一様曲げ(流れ方向曲げ)を受ける段ボールの応力解析* (同材の両面 KL よりなる両面段ボール)

松 島 理*¹, 松 島 成 夫*²

A method of Stress Analysis for SCF under Uniform Bending in the Moment Axis Perpendicular to the Machine Direction (On SCF Made of Same Surface KL)

Satoru MATSUSHIMA and Shigeo MATSUSHIMA

A method of elastic analysis for SCF (single-wall corrugated fiberboard) under uniform bending in the moment axis perpendicular to the machine direction is studied. The following results are obtained. (1) The deformation of SCM (semichemical corrugating medium) is produced from the fixed moment at the position where SCM and KL (kraft liner) are joined. (2) In the SCF, the bending stress increases markedly with the increase of the distance from the center of the thickness. The maximum value $\sigma_{s\max}$ of the absolute stress for SCM is at the inner surface of the joint positions. The ratio [(the maximum stress of KL)/ $\sigma_{s\max}$] is about 30.

Key Words: Computational Mechanics, Structural Analysis, Elastic, Bending, Strength of Corrugated Fiberboard, Elastic Stress Analysis, Structure Strength, Numerical Analysis

1. 緒 言

段ボール⁽¹⁾⁽²⁾は、構造物の形状、また生産性から見て非常に有用性の高いものであり、包装用箱材、構造材、緩和材として盛んに用いられている。また、類似したものとして、波底を固定した波形鋼板、スレート材および樹脂材の波板の利用が多く見受けられる。特殊なものではあるが、航空機体(筒形段ボール状)についての研究⁽³⁾がある。そこで、段ボールのクラフト・ライナ(KL)および中芯(SCP medium)についての応力を明らかにし、その力学的強度を議論することは、段ボール状板の強度設定上からみて重要なことである。そして、段ボールのKL、中芯の変形に関する力学的強度の役割を明らかにし、それらの相違性を議論し、段ボールに関する強度機構を明確にすることは、材料工学上ばかりでなく、構造工学上からも有用なことでありと考えられる。

段ボールの強度⁽⁴⁾⁽⁵⁾、段ボール箱の強度^{(6)~(8)}等に関する実用的研究は既に行われ、最近段ボールの反り⁽⁹⁾に関する研究がある。また、幾何学的条件を基にした

段ボールの引張変形強度機構については、著者らの研究がある⁽¹⁰⁾。弾性変形については、波板の曲げ剛性に関する研究⁽¹¹⁾があり、著者らの面圧を受ける段ボール中芯の内部応力等に関する研究⁽¹²⁾、その中芯と波板との内部応力⁽¹³⁾および変位⁽¹⁴⁾の相違等に関する研究がある。さらに、曲げモーメント軸が流れ方向(フルートの流れ方向)にある際の片面⁽¹⁵⁾、両面⁽¹⁶⁾および複両面⁽¹⁷⁾段ボールの弾性曲げ強度の研究もある。しかし、曲げモーメント軸が流れ方向に直角な向きにある際の曲げ(流れ方向曲げ)強度に関する基礎的な研究は行われていないようである。しかし、このような曲げは、段ボール板の基本的な変形であり、また両面同材のKLをもつ両面段ボールは、形態上、非常に簡単なものであるが、段ボールの中で最も基本的なものである。したがって、このような段ボール状板の強度を明らかにすることは、段ボール工学上、重要なことである。ゆえに、両表面のKLが同一なものによってつくられた両面段ボール(すなわち、板厚方向に対称な強度分布をもつもの)が市場において盛んに用いられていることを考える際、このような段ボールの流れ方向の曲げ強度を明らかにすることは、段ボール状材の強度設定において、意義あるものと考えられる。

以上のことより、本報では、前報^{(12)~(17)}にならい、

* 原稿受付 平成5年11月15日。

*¹ 帝人製機(株)松山工場 (〒791 松山市北吉田町77)。

*² 正員、愛媛大学工学部 (〒790 松山市文京町3)。

中芯の形状を近似的に正弦波形のものとみなし、段ボールの構成素材(KL, 中芯)を弾性体であるとして、段ボール板厚方向に対称な強度分布をなす両面段ボールの流れ方向一様曲げの強度を議論する上に必要な応力解析の処方を確立し、これによって両面段ボールの応力強度の特性の概括を議論することを試みた。その際、中芯の変形を前報^{(12)~(14)}のように曲りはりと同様なものであると考えた。

