機械構造形状の軽量化計画* (荷重形態に対応する多連結構造の創成)

伊藤 志成^{*1}, 大河内 禎一^{*1}

Lightweight Design of Mechanical Structural Shape (Generation of Multiconnected Structure Corresponding to Load Conditions)

Motomichi ITOU and Teiichi OHKOUCHI

Design method of topology and boundary shape of multiconnected plane structure, generated corresponding to arbitrary load conditions, is developed to lighten the weight of the structure. For creation of topology and boundary shape of a minimal weight structure, the layout of hollow spaces in the interior of the structure must be optimized. In the method, the structure divided into discrete square elements is analyzed by a finite-element method and the elements are detached and attached on the structure according to the sensitive function calculated by the difference of total strain energy in the structure. The topology and the boundary shape are modified by the successive approximation in steepest descent of the sensitive function. Numerical results demonstrate that the method can produce the topology and the boundary shape of the multiconnected structure as a frame. By the structural shape optimization for minimal weight, the computed final structures are modified to the construction of bars under nearly uniaxial tension. The structural shapes of well-approximated minimal weights are obtained under many load conditions.

Key Words: Design Engineering, Lightweight Design, Discrete Element, Topology Problem, Multiconnected Structure, Uniaxial Stress

1. 緒 言

近年、機械の高性能化および小型化によって機械構造はより複雑になり、その性能、安全性などの問題、美観および使用感などの感性に関する問題、省資源、環境問題など、設計の際に考慮すべき項目が膨大化かつ複雑化し、設計に要する時間および労力は増加する一方である。そのため、設計対象が広く、強度解析も可能で、それらさまざまな設計要求を設計者の意図として設計物に簡易に反映することができる設計支援方法の開発が切望されている。

設計において必要とされる設計基準を満足した上で、特定の目的を最適にする設計⁽¹⁾⁽²⁾の重要性が認識され、特に、構造の重量を極限まで小さくする、最小重量化は極めて重要な課題であり、その基礎となる重量軽量化の研究が注視されている。機械構造の軽量化は、機能および強度を保持した上で、不必要な構造部分を除去することによって可能となり、その多くは構造内部に存在するため、構造内部に空域を創成した、多連結構造の位相および境界形状を設計対象として扱うことができる設計法として、構造を微小構造要素

(microstructure)で分割し、その要素内を均質化法で数式化して最適化する方法⁽³⁾、各要素内の方向をもつ複数の材料の弾性係数を最適化する方法⁽⁴⁾などがある。

著者らは、二次元の機械構造の最小重量形状を創成する設計法として、任意の平板構造を一定の大きさの正方形要素を用いて離散化し、その要素単位の逐次変換による、構造の最小重量化を目指す、形状探索法を考案した。そこでは、正方形の単位要素をFEM解析および逐次形状変換の基本単位に、構造全体のひずみエネルギーの変化量を感度関数に用い、最大相当応力強度の制約のもとで、最小重量形状を探索している。その結果、構造内部の空域の創成による、構造の多連結化が軽量化に対して有効であること⁽⁵⁾、変位拘束条件に依存した最小重量形状の設計が可能であること⁽⁶⁾を示した。

本研究は、平面応力状態の構造に任意の方向を有する複数の荷重が同時に作用する条件において、離散化要素を用いた構造の多連結化および軽量化の形状変換を行い、そこで創成された多連結形状の特性および有効性を検討したものである。本方法における感度関数および形状変換法を用いれば、構造の境界形状の変換とともに、構造の内部要素の除去による任意の空域の

* 原稿受付 平成5年8月30日。

*¹ 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

び境界形状を後述の感度関数に則して任意に変換させることが容易であるため、種々の任意形状の多連結構造の構築および空域の発生から拡大に至る連続的位相変換を統一的手法によって表現することが可能となる。

3. 感度関数および形状変換

3.1 目的関数 機能および制約を満足する最小重量構造形状を求めることを目標としているため、総重量 W を目的関数とし、それらは式(1)で表される。

$$\min W = w \times N \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、実要素の大きさおよび密度は一定とし、 w は一つの実要素の重量であり、 N は実要素総数である。

3.2 制約条件 構造を形成するすべての実要素の各主応力 σ_1, σ_2 および式(2)を用いて、相当応力 σ を求め、

$$\sigma = \sqrt{\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2\}/2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

