構造的非対称積層を有する複合材料パイプの たわみが生じない条件について*

大 貫 正 秀^{*1}, 山 口 哲 男^{*1}
三 木 光 範^{*2}, 室 津 義 定^{*2}

Deflection-free Condition of Structurally Unsymmetric Laminated Composite Pipes

Masahide ONUKI, Tetsuo YAMAGUCHI,
Mitsunori MIKI and Yoshisada MUROTSU

Composite pipes with structurally unsymmetric laminated configurations (SULC pipes) have been proposed by the authors. The deformation of a cantilevered SULC pipe under bending and twisting loads applied at its tip was analyzed, and it was shown that the SULC pipe has a torsion-free loading axis (TFLA), that is, a transverse load applied along this axis does not cause twist deformation, and such axis is concluded to be the elastic principal axis for the pipe. In this study, it is found the SULC pipe has a deflection-free loading axis (DFLA), that is, a transverse load applied along this axis does not cause deflection. This axis is different from the geometric principal axis of the pipe, and is a function of the laminate configuration. The relationship between positions of TFLA, DFLA, and the geometric principal axis is obtained. Structures made of isotropic materials generally do not have such DFLA. The relationship between the deflection curve of the pipe and loading condition is analyzed. The analytical results show good agreement with the experimental results. Coupling deformation produced by isotropic beams with unsymmetric elastic properties on the cross section is analyzed through comparison with the coupling deformation of the SULC pipes.

Key Words: Composite Material, Anisotropy, Material Design, Torsion, Bending, Elastic Coupling

1. 緒 言

繊維強化複合材料構造は材料の力学的な異方性のために、伸長とせん断の連成変形⁽¹⁾や伸長とねじりの連成変形⁽²⁾⁽³⁾、曲げとねじりの連成変形^{(4)~(7)}等の特異な変形挙動を示す。こうした特異変形を積極的に利用する試みは航空機の翼の設計において空力弾性テラリングとして行われてきた。典型的には、曲げ・ねじりの空力荷重下で翼先端のねじれ角が零となるように繊維配向角や積層構成が決定される。

著者らは、宇宙構造部材やその他の一般的機械構造部材において、こうした特異変形を積極的に応用する観点から、特殊な積層構成をもつ複合材料パイプ構造に焦点を当て、構造の曲げ・ねじり荷重下での特異変形の考察を行い、曲げ・ねじり連成変形を積極的に生じさせる新しい積層構成を提案し、そのパイプの幾何学的主軸と弾性主軸が異なること、曲げ・ねじり荷重下でねじり変形をコントロールし、ねじりを零にする方法について検討を行った⁽⁸⁾。こうした特異な変形挙

動は、与えられたあるモードの外力に対して生じる変形を異なったモードの外力によって制御できる可能性を示すとともに、変形を外的な制御機構を設けずに構造部材自らが制御機構を有する近年注目されている知的な構造物^{(9)~(11)}の提供の可能性をも示唆している。

本報では、提案した特殊な積層構成をもつ複合材料パイプ構造についての新しい知見として、曲げ・ねじり荷重下でたわみをコントロールし、たわみを零にする特異な変形挙動が存在することを明らかにする。複合材料の異方性を利用して、構造物のねじれを零にする研究は先に述べたように数多いが、たわみを零にする可能性についてはこれまでほとんど言及されていない。ここではたわみを零にする負荷軸の位置およびそれに及ぼす繊維配向角の影響について述べ、また、こうした特異な変形を生じさせる等方性材料構造の不可能性についても考察する。

2. 構造的非対称積層パイプの変形

2.1 たわみの解析 図1(b)に示すように、一般的な複合材料パイプ (SSLCパイプ: Structurally Symmetric Laminated Composite pipe) が構造的に対称な積層を有しているのに対し、著者らが提案した構造的非対称積層パイプ (SULCパイプ: Structur-

