不完全接合面を透過する波動エネルギー*
(第3報, SV 波)村 上 進*¹, 渡 辺 一 実*²Transmission of Wave Energy through an Imperfectly Bonded Interface
(3rd Report, SV Wave)

Susumu MURAKAMI and Kazumi WATANABE

In this paper, propagation of SV wave in two jointed dissimilar half spaces and layered half space is considered. Reflection and transmission coefficients at an imperfectly bonded interface are analyzed. The bonding strength at the interface is assumed using joint coefficients D_x and D_y , as well as our part 2 report. In the case of two jointed dissimilar half spaces, the coefficient of transmission for SV wave has a singularity at the critical angle of reflected P wave. On the other hands, in the case of a layered half space, it is shown that the plate vibrated by joint coefficients D_x and D_y when the interface is imperfectly bonded. The relationship between bonding strength and the two coefficients is discussed.

Key Words: Elasticity, Ultrasonic Inspection, Laminated Construction, Delamination, SV wave, Reflection and Transmission, Joint Coefficient, Interface, Bonding Strength

1. 結 言

複合材料中の閉口き裂発見には超音波探傷が用いられているが、閉口き裂が超音波を透過させてしまうため、き裂の発見が困難となる。この問題に対し著者ら⁽¹⁾⁽²⁾はき裂の結合強度を Joint 係数を用いて表現することを提案し、結合強度が超音波(面外 SH 波および P 波)の反射・透過に及ぼす影響および Joint 係数の特性についての検討を行ってきた。結果として Joint 係数はき裂界面の結合強度と反射・透過係数の関係が明らかになってきた。しかし、斜角探傷には P 波を全反射させた SV 波(横波)が多く用いられている。

そこで、本研究では超音波探傷(斜角探傷)への応用上有用な SV 波を取り上げて結合強度との関係を反射・透過係数を定義して検討する。すなわち、二層半無限体および半無限体上に平板が積層された平面ひずみ問題を取り上げ、SV 波が入射角 θ で入射する場合の入射角に対する反射・透過係数を求め、Joint 係数の特性と反射・透過係数に及ぼす影響について検討する。

なお、二層半無限体の場合においては計算結果のみ示す。

2. 基 礎 式

図 1 に示されるような積層半無限体を取り上げる。平板(板厚; h)と半無限体の物理量を下添字 1, 2 で区別し、半無限体から平板に向かって SV 波が入射角 θ で入射する場合を考える。

変形は平面ひずみであり、運動方程式は次式となる。

$$\frac{\partial \sigma_{xxm}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xym}}{\partial y} = \rho_m \frac{\partial^2 u_{xm}}{\partial t^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xym}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yyym}}{\partial y} = \rho_m \frac{\partial^2 u_{ym}}{\partial t^2} \dots\dots\dots (2)$$

$$m=1, 2$$

また、構成式は、

$$\sigma_{xym} = \mu_m \left[\frac{\partial u_{ym}}{\partial x} + \frac{\partial u_{xm}}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_{yyym} = \lambda_m \left[\frac{\partial u_{xm}}{\partial x} + \frac{\partial u_{ym}}{\partial y} \right] + 2\mu_m \frac{\partial u_{ym}}{\partial y} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 ρ は密度、 λ, μ はラーメの定数である。

結合強度を表す定数 D_x, D_y は界面での応力が界面の変位差に比例するものと仮定し、その比例定数を Joint 係数とする。 $D_x = D_y = 0$ の場合は界面応力がと

* 平成 3 年 11 月 2 日 北陸信越支部材料力学講演会において講演、原稿受付 平成 4 年 9 月 21 日。

*¹ 正員、古河機械金属(株) (〒370-21 群馬県多野郡吉井町吉井 1058)。

*² 正員、山形大学工学部 (〒992 米沢市城南 4-3-16)。

もに零となりはく離状態を表し, $D_x=D_y \rightarrow \infty$ の無限極限では界面応力の有界性から, 完全結合状態を表す。

界面 ($y=0$) における結合条件は次のようになる。

$$\sigma_{xy1} = \sigma_{xy2} = D_x(u_{x1} - u_{x2}); y=0 \quad \cdots \cdots (5)$$

$$\sigma_{yy1} = \sigma_{yy2} = D_y(u_{y1} - u_{y2}); y=0 \quad \cdots \cdots (6)$$

