板構造のための幾何形状をベースにした h 法による FEM 解析の自動化について*

田 辺

誠^{*1}

Automatic FEM Procedure Using a Geometry-Oriented h Version for Plate Structures

Makoto TANABE

An automatic FEM procedure based on a geometry-oriented h version is presented for a general plate structure with holes. A simple and efficient method to create the geometry with holes is described. Physical conditions for the structural analysis are given directly in the geometry. Simply by giving the total number of elements, all input data, including the element mesh required for a finite element structural analysis program, are generated and the initial analysis is made. By giving only the allowable ratio of the finite element error, adaptive mesh refinement is made and detailed analysis is carried out automatically. A practical PC program based on the procedure has been developed. Numerical examples are demonstrated to show the validity and effectiveness of the proposed method.

Key Words: Computational Mechanics, Finite Element Method, Structural Analysis, Adaptive h Method, Automation, Geometry, Plate Structure

1. は じ め に

有限要素法は、各種の製品の設計に不可欠な強度解析や性能予測のための汎用の数値解法として、日常的に使用されている。また、高性能で低価格な PC や EWS の広範囲な普及に伴い、従来は大型機で専門の技術者を中心に応用がはかられてきた有限要素解析が、これを必ずしも専門としない一般の設計者の手元で、可能になりつつある。

有限要素解析(FEM 解析)の実用上の問題点の一つは、その入力データの作成に多大な手間がかかることである。特に三次元の複雑な形状では、その作業は困難となる。実用上のもう一つの問題は、FEM 解析の精度に関してである。有限要素法の収束性に関する基本定理によれば、適合条件と完全性の条件を満足する要素を用いれば、要素幅を小さくすることにより有限要素解は、正解(釣合い方程式の理論解)に収束することが知られているが⁽¹⁾、問題は自分の作成したメッシュが、正解に対しどの程度の解を与えているかがわからないことである。そこで効果的な有限要素プリプロセス

ッシングにより解析のための入力データを自動生成し、アダプティブ法により必要とする精度の解を自動的に得る、いわゆる FEM 解析の自動化の研究が多方面で積極的に行われている^{(2)~(5)}。このアダプティブ法では p 法と h 法が有力であるが、アダプティブ p 法による FEM 解析の自動化の研究と実用化が先行しており、すでにそれを実現する商用プログラムも出現している⁽⁶⁾。アダプティブ p 法は収束性にすぐれ、また hierarchy 補間関数を用いることにより計算効率がよい反面、一般に線形問題に適用が限られ、また解析部分で既存の解析プログラムが使用できないことからプログラムの開発に多大な労力を要する欠点がある。アダプティブ h 法で FEM 解析の自動化を達成するには、従来の節点や要素をベースにした有限要素入力データの記述方法とは異なった、幾何形状データをベースにした解析データの記述方法が必要になる。そこで本論文では、各種の製品設計で最もよく用いられる構造形式の一つである一般的な曲面板構造に対して、幾何形状をベースとしたアダプティブ h 法による、FEM 静解析の自動化の手法が提案される。

有限要素解析のスタートは、幾何学である。三次元の複雑な製品形状を、コンピュータ内で効果的に生成し、表現することが重要である。そこでまず最初に、穴

* 原稿受付 平成 5 年 2 月 4 日。

*¹ 正員、神奈川工科大学工学部 (〒243-02 厚木市下荻野 1030)。

を有する一般的な曲面板構造に対し、その幾何形状を生成し、数学的に表現するシンプルで効果的な手法が述べられる。三次元の幾何形状が生成されると、構造解析に必要な材料データ、荷重、境界条件などの物理データは、形状に付随する物理属性として、ここでは幾何形状に直接記述される。こうして幾何形状が定義され、かつ構造解析に必要な物理データが形状に設定されたことから、解析に必要なすべての情報が与えられたことになるが、有限要素法を用いることから、さらに要素メッシュが必要となる。ここでは、著者らが開発のシンプルで効率のよいマッピング手法により、穴を有する一般的な曲面形状に対し、要素数 M を与えるだけでほぼ要素数が M の、一部三角形を併用した四角形平面シェル要素メッシュが自動生成される。幾何形状が定義され、解析に必要な物理データがその形状に記述され、要素メッシュが得られたことから、使用する有限要素構造解析プログラムが必要とする、節点と要素をベースにしたすべての有限要素入力データを生成し、解析を自動的に行うことができる。次にこの初期解析結果から、有限要素許容誤差率 B の入力だけで、主ひずみの変化を用いたシンプルな誤差指標により、アダプティブな細分メッシュが生成される。解析に必要な物理データは幾何形状にすでに定義されていることから、この細分メッシュに対応した有限要素入力データを生成し、こうしてアダプティブh法による詳細解析を自動的に行うことができる。またここでは、本手法に基づく実際のプログラムがPC上で開発された。いくつかの例題への適用を通して、本法の有効性が議論される。