* 平成4年7月16日 第34回構造強度に関する講演会において講演、原稿受付 平成5年2月18日。

^{*1} 正員、住友ゴム工業(株) (〒651 神戸市中央区筒井町1-1-1)。

^{*2} 正員、大阪府立大学工学部 (〒593 堺市学園町1-1)。

ally Unsymmetric Laminated Composite pipe) は、図1(a)に示すように、パイプの円周方向 $0 \leq \theta < \pi$ と $\pi \leq \theta < 2\pi$ で繊維配向角が異なった積層構造を有している。このため SULC パイプでは曲げ変形とねじり変形が連成し、特異な変形挙動を発現する。この SULC パイプを片持ばり構造とし、先端に垂直荷重(曲げ荷重) P およびトルク T を負荷したときの変形はエネルギー法によると次式で表すことができる⁽⁸⁾。

$$\begin{Bmatrix} \delta(L) \\ \phi(L) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ T \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$g_{11} = \frac{L^3 s_{11}}{3I_y}, \quad g_{12} = g_{21} = \frac{L^2 s_{16}}{\pi I_y}, \quad g_{22} = \frac{L s_{66}}{I_p}$$

式(1)において、 s_{ij} は変換された斜向軸系のコンプライアンスであり、また、 I_y は y 軸まわりの断面二次モーメント、 I_p は x 軸まわりの断面二次極モーメントである。また、パイプ軸方向の任意の位置のたわみ $\delta(x)$ は、

$$\delta(x) = x^2 \left(\frac{s_{11}LP}{2I_y} + \frac{s_{16}T}{\pi I_y} - \frac{s_{11}P}{6I_y}x \right) \quad (2)$$

で表される。

2.2 たわみが生じない条件 図2に示すようにパイプの先端に荷重伝達のアームを取付け、構造の幾何学的主軸から偏心した位置に垂直荷重を作用させることを考える。このとき、偏心量を l とし、垂直荷重を P とすると、トルク T は次式となり、

$$T = Pl \quad (3)$$

この条件下でパイプ先端でのたわみ $\delta(L)$ が零になる偏心量 l_{DF} は、式(1)の T を式(3)で書き替え、 $\delta(L) = 0$ とおくことにより次式のように得られる。

$$l_{DF} = -\frac{g_{11}}{g_{12}} = -\frac{\pi s_{11}}{3s_{16}}L \quad (4)$$

これより、パイプ先端 l_{DF} の位置に負荷された垂直荷重 P は曲げ・ねじり荷重であるにもかかわらず、パイプ先端でのたわみ $\delta(L)$ が零になる。すなわち、見掛け上曲げ剛性は無限大になる。この点とパイプの支持部とを結ぶ直線をこの構造の DFLA (deflection-free loading axis: たわまない負荷軸) と呼ぶことにする。この軸は等方性材料からなる構造にはなく、異方性材料構造特有のものであると考えられる。

前報⁽⁸⁾では、SULC パイプにはある偏心位置への垂直荷重に対してパイプ先端でのねじれ角が零となる場合があって、その点とパイプの支持部との結ぶ直線をこのパイプ構造物の弾性主軸と考えることができることを示したが、ここではこの弾性主軸を DFLA に対して TFLA (torsion-free loading axis: ねじれない負荷軸) と呼ぶことにする。

$$l_{TF} = -\frac{g_{21}}{g_{22}} = -\frac{2s_{16}}{\pi s_{66}}L \quad (5)$$

これら DFLA および TFLA は図3のようになる。

3. 実験装置および方法

次に、解析の妥当性の検証のために行った実験の方法および装置の概略を図4に示す。実験に用いたパイプの寸法は、内径 $\phi 16$ mm、外径 $\phi 19$ mm、長さ 450 mm である。パイプは、繊維が不連続な2箇所の境界線を含む面が水平となるように、一端 50 mm を用いて固定して全長 400 mm の片持ばりとし、もう一端に偏心荷重負荷用のジグおよび指針を取付けた。先端部 10 mm は取付ジグのために使用したので、パイプの有効長さは 390 mm となっている。たわみおよびねじ

