モアレ干渉法によるひずみと変位測定
における面外回転の影響*馬 要 武^{*1}, 栗 田 政 則^{*2}, 佐々木 昭^{*3}Effect of Out-of-Plane Rotation on Strain and Displacement
Measurement by Moiré Interferometry

Yaowu MA, Masanori KURITA and Akira SASAKI

In the displacement and strain measurement using moiré interferometry, the out-of-plane rotation of a specimen caused by bending, for example, will strongly affect the measured values. When a specimen is deformed with an out-of-plane rotation angle θ_y about the y -axis, the normal strain ε_x in the x -direction is given by $\varepsilon_x = (1/f)(\Delta N_x/\Delta x) + (\theta_y^2/2)$, where f is the frequency of the reference grating and N_x is the fringe number of the fringe pattern. A photoresist master grating of 900 lines/mm was replicated on the surface of a cantilever beam specimen using silicon rubber. The measured displacement u and strain ε_x in the x -direction deviated greatly from the theoretical values, but the values corrected for the rotation angle θ_y agreed well with the theoretical values.

Key Words: Experimental Stress Analysis, Elasticity, Strain Measurement, Displacement Measurement, Moiré Interferometry, Optical Method, Laser, Experimental Mechanics, Continuum Mechanics, Nondestructive Inspection

1. 緒 言

モアレ干渉法による変位とひずみ測定は、光学的に作製した1 μm オーダの微細な間隔をもつ回折格子を試験片に貼り、そこからのレーザ光の回折による干渉じまから、物体の微小な面内変位とひずみを測定する光学的測定法である⁽¹⁾。この方法は、従来の幾何モアレ法やレーザスペックル法によるひずみ測定法に比べて、それぞれ約100倍および10倍以上の高い測定感度をもっている。また、モアレ干渉法は物体のある一点のひずみを測定するひずみゲージ法とは異なり、全視野の測定法であるので、測定面全体の変位分布をつぶさに観察できるという特徴をもっている。

ところで従来、モアレ干渉法では、ひずみは試験片の面外回転の影響を無視して干渉じまの一次微分から求められてきた⁽²⁾。しかし、試験片が曲げなどを受けて面外に微小な角度回転すると回折光の方向が変わり、干渉じまの位置が変化するので、測定値が大きい影響を受ける。そこで、本研究では面外回転角がモアレ

レ干渉法による面内変位と垂直ひずみに及ぼす影響を与える理論値を片持ばりを用いた実験値と比較し、両者がよく一致することを明らかにした。

なお、モアレ干渉法によってひずみを測定するためには、凹凸による平行線、すなわちくぼみをもつ溝による平行線から成る、高い周波数をもつ位相形回折格子が必要である。このような回折格子は現在市販されていないので、実験室で作製する必要がある。この回折格子は通常、レーザ光の干渉を利用して高い解像力をもつ銀塩写真乾板を用いて作製されているが⁽³⁾、本研究では、感光材としてICの基板作製によく用いられているフォトレジストを用いた。フォトレジストによる回折格子は、銀塩写真乾板による回折格子に比べて回折格子の溝が深いので、回折効率が写真乾板よりも高いと考えられる。

2. フォトレジストによる
回折格子の作製

本研究では、感光材としてフォトレジストを用いたので、ここではフォトレジストによる回折格子の作製方法について述べる。まず、ガラス板上にフォトレジスト液を約1.5 μm の厚さに塗布した。

図1には、このフォトレジスト乾板から回折格子を

* 原稿受付 平成5年4月12日。

^{*1} 正員, 長岡技術科学大学大学院。^{*2} 正員, 長岡技術科学大学 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。^{*3} 正員, (株)佐藤工務店 (〒103 東京都中央区日本橋兜町20-5)。

作製するための光路図を示した。まず、フォトレジスト乾板を図1のようにセットして、波長 $\lambda=0.4880\ \mu\text{m}$ の青色のアルゴン (Ar) ガスレーザを照射した。レーザ発振器から出たレーザビームは空間フィルタによって広がり、コリメーティングレンズによって平行光となる。この平行光の一部は、 $+\phi$ の入射角でフォトレジスト乾板に入射する。一方、平行光のほかの一部は鏡3に反射して、 $-\phi$ の入射角でフォトレジスト乾板に入射する。この $+\phi$ と $-\phi$ の入射角でフォトレジスト乾板に入射した二つの平行光が乾板上で干渉して、等間隔の平行線から成る干渉じまが生じる。この干渉じまの間隔 d は、次式から求まる⁽⁴⁾。