(b) 四角形と三角形の曲面パッチ

図1 曲面板構造の形状生成

2. 板構造の幾何形状の生成

一般的な曲面板構造の幾何形状は、四角形あるいは三角形の曲面パッチの集合として、サーフェイスモデルとして構成される(図1)。ここで四角形曲面パッチ U は、四つの境界カーブ C_i (edge curve) で張られ[図1(b)], Coonsパッチとして以下のように数学的に表現される。

$$U(r, s) = h_0(r)C_4(s) + h_1(r)C_2(s) + h_0(s)C_1(r) + h_1(s)C_3(r) - (h_0(r), h_1(r)) \begin{bmatrix} P_1 & P_4 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix} (h_0(s), h_1(s))^T \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 r, s は正規座標 ($0 \leq r, s \leq 1$)、 P_i ($i=1, 4$) は四角形曲面パッチのコーナの点の座標、また h_0, h_1 は Blending function を表している。また三角形曲面パッチは、三つの境界カーブによって張られるが、四角形曲面パッチにおいて、カーブ C_3 とポイント P_4 をポイント P_3 に単に縮退させることにより、同様に表すことができる。

曲面上に穴が存在する場合、構造解析を前提とした形状の表現には以下の三つの手法が考えられる(図2)。一つは、穴の部分も含めて四角形曲面(ブロック)に分割して表現する手法で、この手法は取扱いが簡単な反面、そのブロック分割のために多大な手間を要する。第二は Schoofs ら⁷⁾により提案されたもので、穴を補助線でつなぐことにより穴を有する形状を1本の閉曲線で表現するものである[図2(b)]。この手法は穴をつなぐための仮定の補助線を作成するだけで、穴を含む曲面が定義できることから一般的であるが、曲面上の穴を定義する曲線が複雑になること、また多くの穴が存在する場合には1本の閉曲線を作成する作業が煩雑になる。そこでここでは、空間上に閉曲線 C を与え、それを曲面上に写映することにより曲面上の穴を定義する間接的な手法を用いることにする[図2(c)]。こうして、穴は定義すべき形状ではなく曲面の属性と考えることができ、穴を含む曲面の定義が極めて容易となる。

(a) ブロッキング (b) 閉曲線表現 (c) 本法

図2 穴を有する曲面の定義

3. 幾何形状に物理データの設定

穴を有する板構造の幾何形状が生成されると、荷重、境界条件など、構造解析に必要な物理データを、幾何形状に直接記述することを考える。つまり、形状を構成する曲面パッチ、カーブ、ポイントなどの幾何部品に、物理データを形状の物理属性として付加する。幾何形状に境界条件や荷重などの物理データを記述する場合、曲面構造では、全体座標系だけではなく幾何形状に対応した座標系を用いると便利な場合が多い。この幾何形状に埋め込まれた局所座標系 x, y, z を、ここでは幾何座標と呼ぶことにする(図3)。いま、曲面パッチ上の任意の点を P とすると、正規座標の r 軸の接線方向を幾何座標の x 軸に、 P 点での法線で正規座標 r 軸から s 軸の方向にまわして右ねじの進行方向を幾何座標の z 軸に、また x 軸と z 軸に直交し、右手系で y 軸を定義する(図3)。曲面パッチの境界線上の点 Q では、境界線の接線方向を幾何座標の x 軸に、曲面パッチの z 軸を境界線上の幾何座標の z 軸に、また x, z 軸に直交し、曲面パッチの接線方向を右手系で幾何座標の y 軸に定める。この幾何座標の導入により、幾何形状にそくした、荷重、境界条件の記述が可能となる。

