横穴をもつ軟鋼円筒の圧縮による降伏*

橋本 純^{*1}, 佐藤 和郎^{*1}

Yielding of a Mild Steel Cylinder with a Radial Hole under Compression

Atsushi HASHIMOTO and Yasuo SATO

This paper presents the experimental data and the analytical explanation of the yielding of a mild steel cylinder with a radial hole under compression. In the experiment, the relationship between, not only the yield stress and the various ratios of the hole diameter to the external diameter of cylinders with variable sizes, but also the yield stress and the various ratios of the internal to the external diameter of the cylinder, were examined under compression. In order to analyze the experimental data, the maximum point of stress occurring in the cylinder was determined in the experiment, and then the yield stress of the cylinder was analyzed in relation to two kinds of problems. One, in the case of thick-walled cylinders, is a strip perpendicular to the radial hole of the cylinder with a hole at the maximum point of stress. The other, in the case of the intermediate-walled cylinders, is an infinite plate with a hole. From the analytical results, it was found that the yield stress of the cylinder could be accounted for by considering the effect of the surface layer near the hole.

Key Words: Stress Concentration, Size Effect, Elasticity, Strength, Compression, Mild Steel Cylinder, Yield Stress

1. 緒 言

機械や構造物にはいたるところに穴や溝などによる応力集中が生じており、材料の破損、破壊はその部分から起こることが多い。このためそれら部材の設計においては、特に応力集中下の材料強度に関する知識が必要となる。また、部材には欠陥が絶無というわけにはいかず、その欠陥からき裂が発生し、破壊に至ることも多い。このため破壊力学が提唱され、この種の研究が国の内外において活発に行われている^{(1)~(3)}。しかしこれはき裂を有する材料の破壊についてのもので、破損についての説明は今のところできない。

機械部品には横穴をもつ円筒が実際に用いられていることから種々の荷重下における横穴をもつ円筒についての研究が古くから行われている。それらの研究は応力集中係数を求めることに注目した光弾性実験⁽⁴⁾⁽⁵⁾やひずみ計を用いた実験⁽⁶⁾のものであるが、その値がわかったからといって、材料強度のすべてが解決できたわけではなく、いまだわからない点も多い。

一方、著者の一人はすでに圧縮や曲げによる横穴をもつ軟鋼中実円筒^{(7)~(11)}ならびに薄肉円筒⁽¹²⁾の降伏

の実験とその解析について報告した。

本報では、横穴をもつ軟鋼円筒の圧縮による降伏の全貌を明らかにすることを目的として、中実ならびに薄肉円筒を含めて、種々の肉厚をもつ軟鋼円筒の降伏の実験とその解析について述べる。なお軟鋼の降伏点としては上下のものがあるが、上降伏点の応力は同じ材料でもかなりばらつくのに対し、下降伏点の応力はほぼ一定にでて材料について固有の値をとる。そこで本文ではこれまでの報告^{(7)~(12)}と同様に下降伏点を探り、実験の解析を試みる。

2. 実 験

2.1 材料と実験方法 実験に用いた材料は直径25 mm、長さ5.5 mからなるS20Cの軟鋼丸棒である。図1に材料の顕微鏡写真を示す。図に示した矢印は丸棒の軸方向を示す。結晶粒径はばらついているが、その平均粒径は約0.016 mmである。

図2に試験円筒の形状を示す。試験円筒は、外径 $2r_0$ 、内径 $2r_1$ 、高さ h_0 ($h_0=3.6r_0$ 一定)である軟鋼円筒に穴径 $2a$ の貫通する横穴を設けたものであり、以下、これを単に円筒という。また内径と外径との比 $\gamma_1=r_1/r_0$ を内外径比、穴径と外径の比 a/r_0 を穴径比という。円筒はすべて旋盤により所定の寸法に加工した

* 原稿受付 平成5年1月5日。

^{*1} 正員、日本大学工学部(〒963 郡山市田村町徳定字中河原1)。

後、横穴を加工層が残らないようにドリル加工した⁽¹³⁾。円筒の降伏点は前報⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽¹²⁾の実験におけるものと同様にして測定した。すなわち円筒に圧縮荷重を負荷したときの軸ひずみ ε を図2に示すように円筒外周の穴縁に貼ったひずみゲージ(2×2 mm)により測定して、圧縮応力 σ とひずみ ε の関係を求め、この σ - ε 曲線において弾性線からはずれる点をもって降伏点とした。このようにして降伏点を求めたのは、降伏点において円筒の一部が降伏すれば、その部分は塑性的となるので、 σ - ε 曲線の傾きは降伏点で緩やかとなり、弾性線からはずれるからである。