また, 自由表面 ($y=h$) において

$$\sigma_{xy1} = \sigma_{yy1} = 0; y=h \quad \cdots \cdots (7)$$

本研究では, 運動方程式(1), (2)を境界条件式(6), (7)のもとで解くことに帰着する。この計算過程は, 前報⁽²⁾に記述されているため省略し, 3章にエネルギー流束密度を示すことにする。

3. 波動エネルギー

物体内の面(法線 n_j)を通過する単位面積当たりのエネルギー流束密度の1周期(周期: T)平均は, 次式で与えられる。

$$\langle P \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}[\sigma_{ij}] n_j \text{Re} \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} \right] dt \quad \cdots (8)$$

ここに, $\text{Re}[\]$ は実数部を意味する。

式(8)によって得られる各波動エネルギー流束密度は,

$$P_{B2} = \frac{1}{2} k \omega^2 |B_2|^2 \text{cosec } \theta_p \quad \cdots \cdots (9)$$

$$P_{C2} = \frac{1}{2} k \omega^2 |C_2|^2 \text{cosec } \theta \quad \cdots \cdots (10)$$

$$P_{D2} = \frac{1}{2} k \omega^2 |D_2|^2 \text{cosec } \theta \quad \cdots \cdots (11)$$

$$P_{A1} = \frac{1}{2} k \omega^2 |A_1|^2 \text{cosec } \phi_p \quad \cdots \cdots (12)$$

$$P_{C1} = \frac{1}{2} k \omega^2 |C_1|^2 \text{cosec } \phi_s \quad \cdots \cdots (13)$$

ここで, P_{C2} は入射波, P_{B2} は反射P波, P_{D2} は反射SV波のエネルギー流束密度を表し, P_{A1} , P_{C1} は透過

P波, 透過SV波のエネルギー流束密度をそれぞれ表す。また, θ_p は反射P波の反射角, ϕ_p, ϕ_s は透過P・SV波の屈折角である。さらに, k は波数, ω は振動数を表し, A, B, C, D は図1に示される各波の変位振幅である。

以下のようにエネルギー保存則を考慮したうえで, 反射係数 R , 透過係数 T を定義する。なお, 非定常波動場の場合には, 結合界面に適用したジョイント部のポテンシャルエネルギーを考慮する必要がある。

$$R_p = \frac{P_{B2}}{P_{C2}} \frac{\cos \theta_p}{\cos \theta}, R_s = \frac{P_{D2}}{P_{C2}} \quad \cdots \cdots (14)$$

$$T_p = \frac{P_{A1}}{P_{C2}} \frac{\cos \phi_p}{\cos \theta}, T_s = \frac{P_{C1}}{P_{C2}} \frac{\cos \phi_s}{\cos \theta} \quad \cdots \cdots (15)$$

ここに, 下添字 p および s はP波およびSV波の反射係数・透過係数を意味する。

4. 数値計算例

数値計算には, 以下の無次元量を導入する。

$$\rho = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad \cdots \cdots (16)$$

$$\delta = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \cdots \cdots (17)$$

$$D_x^* = \frac{h D_x}{\mu_2} \quad \cdots \cdots (18)$$

$$D_y^* = \frac{h D_y}{\mu_2} \quad \cdots \cdots (19)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{kh} \quad \cdots \cdots (20)$$

ここに, ρ, δ は密度比, 剛性率比であり, D_x^*, D_y^* はせん断, 垂直方向のJoint係数であり, さらに, λ は無次元波長である。

4.1 反射・透過係数について 入射角に対する反射・透過係数の変化について数値計算例を示す。

4.1.1 $D_x=D_y$ の場合

(1) 半無限体-半無限体結合の場合

図2は, 二つの半無限体をJointによって結合させた場合におけるSV波の入射角に対する反射・透過係数の変化で, 図2(a)は非常に弱い, (b)は弱い, (c)は中程度, (d)は強い結合強度の場合である。また, 物性値の組合せにより反射P波に全反射が存在する場合である。

結合強度が非常に弱いとき[図(a)]は, 透過係数がほとんどないため界面で分離している状態に近い。図(b)ではP波の反射係数が小さく, 入射角が臨界角を越えるとSV波の反射係数も小さくなるとともに, P・SV波の透過係数が高い値となっている。結合強度を高くした図(c)ではP・SV波はともに反射係数がさらに小さくなり, 透過係数ではSV波がかなり大きく

図1 入射SV波の反射・透過

図2 二層半無限体における反射・透過係数の入射角依存

性(θ の単位は Degree)($\rho=2.0, \delta=0.5, \nu_1=0.3, \nu_2=0.3$)