3.1 境界条件 境界条件は、任意の曲面パッチあるいは曲面パッチを構成する境界カーブ上に、全体座標系あるいは幾何座標系により与えられる。いま曲面上の点 P で、境界条件が幾何座標系 (x, y, z) で与えられた場合を考える。点 P の幾何座標系での変位ベクトルを u 、全体系での変位ベクトルを U とする。いま、 u の部分ベクトル u_s に関し、境界条件 $u_s=0$ が与えられたものとする。

$$u = \begin{bmatrix} u_s \\ u_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

ここで u_m は、 u の変位成分で u_s 以外の成分を集めた部分ベクトル(空ではないものとする)である。点 P

図3 幾何座標系

での全体座標系から幾何座標系への変換マトリックスを R と書くと

$$u = RU \dots\dots\dots (3)$$

式(2)を用いて式(3)をサブマトリックス表示すると、

$$\begin{bmatrix} u_s \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ss} & R_{sm} \\ R_{ms} & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ U_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

$u_s=0$ より、式(4)の1行を U_s に関し解いて

$$U_s = -R_{ss}^{-1} R_{sm} U_m \dots\dots\dots (5)$$

式(5)は線形の制約条件式(Constraint equation)となっており、この条件のもとで剛性方程式を解けばよい。こうして、幾何座標系で境界条件が設定された場合には、式(5)を生成すればよいことがわかる。

3.2 荷重の定義 荷重に対しても同様に、任意の曲面パッチ、曲面パッチを構成する境界カーブ、および任意のポイントに直接、全体系あるいは幾何座標系で定義される。幾何形状に幾何座標系で荷重が指定された場合には、式(3)の変換マトリックスにより、全体座標系に変換し、全体系での荷重を生成すればよい。

3.3 材料データ 材料データについても同様に、使用する要素タイプに対応した材料実データが、曲面パッチに直接記述される。

4. 有限要素メッシュの自動生成

幾何形状が定義され、幾何形状に構造解析のための物理データが設定されると、構造解析に必要なすべての情報が与えられたことになるが、FEM解析では、さらに要素メッシュが必要となる。ここでは、シンプルで効果的なマッピング手法⁽⁸⁾を用いることにより、

(a) 不規則メッシュ (b) 微小要素の削除

(c) マッピング

図4 四角形曲面に対する要素メッシュの自動生成

穴を含む一般的な曲面板構造に対し、要素数 M を与えるだけで、ほぼ要素数が M の一部三角形を併用した四角形平面シェル要素が自動生成される。いま要素数が M で、要素形状がほぼ正方形の一様メッシュを生成することを考える。板構造の全表面積を S とすると、作成すべき要素の平均的な一辺の長さ h は、 $h = \sqrt{S/M}$ として求めることができる。したがって構造全体に対し、要素数 M のメッシュを作成する問題は、全体を構成する一つの曲面パッチに対し、その境界カーブ C_i ($i=1, 4$) を N_i で分割するメッシュを作成する問題になる。ここで N_i は、カーブ C_i の長さを L_i として、 $N_i = L_i/h$ で与えられる。一つの曲面パッチに対する、この対辺不等分割は、一辺の長さが1の正方形で表される正規座標 r, s ($0 \leq r, s \leq 1$) で行うことにする。まず、正規座標の正方形の各辺を N_i ($i=1, 4$) で分割し、距離が最小の対辺上の点をそれぞれ互いに結ぶことにより、三角形および四角形の不規則メッシュを正規座標上で作成することができる[図4(a)]。ここで、要素の面積が一定の基準以下の小さな要素を除去することにより、正規座標上でのメッシュが得られる[図4(b)]。これを式(1)を用いて、三次元空間に戻すことにより曲面パッチ上のメッシュを得ることができる[図4(c)]。こうして、曲面パッチの境界カーブに沿って、基本的に四角形要素が生成される。三角形要素は、異なるメッシュ密度の四角形要素が結合する過渡領域で、一部使用される。

4.1 穴の処理 曲面上に穴が存在する場合には、まず穴がない状態ですでに述べた手法により、正規座標上でメッシュを作成したあと、穴の部分を正規座標上で削除することを考える。ここで、穴を表現する閉曲線 C [図5(a)] を曲面に写映し、それを正規座標