(a) 構造的な非対称積層パイプ

(b) 構造的な対称積層パイプ

図1 構造的な非対称積層パイプと構造的な対称積層パイプ

図2 曲げ・ねじり荷重

れ角は荷重を負荷したときの指針両端の変位を読み取り顕微鏡で測定し、算出した。

実験に用いた一方向炭素繊維強化エポキシ樹脂複合材料の工学的弾性定数は、繊維配向角 0° および 90° のパイプの上記試験結果より求めると、 $E_{xx}=109\text{ GPa}$, $E_{yy}=8.64\text{ GPa}$, $E_{xy}=5.07\text{ GPa}$ であった。ポアソン比は短冊状サンプルの引張試験より求めると $\nu_{xy}=0.288$ であった。

4. 結果および考察

4.1 たわみ 負荷する垂直荷重を 2.94 N (0.3 kgf) とし、パイプ先端のたわみに及ぼす荷重位置の影響を図5に示す。繊維配向角は 30° で、構造的対称積層パイプ (SSLCパイプ) と構造的対称積層パイプ (SULCパイプ) を比較している。図5より、SSLCパイプでは荷重位置に関係なくたわみは一定であるが、SULCパイプでは荷重位置によってたわみが変化し、荷重位置が 0.35 m あたりでたわみが零になっていることがわかる。この位置がDFLAである。DFLAは等方性材料パイプには一般的に存在しない。また、偏心量がDFLAより大きくなると正の荷重を負荷しているにもかかわらず、負のたわみを生じることがわかる。なお、図中、プロットは実験結果を、直線は解析結果を表しており、両者は多少の相違が見られるものの、全体としてよく一致しており、解析が現象をよく表していると考えることができる。

図6はSULCパイプのTFLAおよびDFLAの位置と繊維配向角との関係を示したものである。TFLAの位置は繊維配向角 0° および 90° で零であり、 40° 付近で最大約 120 mm となる。パイプの全長は 400 mm であるから、研究に用いたCFRPでは幾何学的主軸とTFLAは最大 17° ずれることになる。一方、DFLAの位置はTFLAよりも遠くにあり、 0° および 90° の積層では無限大の距離にある。繊維配向角が 10° 付近でこの位置はパイプの幾何学的主軸に最も近づき、約 200 mm となる。すなわち、研究に用いたCFRPでは幾何学的主軸とDFLAは最小 27° ずれる。TFLA, DFLA

図3 幾何学的主軸と力学的主軸

図4 実験装置の概略図

図5 たわみに及ぼす荷重位置の影響

図6 TFLAとDFLAに及ぼす繊維配向角の影響

それぞれの曲線のピークが異なる繊維配向角で生じることは興味深い。

次にパイプの各位置 x におけるたわみについて解析により考察する。荷重位置をパラメータとして垂直荷重 2.94 N (0.3 kgf) を負荷したときの SULC パイプの各位置でのたわみは図 7 に示すとおりで、パイプのたわみは式 (2) が示すとおり位置 x の 3 次式で表される形状となる。等方性材料パイプや SSLC パイプの場合、荷重位置にかかわらず、負荷した垂直荷重が正であれば任意の位置で正のたわみが生じ、負荷したトルクが正であれば任意の位置で正のねじれ角が生じる。しかしながら SULC パイプでは、図 7 中▲印の曲線が示すように正の垂直荷重であるにもかかわらず任意の位置で負のたわみが生じたり、△印の曲線が示すようにパイプ上のある点でたわみが零となる場合がある。

この荷重位置に対する変形の複雑な変化は、式 (2)

図 7 構造的非対称積層パイプのたわみ曲線

図 8 たわみが生じない荷重位置と繊維配向角の関係

において、円筒パイプであることから $I_p = 2I_y$ とし $\delta(x) = 0$ において求めた 0 以外の x 切片、

$$x_D = 3L + \frac{6S_{16}}{\pi S_{11}} l \dots \dots \dots (6)$$

とパイプの固定端 ($x=0$) および先端 ($x=L$) との位置関係について考察することで説明される。すなわち、 $x_D=0$ および $x_D=L$ となる偏心量 l を、

$$l_{D0} = -\frac{\pi S_{11}}{2S_{16}} L, \quad l_{DL} = -\frac{\pi S_{11}}{3S_{16}} L = l_{DF} \dots \dots \dots (7)$$