2. 解析方法

2・1 中芯について 両面段ボールの中芯は波状をなす一つの曲面で表せるが、KL糊付け加工の際、糊付け部付近のKLおよび中芯の材質および形状は相当複雑に変化し、また加工時の影響などを考慮すると、その状態は単純な関数によって表せるものとはいえない。しかし、便宜上、前報の際と同様⁽¹²⁾、Seydelの処方⁽¹¹⁾にならい、簡便で近似の高いものとして、中芯の形状を正弦波形であるとする[図1(a)参照]。

そして、流れ加工方向に直角な曲げモーメント軸をもつ段ボールの曲げは、無限幅段ボールの変形とみなせ、近似的に、平面ひずみ変形であると仮定する。平面ひずみの変形は平面応力のもものと類似し、その相違は縦弾性係数 E を $E/(1-\nu^2)$ (ν : ポアソン比) とおいた程度にすぎない⁽¹⁸⁾。そこで、単位幅の段ボール板の流れ方向曲げの変形を単位幅はりと同様なものであると

考え、前報⁽¹²⁾⁽¹³⁾ にならって KL は真直はり、中芯は曲りはりであるとして、以下の議論を進める。

そこで、中芯のシート厚さ T_s の中央の位置 y_0 を

$$y_0 = \frac{h}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

であるとする。すると、 y_0 から厚さ方向に距離 t のところにある着目位置 $y(x, t)$ は

$$y = y_0 + t \cos \theta \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

で表される。ただし、 x は波状進行方向の基準位置からの距離、 h は波形の高さ、 L は波形の長さ(波長)であり[図1(b)参照]、 θ は中芯の接線 dy_0/dx と x 方向とのなす角度である。

中芯は波形の波長 L の範囲内では曲りはりと同様な変形をするが、長い域($x \gg L$)では L の間隔で同様な形状が数多く繰返し生じている。したがって、長い域($x \gg L$)の中芯の曲げ変形は、近似的に、真直はりと同様な変形をするものと考えられる。中芯の周期性および対称性により、曲げ変形に対し、考慮すべき基本的な形状範囲は $x = -L/4 \sim L/4$ であると考えられ、中芯の変形は、近似的に、接合部の接線の角度が真直はりと同様な曲げ変化を示す曲りはりであると考えられる。

段ボールに単位幅当たりのモーメント M_T が働く際、単位幅当たりの両 KL(KL1 および KL2) には固定モーメント M_{k01}, M_{k02} が、単位幅当たりの荷重すなわち x 方向の荷重 W_{kx1}, W_{kx2} 、 y 方向の荷重 W_{ky1}, W_{ky2} が生じ、KL・中芯接合部($x = -L/4, L/4$)の中芯には固定モーメント M_{s0} が、 x, y 方向の荷重 W_{sx}, W_{sy} が生じるものと考えられる(図2参照)。そして、モーメントの釣り合い条件により M_T は関係

$$M_T = M_{k01} + M_{k02} + M_{s0} \dots\dots\dots (2)$$

を満たし、力の釣り合い条件により W_{sx} および W_{sy} は各関係

$$W_{sx} = W_{kx1} = W_{kx2} \dots\dots\dots (3\cdot a)$$

$$W_{sy} = W_{ky1} = W_{ky2} \dots\dots\dots (3\cdot b)$$

を満たしているものと考えられる。

前報⁽¹²⁾ にならい、モーメント M_s が働く際の位置 x, t における中芯の曲げ応力 σ_s は、曲りはり⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾ の式によって

$$\sigma_s = \frac{N}{T_s} + \left(\frac{M_s}{T_s \rho}\right) \left[1 + \frac{1}{K} \left(\frac{t}{\rho + t}\right)\right] \dots\dots\dots (4)$$