図5 穴の処理

上で表したものを C'' とする。まず最初に C'' の内部および、 C'' と共有する要素を除去し [図5(b)]，次に C'' の外側に要素を埋めることにより [図5(c)]，穴を有する曲面に対するメッシュを正規座標上で作成することができる。ここで要素メッシュを滑らかにするために、スムージング操作を行う。いま、節点 i の正規座標を X_i ，節点 i に結合する節点座標を X_j と書くと、節点 i の新しい座標 X'_i を次式により更新する。

$$X'_i = \sum_j X_j / m_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 m_i は節点 i に結合する節点の数である。こうして、正規座標上で滑らかなメッシュが得られたので、これをもとの三次元空間に戻すことにより、最終の要素メッシュを得ることができる [図5(d)]。ここで、穴を定義するための三次元空間上の閉曲線 C は、穴をあけるドリルの断面形状と考えることができる。一般に、曲面上の穴を表現する正確な曲線を与えることは容易ではないことから、ここでは穴は曲面の属性として三次元空間上の閉曲線で表現し、有限要素メッシュを得る段階で、穴に関係した要素の除去処理を行っている。このことにより、たくさんの穴を有する幾何形状の生成が容易になる。また本法では、指定の境界カーブに沿って、要素の細分を与えることが容易に可能である。そのカーブの分割数 N_i を必要な数だけ増やすだけで、カーブに沿った要素の細分をコントロールすることができる。

4.2 曲面上の任意点での節点の生成 実用解析

では、荷重あるいは境界条件の設定のために、曲面上の任意点に節点を生成することが必要な場合が多々ある。これは正規座標上でメッシュを得たあと、容易に行うことができる。いま、曲面上の任意点 P に節点を生成することを考える。一般に、曲面上に存在する点 P を正確に与えることは困難であるので、まず最初に、点 P に最も近い曲面上の点を求め、その正規座標を P' とする[図6(a)]。次に、 P' を含む要素 e を正規座標上で探し、 P' がその内部あるいは境界上に存在するかによって、図6(b)，(c)のように要素 e を四つあるいは三つの三角形に分割する。こうして、 P' 上に節点が得られたので、このあとはすでに述べた要素のス

図6 任意点 P に節点の生成

ムービング操作に移る。ただし、 P' 上の節点座標は、スムージング操作によって変えてはいけないことに注意を要する。

5. FEM 解析入力データの自動生成

一般の有限要素構造解析プログラムの入力データは、通常節点と要素を基本とした記述形式になっている。穴を有する一般的な板構造の要素メッシュが得られ、また解析に必要な物理情報はすでに幾何形状に設定されていることから、有限要素構造解析プログラムが必要とするすべての入力データを生成することは容易である。これは、幾何形状データと幾何形状に設定された物理データ、およびメッシュデータから、用いる FEM 解析プログラム用の入力データを生成するインタフェースプログラムを作成することにより自動的に行うことができる。この幾何形状をベースにした有限要素データの管理手法により、異なるメッシュに対応した FEM 解析の全入力データを自動的に作成することができる。

6. アダプティブな細分メッシュの生成

こうして、FEM 解析プログラムのすべての入力データが作成できたので、この初期メッシュを用いた FEM 解析を自動的に行うことができる。ここでは、著者が PC 用に開発した汎用構造解析プログラム ASA⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を用いることにする。ASA は、骨組、二次元、軸対称、および三次元の各種の構造に対し、任意の荷重ケースに対する線形静的解析や、固有値解析、モーダル応答解析、周波数応答解析、直接積分法などの各種の動解析、および非線形熱伝導解析を行うことができる。スパースな大規模マトリックスに外部記憶を用いることにより、要素数や節点数に関してプログラム上の制限はない。こうして ASA による初期解析が終わると、ここでは、隣接要素間の主ひずみの変化を用いたシンプルな誤差指標により、アダプティブな細分メッシュの作成を行う。いま、初期解析で得られた変位を U_h と書くと、有限要素法の誤差に関する基本定理から、次式が成立する⁽²⁾。