図1 回折格子作製のための光学系

(a) フォトレジストマスタ格子

(b) マスタ格子からのサブマスタ格子の複製

(c) シリコンゴム格子からの試験片格子の複製

図2 フォトレジスト格子を用いた試験片格子の作製方法

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \phi} \dots\dots\dots (1)$$

露光後、フォトレジスト乾板を現像して定着する。このようにして作製したフォトレジスト乾板の表面は、図2(a)に示したような凹凸による平行線から成る位相格子となる。この格子をマスタ格子 (master grating) と呼ぶ。

モアレ干渉法では、後に説明するように試験片に貼付けた回折格子に照射したレーザ光の干渉じまからひずみを求める。この回折格子を試験片格子 (specimen grating) と呼んでいる。図2には、試験片格子の作製方法を説明した。試験片格子は、上記のようにして作製したマスタ格子(フォトレジスト乾板)を試験片表面に複製することによって作製する。このためにまず、図2(b)のように、シリコンゴムを塗布したガラス板上にマスタ格子を写しとる。このシリコンゴムの格子をサブマスタ格子 (submaster grating) と呼ぶ。

次に、図2(c)のように試験片表面にエポキシ樹脂を塗り、その上にサブマスタ格子を複製すれば、試験片表面には図2(c)のようなエポキシ樹脂による試験片格子ができる。なお、図1に示したマスタ格子の作り方は Walker ら⁽⁵⁾の方法と異なるが、図2に示した試験片格子の作製方法は彼らの方法と同じである。

3. ひずみ測定における 面外回転角度の影響

図3には、モアレ干渉法によるひずみ測定のための光路図を示した。2章で述べた試験片格子をもつ試験片を、図1に示したフォトレジスト乾板の位置にセットした試験片負荷装置に固定する。試験片の変形を示す干渉じまを記録するために、図3のスクリーン上には写真フィルムを取付けた。図1に示したマスタ格子作製の場合と同様に、コリメーティングレンズによって平行光となったレーザ光の一部は、 $+\alpha$ の入射角で

図3 モアレ干渉法によるひずみ測定の光学系

直接に試験片表面に入射し、+1次の回折光を生じる。また、ほかの一部の平行光は鏡3に反射した後、 $-\alpha$ の入射角で試験片表面に入射し、-1次の回折光を生じる。試験片を負荷する前は、試験片格子は等間隔の平行線から成っているから、これら二つの回折光は図4に示したようにともに平行線となって試験片法線方向へ進むので、スクリーン上には干渉じまは現れない。なお、試験片法線と回折光の方向がなす角 β を回折角と呼ぶが、本研究では図4に示したように、負荷前の回折角 β を零にとった。

次に、試験片に荷重を加えたときの回折光と干渉じまについて説明する。試験片に荷重を加えると、図5に示したように、試験片には z 方向の面外変位 w と y 軸のまわりの面外回転(回転角 θ_y)が生ずるものとする。また、試験片格子の間隔 d は試験片に生じたひずみによって変化するので、入射光1の入射角も θ_y だけ変化するので、図5のように変形前に零であった回折角 β は $\Delta\beta$ だけ変化し、入射光1は試験片格子で回折して+1次の回折光1'となる。同様にして、入射光2は回折角 $\Delta\beta'$ で回折して、-1次の回折光2'となる。

± 1 次の回折光は、次の回折条件を満足する⁽⁶⁾。

$$d(\sin \alpha + \sin \beta) = \pm \lambda \quad \cdots \cdots (2)$$

本研究では、すでに述べたように、試験片変形前の回折角 β は零にとった。試験片が変形すると、試験片格子の間隔 d は $d + \Delta d$ に、+1次の回折光に対する入射光1は入射角 α から $\alpha - \theta_y$ に、また回折角 β は零から $\Delta\beta$ に変化する。したがって、試験片変形後は式(2)は

$$(d + \Delta d)[\sin(\alpha - \theta_y) + \sin \Delta\beta] = \lambda \quad \cdots \cdots (3)$$

となる。また、式(2)で $\beta = 0$ とおくと

$$d \sin \alpha = \lambda \quad \cdots \cdots (4)$$

式(4)を式(3)に代入し、 x 方向の垂直ひずみ ϵ_x を

$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d}$$

とおくと

$$(1 + \epsilon_x)[\sin(\alpha - \theta_y) + \sin \Delta\beta] = \sin \alpha \quad \cdots \cdots (5)$$