せん断降伏応力 τ_{vs} と σ の比を相当応力強度 P とし、各実要素の P の中の最大値 $P_{\max}$ が1を越えないように次式(3)による応力制約を行う。

$$P_{\max} \leq 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

3.3 感度関数 後述の各形状変換過程における構造全体のひずみエネルギーの総和 G が最小である形状を探索することを考える。

構造は、実要素と空要素との属性の交換によって形状が変換されるとともに、その全ひずみエネルギーが変化するため、要素の変換によって生じる全ひずみエネルギー G の変化量 ΔG は、形状変換前・後のひずみ

エネルギー $G_b \cdot G_a$ の差で表すことができる。その形状変換前後で外力ベクトル f は変化せず、節点変位ベクトルが $\Delta \delta$ だけ変化したとすると、 ΔG は、変換対象要素 A の要素剛性マトリックス K_A と変換前の要素節点力ベクトル F_A によって精度よく近似計算することができ、それが感度値とされる⁽⁶⁾。

それは式(4)のように示される。

$$\Delta G = G_a - G_b = f \Delta \delta / 2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

3.4 形状変換 図4に示されるように、三つのステップおよび四つの判定部により形状変換は構成され、図のフローチャートに従って、空域のレイアウトおよび境界形状の逐次変換が行われる。各ステップにおいて、FEM解析および感度計算が行われ、その感度値に従う複数の要素が変換されることによって形状が再構築され、判定部により次のステップへ導かれる。

第一ステップは、一定の実要素総数(体積)を保ちながら、境界実要素の空要素化および空要素の実要素化を行い、全ひずみエネルギー G の極小な形状が探索されるものであり、等体積形状変換と呼ばれる。判定Iは、形状変換過程において、制約条件である最大相当応力強度 $P_{\max}$ の制約値1を連続して超過した回数が規定値に到達した場合に、プログラムを終了させるものである。これが行われるのは、等体積形状変換の連続施行によって、 $P_{\max}$ が縮小され、制約条件を改めて満足する、より軽量化されうる形状が求められる可能性があることによる。判定IIは、このステップの形状変換前後の G の大小を比較し、 G が増加した場合に、次の軽量化のためのステップに移行させるためのものである。

第二ステップは、境界から内部にわたる構造全体の実要素を変換対象とした空要素化の感度値が計算され、その値による変換順位に従って実要素を空要素に変換することが行われるものであり、全体要素除去変換と呼ばれる。そのとき、内部実要素が空要素化することによって位相の変換が行われる場合と、境界実要素が空要素に変換され、新たな空域が創成されず、境界形状のみが変化する場合がある。判定IIIは、内部空域数が増加し、位相の変化が行われた場合、新たな位相における G が最小な構造形状を探索するために第一ステップ(等体積形状変換)へと移行させ、他方、境界実要素が空要素化された場合には、その位相における体積過剰状態であると判断し、さらなる軽量化を行うために、次の第三ステップへと移行させるために行われるものである。

第三ステップは、境界実要素のみが空要素化の対象にされ、その感度値に従って重量を軽減するためのも

図4 形状変換過程の流れ図

のであり、境界要素除去変換と呼ばれる。判定IVは、一連の第三ステップの施行中の、 $P_{\max}$ の増加量および削減要素数を監視し、どちらかが規定値を超過した場合に、第一ステップ(等体積形状変換)へ移行させている。

これらのフローによって、等体積形状変換で、一定体積下における総ひずみエネルギーの極小な形状が探索され、全体要素除去変換で、新たな空域の創成による位相の変換が行われ、境界要素除去変換で、過剰体積の除去による軽量化がなされ、これらのステップが終了条件を満足するまで繰返される。

上述のように、本設計法の特徴である位相の変換は、内部実要素の空要素化による新たな空域の創成によって行われており、外周および内周の形状変換は、境界実要素の空要素化および空要素の実要素化によって行われ、それらが統一的手法によって取扱われている。

4. 計算例および考察

種々の荷重形態下にある二次元平板構造に対して、単純な初期形状からの多連結構造の創成による軽量化を行い、その形状変換過程の位相、相当応力強度などの履歴および最終形状の主応力分布から多連結構造形状の特徴を検討し、それらに基づき、各荷重形態に対する最小重量形状の近似モデルとしての最終形状の有効性を検討した。

計算例1から3においては、図5(a)に示されるような、縦25 mm、横50 mm、厚さ1 mmの二次元平板構造が1250個の正方形要素で分割され、左端面を x 、 y 方向に変位拘束された初期形状に対して、右端面の