図3 積層半無限体における反射・透過係数の入射角依存性(θ の単位はDegree)
($\rho=2.0$, $\delta=0.5$, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.3$, $\lambda=1.0$)

図4 二層半無限体における反射・透過係数の入射角依存性(θ の単位はDegree)

($\rho = 2.0, \delta = 0.5, \nu_1 = 0.3, \nu_2 = 0.3$)

図5 積層半無限体における反射・透過係数の入射角依存性 (θ の単位は Degree)
($\rho=2.0$, $\delta=0.5$, $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.3$, $\lambda=1.0$)

なる。透過P波に関しては臨界角付近において最大値を取るのが特徴である。図(d)になると、反射係数は前報²⁾ P波入射の場合に見られたように、透過SV波のみが大きな値となる。このように結合強度の影響は入射SV波に対して透過SV波に大きく現れ、結合強度が高くなるにつれその最大値は入射角の小さいほうへずれる。

(2) 平板-半無限体結合の場合

図3は、平板と半無限体を結合させた場合の反射・透過係数の入射角による変化である。図(a)において、結合が弱い場合は反射係数のみ値を示し、透過係数には不連続な共振現象を表している。結合強度を高く図(b)とすると、透過P・SV波はともに共振点が増加し、その影響が反射係数にも及んでいる。しかし、透過係数に共振以外の値は見られない。さらに結合強度の高い図(c)では激しい共振が生じ、反射係数もかなり複雑になってくる。いずれの場合も、入射角の小さい範囲において共振は大きいものとなっている。図(d)になると、結合強度が高いためこの共振は押さえられ、透過係数が大きな値をとるようになる。

4.1.2 $D_x \neq D_y$ の場合 実際の結合に関しては、摩擦力などに見られるように垂直力は摩擦力よりも大きくなる。これに対応するようにJoint係数(結合強度)を $D_x^* = 5D_y^*$ として数値計算を行った。

(1) 半無限体-半無限体結合の場合

二つの半無限体を結合させた場合を図4に示す。図(a)の結合強度が非常に低い場合、臨界角を越える入射角においてSV波の反射係数が小さくなるため透過係数が現れている。 $D_x^* = D_y^*$ の場合と比べその値は大きくなり垂直方向の結合強度の影響が現れている。図(b)の場合には、P波の反射係数は急激に下がり、SV波の反射係数も臨界角を越えた範囲で極端に下がるため、透過係数が増加している。結合強度が図(c)、(d)と高くなると、反射係数は減少し、前述のように入射SV波に対して透過SV波が増加してくる。また、透過係数は臨界角付近において特異な変化を示し、SV波では結合強度が高くなるにつれ最大値を取る入射角は

小さいほうへずれる。

(2) 平板-半無限体結合の場合

図5は平板と半無限体を結合させた場合であり、 $D_x^* = 5D_y^*$ としてある。図(a)の結合強度が非常に弱い場合にもすでに透過係数に共振の影響が現れているが、反射係数にはともにほとんど影響がない。結合強度が少し高い図(b)とすると、共振は弱い結合の影響を受けて激しいものとなり、反射係数にも影響を及ぼす。しかし、反射P波の臨界角を越える入射角の範囲においては共振はまったく現れない。

結合強度をさらに高くした図(c)はP・SV波の反射係数とSV波の透過係数に共振が強く現れるが、透過P波においてはかなり押さえられている。図(d)では結合強度が高いために反射・透過係数ともに共振が押さえられている。

5. 結 言

き裂面の結合強度をJoint係数によって表し、結合強度による特性と反射・透過係数の影響は次のように要約される。

(1) Joint係数は変位振幅の伝達に大きな依存性をもつため、反射・透過係数に大きな影響が現れ、透過波はいずれも反射P波の臨界角で特異な挙動を示す。

(2) 二層半無限体の結合において、せん断(すべり)方向・開口方向ともに結合強度が高くなるにつれ透過SV波が大きなエネルギーをもつようになり、透過P波には影響しない。

(3) 平板と半無限体結合においては、前報の入射P波と同様に、入射角が小さい範囲で平板が共振して反射および透過特性があいまいである。しかし、入射角が大きい範囲では平板の共振はあまりなく、反射および透過特性が明確なものとなっている。

文 献

- (1) 村上・渡辺, 不完全接合面を透過する波動エネルギー(第1報, 面外SH波), 機論, 59-562, A(1993), 1475-1481.
- (2) 村上・渡辺, 不完全接合面を透過する波動エネルギー(第2報, P波), 機論, 59-562, A(1993), 1482-1489.