となる。

-1次の回折光2'に対しては、式(5)の α に $-\alpha$ を代入し、 $\Delta\beta$ に $\Delta\beta'$ を代入すると

$$(1 + \epsilon_x)[\sin(-\alpha - \theta_y) + \sin \Delta\beta'] = -\sin \alpha \quad \cdots \cdots (6)$$

式(5)から式(6)を差し引くと

$$(1 + \epsilon_x)[2 \sin \alpha \cos \theta_y + \sin \Delta\beta - \sin \Delta\beta'] = 2 \sin \alpha$$

となる。この式を変形すると

$$\sin \Delta\beta - \sin \Delta\beta' = 2(1 - \cos \theta_y - \epsilon_x) \sin \alpha \quad \cdots \cdots (7)$$

となる。

角 $\Delta\beta$ 、 $\Delta\beta'$ 、 θ_y が小さいときには、次の近似式

$$\cos \theta_y \approx 1 - \frac{\theta_y^2}{2} \quad \cdots \cdots (8)$$

を用いて

$$\Delta\gamma = \Delta\beta' - \Delta\beta \quad \cdots \cdots (9)$$

とおくと、式(7)は

$$\Delta\gamma = (2\epsilon_x - \theta_y^2) \sin \alpha \quad \cdots \cdots (10)$$

となる。式(8)の近似式の誤差は、 $\theta = 20^\circ$ に対してわずか0.07%、 $\theta = 30^\circ$ に対して0.4%であり、式(8)は比較的大きい角度に対してもよく成り立つ。

互いに $\Delta\gamma$ の角度をなす二つの回折光1'と2'は、図1に示したように互いに 2ϕ の角度をなす平行光がフォトレジスト乾板上で干渉して式(1)で示す格子間隔をもつ干渉じまを作るのと同様に、図3のスクリーン上で干渉して次式で示す格子間隔 G をもつ干渉じ

図4 試験片負荷前の ± 1 次回折光

図5 負荷後の試験片の面外回転角 θ_y 、面外変位 w および回折光

まを作る。

$$G = \frac{\lambda}{2 \sin(\Delta\gamma/2)} \quad (11)$$

角 $\Delta\gamma$ は小さいから、式(11)の分母は $\Delta\gamma$ となるので、これに式(10)を代入すると

$$G = \frac{\lambda}{(2\epsilon_x - \theta_y^2) \sin \alpha} \quad (12)$$

なお、試験片の面外変位 w は、図5からわかるように、回折角の変化 $\Delta\beta$ と $\Delta\beta'$ に影響しないので、干渉じまにも影響を及ぼさない。

試験片格子の周波数 $F(=1/d)$ は、式(4)から

$$F = \frac{\sin \alpha}{\lambda} \quad (13)$$

となる。また、図3において試験片に α と $-\alpha$ の入射角で入射した二つの平行光は、図1で説明した式(1)の場合と同様に、試験片表面で干渉する。この干渉じまの周波数 f は、式(1)で ϕ の代わりに α を用いて逆数をとると

$$f = \frac{2 \sin \alpha}{\lambda} \quad (14)$$

となる。この周波数 f を参照格子の周波数 (frequency of reference grating) と呼ぶ⁷⁾。式(13)と式(14)より、試験片格子の周波数 F と参照格子の周波数 f には、次式の関係がある。

$$f = 2F \quad (15)$$

式(14)を式(12)に代入すると

$$\epsilon_x - \frac{\theta_y^2}{2} = \frac{1}{fG} \quad (16)$$

ここで、 N_x を参照格子線が x 軸に直交する図3の光学系によって得られた干渉じまのしま次数とすると

$$\frac{1}{G} = \frac{\Delta N_x}{\Delta x}$$

であるから、これを式(16)に代入すると

$$\epsilon_x = \frac{1}{f} \frac{\Delta N_x}{\Delta x} + \frac{\theta_y^2}{2} \quad (17)$$