とおくと、

〔たわみ〕

① $L < x_D$ すなわち $l < l_{DL}$ のとき、パイプの任意の位置で正のたわみ。

② $x_D = L$ すなわち $l = l_{DL}$ のとき、パイプ先端を除いて正のたわみ。DFLA に負荷した状態。

③ $0 < x_D < L$ すなわち $l_{DL} < l < l_{D0}$ のとき、パイプ上の点 x_D でたわみが零。

④ $x_D \leq 0$ すなわち $l_{D0} \leq l$ のとき、パイプの任意の位置で負のたわみ。

となる。したがって、偏心荷重を負荷したとき、パイプ上の点 x においてたわみが生じない条件は図 8 中 $l = l_{DL}$ と $l = l_{D0}$ で囲まれた領域である。荷重を偏心位置 l' に付加したときパイプ上の点 x_D においてたわみが生じないパイプは、式 (6) を l について解いた各繊維配向角に対する l の曲線と $l = l'$ の交点を求めることで得ることができる。

4.2 DFLA と TFLA の関係 ここで、前報⁽⁸⁾で報告した TFLA と本報で考察している DFLA との関係を調べるために、パイプ先端での変位に対して静的回転中心という量を導入する。図 9 は図 2 をパイプの先端から見た図である。荷重 P を l の位置に負荷したとき、点 Q の位置は荷重 P の大きさによらず一定である。この点を静的回転中心と呼ぶことにし、その位置を l_{sc} と書くと、図 9、式 (1) および式 (3) より次式を得る。

図 9 静的回転中心

$$l_{sc} \doteq -\frac{\delta(L)}{\phi(L)} = -\frac{g_{11} + l g_{12}}{g_{21} + l g_{22}} \dots\dots\dots (8)$$

さらに式(4), (5)より次式を得る.

$$l_{sc} = l_{TF} \left(1 - \frac{l_{TF} - l_{DF}}{l_{TF} - l} \right) \dots\dots\dots (9)$$

式(9)より, 静的回転中心は荷重位置に関して双曲線であり, l が l_{TF} に近づくとき静的回転中心は無限大になり, このことはたわみ変形のみが生じており, ねじれが生じていないことに対応している. 一方, 荷重位置が l_{DF} になると回転中心は零, すなわち, 荷重位置が DFLA に一致するとたわみは零となり, ねじれ変形のみが生じる.

図 10 は繊維配向角 10° の SSLC パイプについて荷重位置と静的回転中心の関係を調べたものである. この場合は等方性材料パイプと同じ挙動を示し, 静的回転中心は原点について対称である. 荷重位置が幾何学的主軸に一致すると静的回転中心は無限大になることからねじれは生じておらず, このことから幾何学的主軸が SSLC パイプの TFLA である. また, 図からわかるように, 静的回転中心が零になる荷重位置は存在しておらず, SSLC パイプには DFLA は存在しない.

一方, 繊維配向角 10° の SULC パイプについて荷重位置と静的回転中心の関係について調べた結果を図 11 に示す. SULC パイプの場合, 荷重位置が幾何学的主軸に一致したとき静的回転中心は無限大とはならず, 有限の値をとっていることから曲げとねじりが連成していることがわかる. 静的回転中心が無限大となるのは幾何学的主軸上ではなく, 図中破線で示した荷重位置であり, TFLA は幾何学的主軸からずれた位置

に存在する. また, 静的回転中心が零になる荷重位置が存在しており, すなわち DFLA が存在することがわかる. これらのことは式(9)で明らかなように, 座標軸を弾性主軸(TFLA 位置)だけ上下左右に平行移動すると SSLC パイプと類似の挙動を示すことがわかる. このことから TFLA が弾性主軸であるといえる. また, 図 10 で示されるような原点对称の曲線が図 11 のように平行移動することにより静的回転中心が零となる点, すなわちたわみが生じない荷重点が現れることがわかる.