$$\|U - U_h\|_e \leq Ch^p |U|_{p+1,e} \dots\dots\dots (7)$$

ここで $\|\cdot\|$ はエネルギーノルム、 U は変位の正解、 p は補間関数における多項式の次数、 h は要素の最大寸法(直径)、 e は要素番号、また C は定数である。ただし、 $|U|_{p+1,e}$ は、次式で表されるセミノルムで

$$|U|_{p+1,e} = \left\{ \int_{A^e} \sum_{a_1+a_2=p+1} \left(\frac{\partial^{p+1} U}{\partial x_1^{a_1} \partial x_2^{a_2}} \right)^2 dx \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 x_1, x_2 は座標、 a_1 と a_2 は非負整数、 A^e は要素 e の領域を表している。 $p=1$ のとき、式(7)は次のように簡略化することができる。

$$\|U - U_h\|_e \leq Ch \left\{ \int_{A^e} \sum_{a_1+a_2=2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^{a_1} \partial x_2^{a_2}} \right)^2 dx \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (9)$$

したがって $p=1$ の線形要素では、有限要素誤差のノルムは、変位の 2 階微分に関係した積分量でおさえられることがわかる。変位の 1 階微分と 2 階微分は、それぞれ、ひずみおよびひずみの変化(variance)に関係した量であることから、誤差ノルムはひずみの変化に関係することがわかる。しかしながら、ひずみは用いる座標系に依存することから、特異点が存在しない問題に対し、ここでは主ひずみの変化を用いたシンプルな誤差指標を用いることにする。ここで、隣接要素間の主ひずみの変化の許容量 e_c を、以下で定義する。

$$e_c = B \text{Max}(|e_{\max}|, |e_{\min}|) \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $e_{\max}$ 、 $e_{\min}$ はそれぞれ、全要素の最大および最小の主ひずみ、また B は隣接要素間の主ひずみの変化の許容比率 ($0 < B \leq 1$) で、入力データとして与えられるものである。いま $p=1$ なる線形要素 e の、隣接要素との主ひずみの変化を E_e とすると、その一辺の分割数 m は、式(9)に注意して次式で与えることができる。

$$m = E_e / e_c \dots\dots\dots (11)$$

ただしここでは、分割の容易さから近似的に、要素 e の一辺を 2^{m-1} に分割することにする。

Zienkiewicz らは有限要素誤差の評価にあたり、応力の averaging あるいは projection により、その正解の近似値を得ている⁽³⁾。要素幅が十分小さい仮定のもとで、この averaging により正解の近似値が得られるものとする、線形要素では隣接要素間のひずみの変化をある一定の値 e_c 以下にすることにより、ひずみの誤差を $e_c/2$ 程度におさえることができる。そこで、細分の基礎となる主ひずみの変化の許容比率 B は、要素幅が十分小さな状態での誤差率の倍程度に相当することがわかる。ここでは実用性の観点から、この主ひずみの変化によるシンプルな誤差指標を用いることとする。こうしてアダプティブな細分メッシュが得られると、幾何形状に物理データが記述されていることから、すでに述べた FEM 解析プログラムのためのインタフェースプログラムにより、このメッシュに対応した FEM 解析のための全入力データを生成し、これを FEM 解析プログラム ASA に渡して、アダプティブな細分メッシュによる詳細解析を自動的に行うことができる。

7. h 法による FEM 解析の自動化

幾何形状をベースにした、アダプティブh法によりFEM静的構造解析を自動的に行う、対話形システム Handy FEM がPC上で開発された。図7はその手順と実際にPC上で作成されたモジュール(カッコ内)の概要を表している。モジュール SHAPE で、穴を有する一般的な曲面板構造の幾何形状が生成され、モジュール PHYS で、静的解析に必要な材料データ、荷重、境界条件が幾何形状に直接設定される。モジュール GMESH では、穴を有する曲面形状に対し、要素数 M の入力だけで、ほぼ要素数が M の要素メッシュが自動生成される。次にモジュール INTERFACE より、幾何形状データと幾何形状に設定された物理データおよびメッシュデータから、FEM 解析プログラム ASA のための全入力データが生成され、これを ASA に渡し、初期解析が自動的に行われる。次にモジュール REMESH で、有限要素許容誤差率 B の入力だけで、アダプティブな細分メッシュが生成され、再度モジュール INTERFACE により、このメッシュに対応した有限要素入力データを生成し、ASA を経て、アダプティブh法による詳細解析が自動的に行われる。