x 方向の変位を u とすると

$$\epsilon_x = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (18)$$

であるから、これを式(17)に代入して x で積分すると

$$u = \frac{1}{f} N_x + \frac{1}{2} \int \theta_y^2 dx \quad (19)$$

となる。片持ばりの固定端 $x=0$ で $u=0$ かつ $N_x=0$ の境界条件から、式(19)の積分定数は零となる。

従来用いられてきた回転角 θ_y の影響を考慮に入れない場合のひずみと変位を、それぞれ ϵ'_x , u' で表せば⁽⁸⁾

$$\epsilon'_x = \frac{1}{f} \frac{\Delta N_x}{\Delta x} \quad (20)$$

$$u' = \frac{1}{f} N_x \quad (21)$$

式(20)および式(21)を式(17)および式(19)と比べると、回転角 θ_y の影響を考慮に入れると、ひずみと変位はそれぞれ次式で示す試験片の回転による見掛けのひずみ ϵ_r と変位 u_r だけ大きくなる。

$$\epsilon_r = \frac{1}{2} \theta_y^2 \quad (22)$$

$$u_r = \frac{1}{2} \int \theta_y^2 dx \quad (23)$$

なお、透過形回折格子に対して、式の導き方は異なるが、本研究で用いた反射形回折格子に対する式(22)と同一の式がすでに Walker⁽⁹⁾ らによって導かれている。しかし、実験的検証はなされていないので、式(22)が成立する回転角 θ_y の範囲については明らかにされていない。

本研究で用いた片持ばりのひずみ ϵ_x は弾性力学の理論により

$$\epsilon_x = \frac{P(l-x)}{EI} \frac{h}{2} \quad (24)$$

で与えられる。ただし、 P は集中荷重、 E ははりのヤング率、 I は断面二次モーメント、 l と h はそれぞれはりの長さ、厚みである。ひずみ ϵ_x は式(18)でも表されるから、式(24)を x で積分して固定端 ($x=0$) で $u=0$ の境界条件を用いれば、 x 方向の変位 u の理論値は

$$u = \frac{Ph}{4EI} (2lx - x^2) \quad (25)$$

となる。片持ばりの固定端から x の距離の面外回転角 θ_y は弾性力学の理論により

$$\theta_y = \frac{P}{2EI} (2lx - x^2) \quad (26)$$

となる。また、式(23)に式(26)を代入して、 $x=0$ で $u_r=0$ の境界条件から積分定数を定めれば、回転角 θ_y による見掛けの変位 u_r は

$$u_r = \frac{P^2}{120E^2I^2} (3x^5 - 15lx^4 + 20l^2x^3) \quad (27)$$

となる。

4. 実験結果と考察

3章で述べたモアレ干渉法による変位とひずみの測定に及ぼす試験片の面外回転の影響に対する理論値を実験値と比較するために、先端に集中荷重 P を受ける構造用炭素鋼 S45C の片持ばりを用いて、その変位とひずみを測定した。図6には、試験片の形状と光学系を示した。試験片表面には、2章で述べた方法で作製した試験片格子を貼り付けた。回折格子の周波数は900本/mmである。試験片の裏面にはゲージ長2mm

図 6 変位とひずみ測定のための片持ばりと光学系

(a) 初期じま

(b) 20.5 N の荷重を加えたときの干渉じま

(c) キャリアじま

(d) 二重露光によって得られた二次モアレ干渉じま

図 7 片持ばりの干渉じま

のひずみゲージを貼り付けて、ひずみを測定した。

図 7 には、得られた干渉じまを示した。図 7 (a) は、試験片に荷重を加える前の初期干渉じまである。また、図 7 (b) には、試験片に 20.5 N の荷重をかけたときの x 方向の等変位線を示す干渉じまを示した。試験片が荷重を受けないときには干渉じまは現れないはずである。しかし、実際には、試験片格子は完全に等間隔な直線とはなっていない。また、レンズや鏡などの光学

図 8 x 軸に沿ったしま次数 N_x の分布

素子は完全な平行光を試験片に入射できるほど精度は高くないために、負荷前の二つの回折光は図 4 に示したように完全に平行にはならないので、図 7 (a) に示したような初期じまが現れる。また、片持ばりの表面の変位 u とひずみ ϵ_x ははりの先端からの距離にのみ依存し板幅方向の距離には依存しないので、干渉じまは板幅方向に平行な直線となるはずであるが、図 7 (b) の干渉じまはそうになっていない。これは、変形による干渉じまに図 7 (a) に示した初期じまが重畳しているためである。