4.3 非対称弾性特性を有する等方性材料パイプの変形との比較 これまで取扱ってきたパイプはすべてその外径の中心を結ぶ軸(幾何学的主軸)とせん断中心が一致していたので, 等方性材料パイプや SSLC パイプでは曲げとねじりは独立していた. しかしながら, パイプが非対称な弾性特性を有する場合は事情が異なり, 曲げとねじりは連成する. ここでは, この非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプの示す曲げとねじりの連成変形が, 構造的対称積層パイプの示す曲げとねじりの連成変形と異なることを, TFLA と DFLA の点から考察する.

非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプの単純な例として, 図 12 に示すような図心を通る z 軸を境に左右で弾性定数の異なるパイプについて考察する. パイプの肉厚中央部の半径を r , 肉厚を t とし, z 軸を境に左右の部分の縦弾性定数およびせん断弾性定数は, y が正の領域で E, G , y が負の領域でそれぞれ kE, kG , $0 \leq k < 1$ とする. ポアソン比はともに ν である. このようなパイプはせん断中心がパイプの図心に

図 10 構造的対称積層パイプの静的回転中心と荷重位置の関係

図 11 構造的対称積層パイプの静的回転中心と荷重位置の関係

一致しないために、図心に対して横荷重を受けると曲げとねじれがともに生じることになる。すなわち、非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプが横荷重を受けるときに曲げのみを生じてねじれを伴わないためには、横荷重の作用線がパイプのせん断中心を通る必要がある、せん断中心がこのパイプの TFLA となる。このパイプのせん断中心を求めるには、次式で表される平衡方程式をこの問題に対して解けばよい⁽¹²⁾。

$$\frac{\partial q}{\partial s} + t \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 q はせん断流れ、 s は周方向座標である。式(10)を周方向に積分することによりせん断中心 ξ が得られる。

$$\xi = \frac{4r(1-k)}{\pi(1+k)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

この式より、 $k=1$ 、すなわち両側の弾性特性が等しい場合には $\xi=0$ 、すなわちせん断中心は幾何学的主軸に一致する。また、 $k=0$ 、すなわち図 12 で右側の特性が左側に比べて十分に小さい場合、すなわち極限的に存在しないとき、 $\xi=4r/\pi \approx 1.273r$ となることがわかる。

さて、このパイプ先端の幾何学的主軸上に荷重 P とその軸回りのトルク T を負荷したときのパイプ先端の幾何学的主軸の変位 $\delta(L)$ とその軸のねじれ角 $\phi(L)$ は、材料力学により次式のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \delta(L) \\ \phi(L) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ T \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$g_{11} = \frac{L^3}{3EI_y} + \frac{L\xi^2}{GI_p}, \quad g_{12} = g_{21} = -\frac{L\xi}{GI_p},$$

$$g_{22} = \frac{L}{GI_p}$$

ここで、 EI_y は y 軸に関するパイプの曲げ剛性、 GI_p はせん断中心を通過して x 軸に平行な軸回りのパイプのねじり剛性である。また、このモデルの TFLA および DFLA は次式で表される。

図 12 非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプ

$$l_{TF} = -\frac{g_{21}}{g_{22}} = \xi \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$l_{DF} = -\frac{g_{11}}{g_{12}} = \frac{L^2}{3(1+\nu)} \frac{\pi(1+k)}{4r(1-k)} + \frac{4r(1-k)}{\pi(1+k)} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(13)が示すとおり、当然のことながらパイプの TFLA はパイプのせん断中心に等しく、幾何学的主軸に対して平行である。図 12 に示すような非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプの場合、TFLA は $k=0$ で最大 $1.273r$ だけ幾何学的主軸から移動させることができる。すなわち、30% 程度構造物の外形から外に TFLA をもってくることは可能である。実験に用いたパイプ寸法では $l_{TF}=11.14$ mm であり、パイプの外形より 1.64 mm 外側に TFLA が存在する。また、式(14)で表される l_{DF} は、 $k=1$ 、すなわちパイプの両側が同じ弾性特性のとき無限大となり、このことは通常の等方性材料パイプには DFLA が存在しないことに対応している。一方、 k が 1 より小さいとき有限の値をとり、 $k=0$ のとき l_{DF} は最も小さくなる。このため、図 12 に示すような非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプにも DFLA が存在する。しかしながら、幾何学的主軸からの距離は実験に用いたパイプ寸法では、 $\nu=0.3$ とすると、 $k=0$ で最小 $l_{DF}=3694$ mm であり、パイプ長さの 9 倍以上にもなり、このような離れた位置に負荷を受ける構造形態は実用的な構造物ではない。繊維配向角約 10° の SULC パイプでは l_{DF} は約 200 mm であり、パイプ長の半分の長さの位置にたわみが零になる負荷点が存在する。