図7 幾何形状をベースにしたh法FEM解析の自動化の手順

図8 曲面を有する金具

穴を有する一般的な曲面板構造の幾何形状が生成され、解析のための物理データが幾何形状に設定されたあとは、単に要素数 M の入力だけで初期解析を、また許容誤差率 B の入力だけでアダプティブ細分メッシュによる詳細解析を行うことができる。こうして、一般的な板構造のFEM解析が精度よく効果的に可能となる。

8. 計 算 例

8.1 要素メッシュの自動生成 図8はだ円形の穴を有する金具の例で、形状の対称性から、手前半分が二つの四角形曲面パッチを用いてモデル化された。穴を定義するため、一つの閉曲線が三次元空間に与えられた。この閉曲線は、穴をあけるドリルの断面に対応しており、穴はこれを曲面に写映することにより作成される。要素数 $M=250,400$ を与えるだけで、実際には要素数がそれぞれ232,370のメッシュが作成された。ここでカッコ内の数字は、実際に作成された要素数を表している。節点を作成すべき2点[図8(a)の点11,12]が空間上に与えられている場合には、 $M=150,250$ を与えるだけで実際には、それぞれ154,238のメッシュが作成された。ここでは、与えられた2点に最も近い面上に、2節点が生成されている。図9は開孔と穴を有する曲面の例で、開孔を定義するためポケット形状の閉曲線が与えられた。幾何形状が生成されたあとは、要素数 $M=120,300$ を与えるだけで、実

図9 開孔を有する曲面

図10 円孔平板の解析

際にはそれぞれ 120, 260 の要素が生成された。

8・2 円孔を有する平板の解析 図 10 は、直径 60 mm の円孔つきの幅 180 mm、長さ 300 mm、板厚 60 mm の平板の端部に、 100 N/mm^2 の引張荷重を与える問題で、問題の対称性からその 1/4 形状がモデル化された。静解析に必要な物理条件が幾何形状に直接設定されたあとは [図 10(a)], $M=90$ を与えるだけで実際には 84 の要素からなるメッシュが生成され、初期解析が自動的に行われた [図 10(b)]。またモジュール REMESH で、 $B=10\%$ を与えることにより、アダプティブな細分メッシュ [図 10(c)] による詳細解析が、自動的に行われた。最大応力の誤差は、Howland の理論解に対し初期メッシュでは 7% 程度であったが、アダプティブ細分メッシュでは 2% 程度の、極めて良好な解が得られた。

8・3 内圧を受ける単純支持円筒の静解析 図 11 は、内圧 $P=1 \text{ kgf/mm}^2$ を受ける、長さ 300 mm、直径 300 mm、板厚 9 mm の単純支持された円筒を表し

図 11 内圧をうける円筒シェル

図 12 一様メッシュとアダプティブな細分メッシュによる円筒シェルの静解析

ている。問題の対称性から、その 1/8 の形状がモデル化された。要素数 $M=80$ を与えることにより初期解析がなされた。図 11(b), (c) はそれぞれ、その変位図と主ひずみのコンタ図を表している。許容誤差率 $B=10\%$ を与えるだけで、要素数が 180 のアダプティブな細分メッシュが生成され [図 11(d)], 詳細解析が自動的に行われた。最大曲げモーメントで、理論解に対し誤差が 1% 程度の良好な結果が得られた。図 12 は、一様メッシュで要素数を増やすことによる最大曲げモーメントの収束性を調べたもので、要素数が 180 のアダプティブな細分メッシュの解は、要素数が 600 以上の一様メッシュの解に相当することがわかる。ここで、一様メッシュによる各種の要素数についての解を得る場合、静解析のための物理データは幾何形状に設定されていることから、モジュール GMESH で、単に異なる要素数 M を与えるだけで、モジュール INTERFACE と ASA を用いて解析が自動的に行われた。また、理論解が存在しない一般的な板構造問題についても同様に、許容誤差率 $B(10\%)$ に対し、それを満足する解が (要素数を限りなく大きくすることによって得られる参照解と比較して) 一様メッシュに比しかなり少ない要素数で得られた⁽⁹⁾。したがって本アダプティブ h 法は、特に PC などメモリーや計算スピードに制約のあるコンピュータで、実用解析を行う上で有効であることがわかる。