で表せる。ただし、 K および ρ は、曲りはり(すなわち中芯)の断面係数および曲率半径

$$K = \frac{1}{3} \left(\frac{T_s}{2\rho}\right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{T_s}{2\rho}\right)^4 + \frac{1}{7} \left(\frac{T_s}{2\rho}\right)^6 + \dots\dots\dots (5\cdot a)$$

図1 段ボールの曲げ状況および形態

$$\rho = - \frac{\left[1 + \left(\frac{dy_0}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\left(\frac{d^2 y_0}{dx^2} \right)} \quad (5 \cdot b)$$

である。そして、 N は厚さ中央部に沿っての軸力で

$$N = -W_{sy} \sin \theta - W_{sx} \cos \theta \quad (6 \cdot a)$$

M_s は中芯に働く曲げモーメントで

$$M_s = M_{s0} - W_{sx} \left(\frac{h}{2} - y \right) + W_{sy} \left(\frac{L}{4} - x \right) \quad (6 \cdot b)$$

と表せる。

中芯の x, y 方向の変位 δ_{sx}, δ_{sy} およびたわみ角 i は、曲りはりに関する既知の式により

$$\delta_{sx} = - \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[N + \frac{M_s(1+K)}{K\rho} \right] \times \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) d\theta \quad (7)$$

$$\delta_{sy} = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[N + \frac{M_s(1+K)}{K\rho} \right] \times \left(\frac{L}{4} - x \right) d\theta \quad (8 \cdot a)$$

$$i = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[N + \frac{M_s(1+K)}{K\rho} \right] d\theta \quad (8 \cdot b)$$

で表される⁽²¹⁾。ただし、 E_s は中芯の縦弾性係数である。

2・2 KLについて 上述のように、モーメント M_T が働く際、両 KL の接合部には、固定モーメント M_{k01} および M_{k02} が働き、荷重として中芯からの作用力 W_{sx}, W_{sy} が働いているものと考えられる(図 2 参照)。

すると、両 KL の曲げモーメント M_{k1}, M_{k2} は、KL・中芯接合部の固定モーメント M_{k01}, M_{k02} と荷重 W_{sy} によるモーメントとの和

図 2 固定モーメントおよび荷重

$$M_{k1} = M_{k01} - W_{sy} x_1 \quad (9 \cdot a)$$

$$M_{k2} = M_{k02} - W_{sy} x_2 \quad (9 \cdot b)$$

で表される。 x_1 および x_2 は両 KL における各接合部からの x 方向の距離である。それに伴う両 KL に生じる曲げ応力 σ_{k1}, σ_{k2} は各

$$\sigma_{k1} = \frac{M_{k1}}{I_{k1}} Y + \frac{W_{sx}}{T_k} \quad (10 \cdot a)$$

$$\sigma_{k2} = \frac{M_{k2}}{I_{k2}} Y + \frac{W_{sx}}{T_k} \quad (10 \cdot b)$$

で表される。ただし、 T_k は KL の厚さ、 Y は中立面から KL 内の着目点までの距離であり、 I_{k1}, I_{k2} は両 KL の断面二次モーメント

$$I_{k1} = \frac{T_k^3}{12} + \left(Y_0 - \frac{T_k}{2} \right)^2 T_k \quad (11 \cdot a)$$

$$I_{k2} = \frac{T_k^3}{12} + \left(T_T - Y_0 - \frac{T_k}{2} \right)^2 T_k \quad (11 \cdot b)$$

である。 Y_0 は中立面から KL 1 の外表面までの距離であり、 T_T は段ボール全体の厚さ

$$T_T = T_s + 2 T_k + h$$

である。

$x_1 = 0 \sim L/2$, $x_2 = 0 \sim L/2$ 間における x 方向および y 方向の変位(厚さ中央の値) $\delta_{kx1}, \delta_{kx2}$ (のび) および $\delta_{ky1}, \delta_{ky2}$ (たわみ) は各

$$\delta_{kx1} = \frac{L}{2 E_k} \sigma_{k1} \quad (12 \cdot a)$$

$$\delta_{kx2} = \frac{L}{2 E_k} \sigma_{k2} \quad (12 \cdot b)$$

$$\delta_{ky1} = \frac{L^2}{8 E_k I_{k1}} \left[M_{k01} - \frac{W_{sy} L}{6} \right] \quad (13 \cdot a)$$

$$\delta_{ky2} = \frac{L^2}{8 E_k I_{k2}} \left[M_{k02} + \frac{W_{sy} L}{6} \right] \quad (13 \cdot b)$$