非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプは SULC パイプと一見同様に曲げとねじりが連成するが、前者の TFLA が幾何学的主軸に対して平行であるのに対し、後者では TFLA が幾何学的主軸に対して角度を有し、かつ l_{TF} を十分に大きくすることができる。また、非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプに比べて SULC パイプの DFLA は幾何学的主軸に十分近く、この負荷点を構造設計に応用することが可能になる。これらは、曲げとねじりの連成の発現機構が、等方性材料パイプでは幾何学的主軸とせん断中心のずれであるのに対し、SULC パイプでは材料の伸長・せん断のカップリングであるためである。

5. 結 論

本論文では、片持ばりとした構造的非対称積層パイプの曲げ・ねじり荷重下での特異な変形について解析および実験を行い、以下の知見を得た。

- (1) 構造的非対称積層パイプが垂直荷重を負荷し

てもたわみが生じない負荷軸 DFLA を有していることが新たにわかった。

(2) 先端に負荷する垂直荷重とトルクの組合せ比率によっては、パイプ上のある一点のたわみを零にすることが可能であり、その特性を設計できることを示した。

(3) 静的回転中心という量を導入することで、構造的な非対称積層パイプが弾性主軸を基準にすると一般的なパイプと類似の挙動を示すこと、たわみが生じない負荷軸 (DFLA) と前報で報告したねじれが生じない負荷軸 (TFLA) の関係を明らかにした。

(4) DFLA は幾何学的主軸に対して TFLA より外側に存在する。また、繊維配向角の関数であって、DFLA の最大となる繊維配向角は TFLA の最大となる繊維配向角と異なる。

(5) 非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプの TFLA が幾何学的主軸に対して平行で、しかもパイプ構造よりも少ししか外に出ないのに対し、構造的な非対称積層パイプでは TFLA が幾何学的主軸に対して角度を有し、パイプ構造の外に大きく出すことが可能であるところに著しい特徴がある。

(6) 非対称な弾性特性を有する等方性材料パイプ

の DFLA は幾何学的主軸から遠く離れた位置に存在し、この負荷点を構造設計に生かすことが困難であることがわかった。構造的な非対称積層パイプでは、この困難を取り除くことが可能である。

本研究で明らかになった垂直荷重を負荷してもたわみが生じない負荷軸 DFLA の存在は、従来の材料を用いては考えられなかった構造物の高機能化に寄与するものと期待される。

文 献

- (1) 三木・ほか 1 名, 日本複合材料学会誌, 14-2(1988), 56.
- (2) Halpin, J. C., *Primer on Composite Materials: Analysis*, (1984), 26, Technomic Publishing Co., U. S. A.
- (3) 平野, 日本複合材料学会誌, 16-3(1990), 110.
- (4) Jensen, D. W., ほか 1 名, *AIAA J.*, 22-3(1984-3), 415.
- (5) Fukuda, T., ほか 3 名, *Proc. 8th Int. Conf. on Compos. Mater.*, (1991), 34-A-1.
- (6) Hertz, T. J., ほか 3 名, *Astronaut. Aeronaut.*, (1982), 40.
- (7) 小林, 材料システム, 3(1984), 121.
- (8) 大貫・ほか 3 名, 機論, 57-535, A(1991), 665.
- (9) 森本・ほか 4 名, 三菱電機技報, 56-7(1982), 17.
- (10) 吉川・ほか 1 名, 機論, 59-560, A(1993), 286.
- (11) 三木・ほか 3 名, 機論, 59-564, A(1993), 1985.
- (12) Megson, T. H. G., *Aircraft Structures for engineering students second edition*, (1990), 249, Edward Arnold, London.