均値点から包絡線までの距離が増加しても 0° 層の包絡線までの距離が減少するため, 確率的条件下で最適な積層板では, 負荷応力の平均値点から初期プライ破損領域を形成するすべての包絡線までほぼ等しい距離を置いて最も遠ざかり, 負荷応力の円が最大の形になって初期プライ破損包絡線に内接する。したがって負荷応力の平均値点Pから確率的に最適な積層板の包絡線の最危険点 R_1 までの距離 PR_1 は, 確定的に最適な積層板の包絡線の最危険点 R_2 までの距離 PR_2 よりも明らかに長くなり, 確率的に最適な配向角のとき最危険点は最も遠ざかる。つまり相対的な信頼度が最も高くなる。これより確定的に最適な積層板は確率的条件下では必ずしも最適にはならないことがわかる。

確定的な負荷応力は比例負荷に基づくため, 単に破損点を最も遠ざければ最適となり, このとき包絡線の形は細長い楕円形の方がよい。それに対して確率的な負荷応力に対しては図15に示すように, 円形に近

図14 内接楕円体法による四方向材の最適繊維配向角

図15 最適化した三方向材の最危険点

い包絡線の方が相対的な信頼度が高くなる。一方, 初期プライ包絡線の楕円形は積層構成が等方性化するにしたがって円形に近づく。したがって確率的な負荷応力に対する最適な積層板は確定的条件下と比較して, より等方性化するといえる。

(3), (4)については, 一方向複合材料における内接楕円体法の結果⁽⁶⁾と同様である。

3・3 多点線形近似法による結果との比較

図16は構造信頼性解析におけるAFO SM法⁽⁴⁾を拡張した多点線形近似 (Multiple Check Point) 法により求めた結果⁽⁵⁾および内接楕円体法により求めた結果を示したものであり, 最適配向角が負荷応力の平均値 $E(S_2)$ に対して変化する様子を示す。2方向材と3方向材についての両者の結果は良く一致しており, また4方向材については $E(S_2)$ が -0.1 GPa 付近では多少異なることを除けば, 両者の結果は良く一致している。したがって, 内接楕円体法は積層板の最適配向角を求める手法として十分使用可能であることがわかる。

計算速度については, ある負荷条件下の最適配向角を求めるのに多点線形近似法では普通のEWSを用いて数時間かかるのに対して内接楕円体法では数秒で解が得られ, 1000倍以上の高速化が達成できる。計算

(a) Multiple check point method

(b) Interior tangent ellipsoid method

図 1 6 多点線形近似法と I T E 法との結果の比較

速度に関して内接楕円体法は極めて有効な手法である。

4. 結 言

繊維強化複合材料積層板に対して内接楕円体 (I T E) 法を拡張し、確率的条件下における積層板の最大の信頼性を持つ繊維配向角を解析的に決定することにより最適設計を行った。

結果として、積層板においても確率的条件下の最適繊維配向角は確定的条件下のそれとは異なることが確認できた。さらに確率的な負荷応力に対して最適な積層板は等方性化することが確認できた。これより確率的条件下において強度の変動が負荷応力の変動と比較して相対的に小さく無視できる場合、I T E 法は複合材料積層板に対しても拡張でき、最適配向角を求める目的に対して有効であり、計算精度、計算時間および確率的条件下での最適繊維配向角の物理的考察が容易になる点について多くの利点があることがわかった。

文 献

- (1) Tsai, S.W., Composites Design (3rd ed.), Think Composites, Dayton, Ohio(1987).
- (2) Park, W.J., Journal of Composite Materials, 16-7 (1982), 341.
- (3) 日本機械学会編, 構造・材料の最適設計, 技報堂出版, 1989.
- (4) Miki, M., Murotsu, Y., Tanaka, T., and Shao, S., AIAA Journal, Vol. 28, No. 11(1990), 1980.
- (5) Shao, S., Miki, M., and Murotsu, Y., AIAA Paper 91-1032, Proc. 32nd SDM Conf.(1991), 1280.
- (6) Miki, M., Murotsu, Y., and Tanaka, T., AIAA Journal, Vol. 30, No. 1(1992), 189.
- (7) Tsai, S.W. and Wu, E.M., Journal of Composite Materials, 5-1(1971), 58.
- (8) Tsai, S.W. and Harn, H.T., Introduction to Composite Materials, Technomic, Westport, CT (1980). [邦訳: 藤井監訳, 複合材料の強度解析と設計入門 (1986), 日刊工業新聞社.]
- (9) Hoel, P.G., 浅井, 村上共訳, 入門数理統計学, 培風館(1978).