以下、2種類の実験について述べる。

2.2 実験(1) 準備した円筒は外径を $2r_0=6, 10, 20$ mmの3種類とした $r_1=0.3$ 一定の比較的厚肉の円筒に、穴径比のみを $a/r_0=0\sim 0.18$ の範囲で種々変化させたものである。

(a) $2r_0=10$ mmの円筒 図3に円筒の圧縮応力 σ と軸ひずみ ε の関係を、穴径 $2a$ をパラメータにして示す。ここで応力 σ は次式より求めた。

$$\sigma = \frac{W}{A} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 W は圧縮荷重、 A は横穴を含まない円筒

の断面積で、 $A=\pi(r_0^2-r_1^2)$ 。

σ - ε 曲線はいずれも図中のA点まで弾性的であるが、A点で弾性線からはずれて別の曲線に移行している。したがってA点が求める降伏点である。A点以降の σ - ε 曲線に注目してみると、その降伏の起こり方は穴径 $2a$ により異なる。すなわち横穴をもたない円筒($2a=0$)では応力一定で降伏が進行しているが、穴径 $2a>0.3$ mmの円筒では降伏点は $2a$ の増加とともに低下し、しかも降伏後は応力を増さなければ降伏は進行しない。

表1は円筒の寸法を含めて、円筒の降伏における実験結果を示したものである。表中の σ_A は式(1)から求めた前述の降伏点Aにおける応力、 σ_y は材料の降伏応力であり、これは横穴をもたない円筒から求めた。

表1に記した σ_A/σ_y と a/r_0 の関係を図4中に●印で示す。実験値は $2r_0=10$ mmの太線に沿っていて、円筒の降伏応力 σ_A は穴径 $2a$ を増すに従って減少している。

(b) $2r_0=6$ mmと20 mmの円筒 $2r_0=6$ mm

表1 実験結果

No	$2r_0$ (mm)	$2r_1$ (mm)	$2a$ (mm)	a/r_0	σ_A (MPa)	σ_A/σ_y
1	10.00	3.01	0	0	279	1.000
2	10.00	3.01	0		273	
11	10.02	3.01	0.3		243	
12	10.01	3.01	0.3	0.030	245	0.884
21	10.03	3.01	0.5		218	
22	10.02	3.01	0.5	0.050	222	0.797
31	10.00	3.01	0.7		201	
32	10.00	3.01	0.7	0.070	205	0.736
41	10.02	3.01	1.0		177	
42	10.00	3.01	1.0	0.100	181	0.649
51	10.01	3.01	1.2		171	
52	10.01	3.01	1.2	0.120	173	0.623
61	10.03	3.01	1.5		164	
62	10.01	3.01	1.5	0.150	162	0.591
71	10.01	3.01	1.8		158	
72	10.01	3.01	1.8	0.180	156	0.569

図1 顕微鏡写真

図2 試験円筒

図3 σ - ε 曲線

と 20 mm の円筒における σ_A/σ_y と a/r_0 の関係を、図 4 中に○と●印で示す。実験値はそれぞれ $2r_0=6$ mm と 20 mm の太線にのっていて、同じ穴径比でも $2r_0$ が大きいものほど降伏応力 σ_A は低くでいて、明らかに寸法効果が現れている。なお図中の太線 $2r_0=4, 6, 10, 20$ mm と (I), (II), 破線(III)ならびに δ については後で述べる。

2.3 実験(2) ここでは穴径比 $a/r_0=0.16$ ($2r_0=15$ mm, $2a=2.4$ mm) を一定として、内外径比のみを $\gamma_1=0\sim 0.87$ の範囲で種々変化させたときの円筒の降伏について述べる。

図 5 にこのときの円筒の σ_A/σ_y と γ_1 の関係を示す。○印で示した実験値は、図中の P 点($\gamma_1=0.45$) までは γ_1 を増すに従って上昇し、P 点以降はほぼ一定値となり、 $2r_0=15$ mm の太線にのっている。これは円筒の降伏は $\gamma_1<0.45$ と $\gamma_1>0.45$ の領域では異なり、2 種類のものがあることを示唆する。

図 4 σ_A/σ_y - a/r_0 の関係

図 5 σ_A/σ_y - γ_1 の関係

2.4 考察 上述の実験結果を解析するためには、横穴近傍の応力分布を知る必要があるが、弾性理論による応力分布は今のところ見当たらない。このため前報⁽⁷⁾⁽⁹⁾⁽¹¹⁾と同様、まず初めに最大応力の発生する位置を調べた。軟鋼の降伏の起点を調べることは難しい。しかし実験材料にアクリルを用いて円筒の引張試験を行えば、破面にはガラスと同様に破壊の起点がミラー部となり、横穴をもつ円筒の引張りならびに圧縮による最大応力の発生する位置を知ることができる。