8・4 ブラケットの静解析 図 13 は、穴を有するブラケットの端部に鉛直方向の分布荷重を与える問題

(c) アダプティブな細分メッシュ ($B=10\%$, 487 要素)
図 13 穴を有するブラケットの解析

で、モジュール SHAPE でその幾何形状が五つの曲面により生成され、モジュール PHYS で物理条件が幾何形状に直接設定された [図 13(a)]。モジュール GMESH で $M=210$ を与えるだけで初期メッシュが生成され [図 13(b)]、モジュール INTERFACE と解析プログラム ASA を経て初期解析が自動的に行われた。またモジュール REMESH で、許容誤差率 $B=10\%$ の入力で、487 要素からなるアダプティブな細分メッシュが生成され [図 13(c)]、詳細解析が PC 上で自動的に行われた。

9. お わ り に

有限要素法により、各種の製品が十分な強度と性能を有しているかを数値的に調べることができるが、その解析のスタートは幾何学で、製品の複雑な三次元形状を効果的にコンピュータ内に生成し、表現することが重要である。ここでは、穴を有する一般的な曲面板構造のための、シンプルで効果的な形状生成の手法が述べられた。有限要素解析に必要な要素メッシュは、有限要素法の観点から解析のために仮に必要となる情報である。設計者の主たる興味は、開発すべき製品の形状そのものであって、仮想のメッシュではないものと考えられる。そこでここでは、従来の節点や要素を主体としたものから、幾何形状を主体とした解析概念が述べられ、幾何形状を定義したあと、有限要素解析に必要な物理条件を、物理属性として幾何形状に直接定義する方法が示された。この幾何形状をベースにした有限要素データの記述方法により、穴を有する一般的な曲面板構造に対し、その幾何形状と解析のための物理データが幾何形状に直接設定されたあとは、要素数 M の入力だけで初期解析が、また許容誤差率 B の入力だけでアダプティブ法による詳細解析が可能となった。本アダプティブ法は、要素数をそれほど増やせ

ない PC 等の小型コンピュータで、実用解析を行う上で特に有効である。ここでは、幾何形状を主体としたアダプティブ h 法による、シンプルで効果的な FEM 解析自動化の手順が示された。また、この概念に基づいた実際のプログラムが PC 上で開発され、いくつかの例題への適用を通して、その妥当性と有効性を確かめることができた。今後さらに、各種の問題に適用し、実用性を高めることが重要である。

文 献

- (1) Hubner, K. H. (山田訳), 有限要素法, (1978), 78-81, 科学技術出版社.
- (2) Diaz, A. R., Kikuchi, N. and Taylor, J. E., A method of grid optimization for finite element methods, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, **41** (1983), 29-45.
- (3) Zienkiewicz, O. C. and Zhu, J. Z., A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **24** (1987), 337-357.
- (4) 大坪・北村, 有限要素法による 2 次元応力問題での誤差評価とその応用, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, **12** (1988-7), 167-172, 日本鋼構造協会.
- (5) 田辺, シェル構造の半自動有限要素解析のための一手法, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, **11** (1987-7), 233-238, 日本鋼構造協会.
- (6) *Applied Structure User's Guide*, (1991), Rasna Corporation.
- (7) Schoofs, A. J. G., Beukering, L. H. Th. and Sluiter, M. L., A general purpose two-dimensional mesh generator, *Advances in Engineering Software*, 1-3 (1979), 131-136.
- (8) Tanabe, M., A simple and efficient algorithm of automatic mesh generation for a general plate and frame structure with holes, *Comput. Mech.*, **9** (1992), 185-194.
- (9) Tanabe, M., Software architecture for effective finite element structural analysis on microcomputer, *ASME PVP*, **177** (1989), 99-104.
- (10) Tanabe, M. (Atluri, S. N. and Yagawa, G. 編), Finite element structural analysis on microcomputer, *Computational Mechanics* '88, **1** (1988), 7. vii, Springer-Verling.