このような負荷による干渉じまへの初期じまの影響を消去するためには、通常キャリアじまを使う⁹⁾。本研究では、試験片を負荷する前に、図 3 に示した反射鏡 3 を回転して、スクリーン上の写真フィルムにキャリアじまを撮った。図 7 (c) には、このようにして撮ったキャリアじまの一部を拡大して示した。次に、試験片を負荷した後、キャリアじまを撮った写真フィルムをもう一度露光した。写真フィルムは二重露光されて、負荷前後の二つの干渉じまをフィルム上に記録する。この二つの干渉じまが重畳して、等変位線を示す新しい二次モアレじまが図 7 (d) に示したように生じ

図9 x 方向変位の測定値 u' および試験片の回転による見掛けの変位 u_r による測定値の補正値と変位の理論値との比較 ($P=20.5$ N)

図10 x 方向のひずみの測定値 ϵ'_x および試験片の回転による見掛けのひずみ ϵ_r による測定値の補正値とひずみの理論値との比較 ($P=20.5$ N)

る。

図8には、図7(d)の干渉じまから求めたしま次数 N_x と片持ばりの固定端からの距離 x との関係を示した。なお、片持ばりの固定端近くは、はりの支持装置に入射光が遮られて、図7に示すように干渉じまが現れていない。このため、図7(d)の最初のしま次数は、固定端における N_x が零となるように決めた。しかし、最初のしま次数 N_x の決め方は、式(17)と式(20)からわかるように、ひずみ ϵ_x には影響しない。

回転角 θ_y が零のときには、ひずみ ϵ_x は式(24)からわかるように x の1次式であり、 ϵ_x は式(18)から変位 u の1次微分で表されるから、 N_x は式(21)から x の2次式となる。また、回転角 θ_y が無視できないときには、 θ_y は式(26)から x の2次式であるから、 N_x は式(19)から x の5次式となるはずである。図8には、 N_x の測定値から最小二乗法で求めた2次式および5次式を記入した。いずれの曲線も、 N_x の測定範囲では図8に示すようにほとんど一致した。

図9には、片持ばりの先端に20.5 Nの荷重をかけたときのはりの固定端からの距離 x に対する x 方向の変位の変化を示した。図9は、式(21)による測定値は式(23)による回転角 θ_y による見掛けの変位 u_r で補正すると、式(25)による理論値によく一致することを示している。

図10には、図9と同様に片持ばりに20.5 Nの荷重をかけたときの固定端からの距離 x に対するひずみ ϵ_x の変化を示した。図のひずみの測定値 ϵ'_x は図8に示したしま次数 N_x の測定値を最小二乗法によって近似した5次の多項式から式(20)を用いて求めた値である。この測定値 ϵ'_x を、式(22)から計算した回転角 θ_y

による見掛けのひずみ ϵ_r で補正すると、式(24)から求めた理論値 ϵ_x によく一致することが図10からわかる。また、試験片の回転角 θ_y による見掛けのひずみ ϵ_r は、固定端からの距離 x とともに増加し、 θ_y の影響を考慮に入れない測定値 ϵ'_x に比べて、無視できない大きさとなることが図10からわかる。

5. 結 論

感光材料にフォトレジストを用い、光源にアルゴンガスレーザを用いて回折格子を作製し、試験片の面外回転角 θ_y がモアレ干渉法による x 方向の変位 u および垂直ひずみ ϵ_x に及ぼす影響を明らかにした。面外回転角 θ_y の影響が無視できないときには、ひずみ ϵ_x と変位 u はそれぞれ式(17)と式(19)から求まる。また、試験片表面法線方向の変位 w は、 ϵ_x と u の測定値には影響しない。

片持ばりを用いて、面外回転角 θ_y が変位 u とひずみ ϵ_x の測定値に及ぼす影響を調べた結果、 θ_y は u と ϵ_x に無視できない影響を与えることが明らかとなった。

最後に、本研究の研究費の一部を援助してくださった(株)佐藤工務店、および本研究で用いたフォトレジスト液を提供してくださった富士ハント(株)に厚くお礼申し上げる。

文 献

- (1) Post, D. (Kobayashi, A. S. 編), *Handbook on Experimental Mechanics*, (1987), 314-387, Prentice-Hall.
- (2) 文献(1)の368ページ.
- (3) 文献(1)の338-342ページ.

- (4) 文献(1)の323ページ. Addison-Wesley Publishing Company.
(5) Walker, C. A. and McKelvie, J., *Exp. Mech.*, (1978), 316. (7) 文献(1)の333ページ.
(6) Hecht, E. and Zajac, A., *Optics*, 2nd ed. (1990), 426, (8) 文献(1)の333, 368ページ.
(9) 文献(1)の361ページ.
-