図 6(a), (b) はアクリルからなる比較的厚肉と中肉の円筒の破面を示したものである。両者の円筒の寸法は穴径比が $a/r_0=0.16$ ($2r_0=25$ mm, $2a=4$ mm) であり、内外径比が $\gamma_1=0.32$ と 0.64 である。破壊の起点 A は $\gamma_1=0.32$ の円筒では、図中に示すように破面上における円筒の内周と横穴との交点に発生している。しかし $\gamma_1=0.64$ の円筒では、破面上における円筒の外周と横穴との交点に発生している。したがって最大応力の発生する位置は円筒の内外径比 γ_1 により異なり、円筒の最小断面における内周の穴縁と外周の穴縁に発生するものがあることを示す。これは円筒の降伏には 2 種類のものがあり、一つは最大応力が円筒の最小断面における内周の穴縁に生ずる比較的厚肉の円筒(以下、単に厚肉円筒という)の場合で、これは前報⁽⁷⁾の中実円筒の降伏の解析と同様に、図 7 に示す最大応力の発生点で横穴に垂直な中心穴をもつ帯板(穴径 $2a$, 板幅 $2b$)の降伏として近似的に求めることができると思われる。また、もう一つは、最大応力が円筒の最小断面における外周の穴縁に発生する比較的中肉の円筒(以下、単に中肉円筒という)の場合で、これは前報⁽¹²⁾の薄肉円筒の降伏の解析と同様に、1 個の穴

(a) $\gamma_1=0.32$

(b) $\gamma_1=0.64$
($2r_0=25$ mm, $2a=4$ mm)

図 6 横穴をもつアクリル円筒の引張りによる破面

図 7 厚肉円筒の降伏の説明

$$\frac{\sigma}{\sigma_A} = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 r は横穴中心からの距離。

いま式(3)から求めた横穴近傍の応力分布を図9に示せば細線となる。しかし穴縁近傍には表面層 δ があるので、このときの最大応力も穴縁から δ だけ入った点における弾性応力で与えられ σ_i となる。したがって中肉円筒の降伏も上述の条件式(ii)'に従って起こることとなる。このときの σ_i は穴径のみに依存するので、穴径が一定であれば内外径比 γ_1 にかかわらず σ_i は一定値となる。また穴径比が一定であれば、外径を増すに従って σ_i は上昇し、外径が無限大のとき σ_s と一致する。このため条件式(ii)'に従って起こる円筒の降伏応力には寸法効果があり、円筒の外径が無限大のとき円筒の降伏応力は下限となり、これは条件式(ii)により求めることを示す。

4. 実験の説明と降伏応力の限界値

ここでは3章で述べた横穴をもつ円筒の降伏の考えにより、2章で示した実験結果の定量的な説明を述べるとともに、円筒の降伏応力の限界値についても述べる。

4.1 実験(1)の説明 図7からわかるように円筒の内外径比 γ_1 と最大応力が発生する帯板の穴径と板幅の比 a/b との関係は次式で示される。

$$\frac{a}{b} = \frac{a/r_0}{\sqrt{1-\gamma_1^2}} \dots\dots\dots (4)$$

円筒の降伏応力 σ_A は、表面層の厚さ δ がわかれば、実際の最大応力 σ_i は図8に示す中心穴をもつ帯板の応力分布より σ_i/σ'_A の形で容易に求められる。従って降伏応力 σ_A は条件式(ii)', 式(2)を代入し整理すれば、次式から計算することができる。

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_y} = \frac{\sigma_A}{\sigma'_A} \cdot \frac{\sigma'_A}{\sigma_i} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_y} = \frac{A'}{A} \cdot \frac{1.5}{\sigma_i/\sigma'_A} \dots\dots\dots (5)$$

しかし δ の値が今のところわからない。そこで δ を種々の値に仮定して降伏応力 σ_A を求め、これを実験

図9 横穴近傍の応力分布(中肉円筒の場合)

値と比較した。前述した図4中における $2r_0=4, 6, 10, 20$ mmの各曲線は、いずれも表面層を $\delta=0.08$ mmとして式(5)から求めた σ_A/σ_y と a/r_0 の関係である。これが実験結果と一致することについてはすでに述べた。

4.2 実験(2)の説明 図5に示した厚肉円筒の実験結果も前節の実験(1)の説明と同様にして式(5)より求めることができる。一方、図5に示した中肉円筒においても最大応力 σ_i は表面層の厚さ δ がわかれば式(3)より σ_i/σ_A の形で容易に求められる。従って降伏応力 σ_A は条件式(ii)'を代入し整理すれば、次式から計算することができる。