上下部の荷重作用点に方向性をもつ荷重がそれぞれ作用した場合の軽量化形状が探索されている。計算例4および5においては、図11(a)に示されるように、縦横60 mm、厚さ1 mmの正方形平板を900個の正方形要素で分割し、その右上端面に分布荷重が作用した場合の、軽量化の設計対象としての多連結構造形状と単連結構造形状の相違が検討されている。材料定数には、横弾性係数79.9 GPa、ポアソン比0.27およびせん断降伏応力163.6 MPaが用いられている。図中の各形状において、 V/V_1 は初期形状に対する体積比を、 $P_{\max}$ は最大相当応力強度の値を示しており、形状変換推移図の中の各要素内の濃淡は、相当応力強度の大きさを表している。

図5は、計算例1として、図中の矢印が示す、右下方の荷重作用点に45°斜め下向きの荷重 $F=283$ Nが作用した場合の形状変換過程を示している。そこでは、初期形状の実要素総数における総ひずみエネルギーの極小な形状が等体積形状変換によって探索された後、境界実要素が空要素に変換されて軽量化され、その後の内部空域の創成によって、(b)図の位相へ移行している。その変換過程に、2回の全体要素除去変換が実行され、境界実要素が空要素に変換されている。これは、その各計算時の位相において体積が過剰な状態であり、内部実要素よりも境界実要素を除去したほうが全ひずみエネルギーの増加を抑制した体積減少ができたことによる。その後、新たな内部空域の創成と既存の空域の統合によって構造の位相および境界形状は変化し、(e)図に見られるように、その全体の形状骨子がおおよそ決定された後に、各部の余剰実要素がさ

図5 計算例1の形状変換推移($F=283$ N)

図 6 計算例 1 における全ひずみエネルギー、最大相当応力強度および体積比の推移図

図 7 計算例 1 の初期形状における最大主応力図

図 8 計算例 1 の最終形状における最大主応力図

らに除去され、荷重の作用点から構造の支持部にかけて、フレーム構造の集合体とみられる構造が構築されて行き、(f)図に示される最終形状に到達している。最終形状における各要素の相当応力の値は、初期形状に比してはるかに大きく、構造全体で荷重を支持する状態となり、重量が初期形状に比して著しく減少している。

図 6 は、計算例 1 における要素変換回数 $NRESC$ に対する、総ひずみエネルギー $STNE$ 、最大相当応力強度 P_{max} および体積比 V/V_1 の推移を示している。形状変換の初期の段階では、 $STNE$ および P_{max} は減少または微増して行くが、最終形状に近づくにつれてともに急増し、特に P_{max} の値は振動している。これは、形状変換における感度値が総ひずみエネルギーの変化量を基に計算されているために、 P_{max} の値を示す要素の位置、大きさなどが変換のたびに不連続に変化するためであるが、制約値付近で変動を繰り返しながらより軽い形状が探索され、一連の形状変換における重量の極小値をもつ最終形状が求められている。

図 7、8 に、初期形状および最終形状の各要素ごとの最大主応力の分布を示す。図中の線の長さが主応力の大きさを、線の方向が主応力の向きを表している。初期形状においては、構造の右上部、中央の下部および左中央部に主応力の小さな領域が存在しており、主応力線の向きをたどって主応力の小さい部分を除去す

ると、図 5 (b)における形状とよく一致した構造形状となる。図 8 に示される最終形状を棒状部材の結合体と見た場合、各棒状部材は、部材が交差する連結部を除いて、最大主応力に比して最小主応力の値が極めて小さく、ほぼ単軸応力状態となっている。したがって、得られた構造の各部材の長手方向主応力の値により、最小重量となる断面形状が容易に求められる。一方、張力をおもに分担している部材と圧縮のその連結部において、その同符号部材の成す角の二等分方向に異符号部材が連結されており、その多連結構造形状は、Michell の最小重量構造⁽⁷⁾に則したトラス構造と対比される形状であり、その位相および境界形状は最小重量化に対してよい近似を与えている基礎モデルと考えられる。

計算例 2 は、構造右端の上部に垂直下向きの荷重 $F_1=200\text{ N}$ 、下部に水平右向きの荷重 $F_2=200\text{ N}$ が作用した構造の軽量化形状を探索したものであり、その合力は計算例 1 と一致している。図 9 に示されるように、その荷重条件の違いにより、形状変換過程における空域の創成位置および時期に違いが生じ、その二つの荷重が 3 本の構造部材によって支持され、三つの大きな空域が存在する構造が形成された。しかし、その荷重に関する二つの部材を除いた、計算例 1 と共通した負荷の作用している構造部分の形状は、計算例 1 の最終形状と非常に類似している。これらのことより、