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_y} = \frac{\sigma_A}{\sigma_i} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_y} = \frac{1.5}{\sigma_i/\sigma_A} \dots\dots\dots (6)$$

図5中の $2r_0=15$ mmの太線($\gamma_1 < 0.45$)は式(5)、太線($\gamma_1 > 0.45$)は式(6)より、また種々の $2r_0$ の太線もそれぞれ式(5)、(6)より、いずれも表面層の厚さを $\delta=0.08$ mmとして求めたものである。これが実験結果と一致することについてはすでに述べた。

なお、中実円筒の降伏応力 σ_A は厚肉円筒の内外径比を $\gamma_1=0$ とおけば求められ、薄肉円筒の降伏応力 σ_A は中肉円筒と一致することは上述の説明から当然のことである。また、上述した表面層の厚さ δ の値はこれまでの研究⁽⁷⁾⁽⁹⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾では軟鋼の結晶粒径の5~7個分に相当する。本実験に用いた軟鋼の平均結晶粒径は0.016 mmであるので、 $\delta=0.08$ mmは妥当な値である。

4.3 降伏応力の限界値 円筒の降伏応力 σ_A の上限は、条件式(i)を用いれば $\sigma'_A=\sigma_y$ となるので、式(2)を代入し整理すれば、次式から求められる。

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_y} = \frac{\sigma_A}{\sigma'_A} \cdot \frac{\sigma'_A}{\sigma_y} = \frac{A'}{A} \dots\dots\dots (7)$$

一方、円筒の降伏応力 σ_A の下限は、厚肉円筒では式(5)の σ_i を σ_s と置けば求められ、中肉円筒では式(6)の σ_i を $\sigma_s=3\sigma_A$ と置けば求められる。円筒の降伏応力の上限と下限を求めた結果を示せば、図4、5中の太線(I)と(II)となる。ここで横穴が非常に小さければ横穴の影響は受けないはずであるので、図4中の太線(I)にのる $2r_0=10, 20$ mmの実験値は存在するはずである。しかし実験ではこの太線(I)にのるような小さな横穴を、軟鋼円筒に設けることはできなかった。

また参考までに最大応力説による条件 $\sigma_s=\sigma_y$ より求めた結果を示せば、図4、5中の破線(III)となり、これは実験と合っていない。

5. 結 言

本報では横穴をもつ軟鋼円筒の圧縮による降伏の実験とその解析について述べた。実験の解析では横穴をもつ円筒の降伏を1個の穴をもつ板の問題として捉え、さらにその穴縁近傍に表面層を考慮して弾性理論による応力分布を修正し、それに中西の降伏条件を適用して試みた結果は、実験と定量的に一致した。そして横穴をもつ中実から薄肉までの種々の肉厚をもつ軟鋼円筒の降伏応力には、本文で示したように寸法効果があることのみならず、上限と下限があることを指摘し、横穴をもつ円筒の降伏強度を明らかにした。

文 献

- (1) 日本機械学会編, 破壊事故防止のための基礎技術, 講習会, No. 920-23(1992-5-19).
- (2) Lubarda, V. A., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **60** (1993), 29.
- (3) McCabe, D. E., ほか2名, *Int. J. Fract.*, **60** (1993), R21.
- (4) Frocht, M. M., *J. Appl. Phys.*, **15** (1944), 72.
- (5) Jessop, H. T., ほか2名, *Aeronaut. Q.*, (1959), 326.
- (6) Thum, A. and Kirmser, W., *VDI-Forschungsheft*, **419** (Ausg. B, Bd. 14 (1943)), 1.
- (7) 今村・佐藤, 機論, **53**-489, A (1987), 911.
- (8) 田村・ほか3名, 機論, **53**-496, A (1987), 2380.
- (9) 橋本・ほか3名, 機論, **54**-502, A (1988), 1269.
- (10) 田村・佐藤, 機論, **58**-547, A (1992), 426.
- (11) 田村・佐藤, 機論, **58**-547, A (1992), 431.
- (12) 佐藤・ほか3名, 機論, **43**-373 (1977), 3209.
- (13) 佐藤・荒井, 機論, **34**-267 (1968), 1871.
- (14) Howland, R. C. J., *Phil. Trans. Roy. Soc., A*, **299** (1930), 49.
- (15) 例えば, 西田, 応力集中, (1967), 217, 森北出版.
- (16) 中西, 機誌, **53**-374 (1950), 62.
- (17) 中西・ほか4名, 機論, **19**-87 (1953), 14.
- (18) Sasaki, H. and Sato, Y., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **103** (1981), 282.