図 9 計算例 2 の形状変換推移 ($F=200$ N) 図 10 計算例 3 の形状変換推移 ($F_1=200$ N, $F_2=100$ N) 図 11 計算例 4 の形状変換推移 ($F_1=75$ N, $F_2=150$ N) 図 12 計算例 5 の最終形状 ($F_1=75$ N, $F_2=150$ N)

図 13 計算例 4 の最終形状における最大主応力図

計算例 1, 2 において, 形状変換過程にかかわらず, 荷重条件に則した機械構造として有効な軽量化形状が得られていると考えられる。

計算例 1, 2 は, 合成された荷重の作用方向が変位拘束面に対して 45 度方向であり, 離散化要素の形状が正方形であるために構造部材の構築が比較的容易であった可能性があるため, 計算例 3 において, 荷重の作用方向の違う構造について検討した。

計算例 3 は, 長方形平板構造の右端の上部および下部に荷重, $F_1=200\text{ N}$, $F_2=100\text{ N}$ が作用している構造を設計対象とし, その対称性から構造の下半分の軽量化を行ったものである。図 10 に示されるように, 荷重の作用方向に則して要素が連結され, 変位拘束面と垂直な方向の分力と中心線に垂直な分力に荷重が分割され, その分力に応じたフレーム状の構造が構築されている。その荷重作用点から中心線へと伸びる 2 本の部材およびその中心線との交点から拘束面へと伸びる部材は, ともにほとんど単軸の引張応力状態であり, 得られた最終形状はほぼ最適な位相と考えられる。

計算例 4, 5 は, 分布荷重 ($F_1=75\text{ N}$, $F_2=150\text{ N}$) を受ける, 形状が変化しない棚状の水平構造において下部の支持構造に対する軽量化形状を求める計算例であり, その形状変換推移および最終形状を, 図 11, 12 に示す。計算例 4 と 5 は, その設計対象が, 多連結構造における計算結果と単連結構造におけるそれを比較したものである。計算例 5 の最終形状における下端の境界形状は, 平等強さのほりに対応する 2 次関数で与えられる境界形状を示しており, 単連結構造における最小重量形状と考えられる⁽⁸⁾。

図 13 に, 計算例 4 の最終形状の最大主応力分布を示す。この構造形状においても, 支持構造の各部材は, その連結部を除いてほぼ一様な単軸応力状態となって

いる。また, 内部空域をもつことによって, その構造全体の存在する設計領域が増大しているが, 計算例 5 に対して, その重量が約 40% 軽減されており, 部材によってその断面積が異なることから, 部材断面積と構造位相を同時に形状変換対象とすることができているものと考えられ, 単連結構造と比較して, 大幅に軽量化された多連結構造の形状が求められている。

5. 結 言

二次元平板構造を離散化要素の集合体とし, 全ひずみエネルギーによる感度関数およびその要素単位の等体積形状変換, 全体要素除去変換および境界要素除去変換から構成される逐次形状変換を用いて, 最小重量形状を目指し, 多連結構造の軽量化形状を求め, その特性ならびに有効性を検討した。

その結果, 種々の荷重形態に対応した最小重量化の近似形状として, その構造の各部材の大部分が単軸応力状態を示す。フレーム状の多連結構造形状を求めることができた。これにより, 実際の機械構造形状の最小重量設計のための基礎モデルを容易に与えることができるものと考えられる。

文 献

- (1) 日本機械学会編, 構造・材料の最適設計, (1989), 85, 技報堂出版。
- (2) Gallagher, H. R. and Zienkiewicz, O. C., *OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN*, (1973), 111, John Wiley.
- (3) Ph. Bendsoe, M. and Kikuchi, N., *COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING* 71, (1988), 197.
- (4) Thomsen, J., *Structural Optimization*, 5 (1992), 108.
- (5) 大河内・伊藤・相原, 機論, 56-525, A (1990), 1304.
- (6) 大河内・伊藤・相原, 機論, 58-551, A (1992), 1254.
- (7) Michell, A. G. M., *Philos. Mag.*, S. 6, 8, 47, (1904), 589.
- (8) 例えば, 川田, 材料力学, (1982), 57, 裳華房。