で表される。ただし、 E_k は縦弾性係数である。

2・3 未知数の決定について 以上の諸関係式より、各素材に働く曲げモーメント M_{k01}, M_{s0} , 荷重 W_{sx} の値および中立面の位置を示す値 Y_0 などが不明であるため、直接、各素材に生じる曲げ応力およびたわみを議論することは困難である。そこで、これらの不明な値の決定についての議論を行う。

一般に、純曲げ変形の際、KL・中芯接合部の KL の流れ方向の傾き i は、連続で、山部または谷部を基準とし、流れ方向に沿って左右対称である。

幾何学条件により、KL・中芯接合部 $x_j = 0 \sim L/2$, $x_2 = 0 \sim L/2$ 間に生じるたわみ角 i は各

$$i = \frac{1}{E_k I_{k1}} \left[\frac{M_{k01} L}{2} - \frac{W_{sy} L^2}{8} \right] \quad (14 \cdot a)$$

$$i = \frac{1}{E_k I_{k2}} \left[\frac{M_{k02} L}{2} + \frac{W_{sy} L^2}{8} \right] \quad (14 \cdot b)$$

で、たわみ δ_{sy} は

$$\delta_{sy} = \delta_{ky1} = \delta_{ky2} \quad (15)$$

で表され、式(13・a)、(13・b)および式(14・a)、(14・b)から W_{sy} の関係は各

$$W_{sy} \left(\frac{1}{I_{k1}} + \frac{1}{I_{k2}} \right) \frac{L}{6} = \frac{M_{01}}{I_{k1}} + \frac{M_{02}}{I_{k2}}$$

$$W_{sy} \left(\frac{1}{I_{k1}} + \frac{1}{I_{k2}} \right) \frac{L}{4} = \frac{M_{01}}{I_{k1}} + \frac{M_{02}}{I_{k2}}$$

が得られ、 W_{sy} は近似的に

$$W_{sy} = 0 \quad \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

であるものと考えられる。すると、上述のように、中芯の山谷部に働く荷重が W_{sx} であることにより、段ボールの中芯の変形は、近似的に、 W_{sx} による曲げ変形と所定の固定モーメント M_{s0} を働したものと和であると考えられる。

段ボールの構造の変形条件、すなわち、式(9・a)、(9・b)および式(13・a)、(13・b)、(15)より KL のモーメントは

$$M_{k1} = M_{k2} = M_{k01} = M_{k02} \quad \dots\dots\dots (16 \cdot b)$$

であると考えられ、式(13・a)、(13・b)または(14・a)、(14・b)および式(16・b)により I_{k1} 、 I_{k2} は

$$I_{k1} = I_{k2} \quad \dots\dots\dots (16 \cdot c)$$

に、式(11・a)、(11・b)より段ボールの厚さ中央位置 Y_0 は

$$Y_0 = (h + T_s + 2T_k)/2 \quad \dots\dots\dots (16 \cdot d)$$

になるものと考えられる。これらのことより、たわみの関係式(8・a)およびたわみ角 i の関係式(8・b)は

$$\delta_{sy} = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} (N + B(\theta)) \left(\frac{L}{4} - x \right) d\theta$$

$$= (M_T - M_{s0}) \frac{L^2}{16 E_k I_{k1}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$i = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} (N + B(\theta)) d\theta$$

$$= (M_T - M_{s0}) \frac{L}{4 E_k I_{k1}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$B(\theta) = \frac{(1+K)M_s}{\rho K}$$

で表せ、以下の関係式が得られる。

$$\frac{W_{sx}}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[\cos \theta - B_0(\theta) \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \right]$$

$$\times \left(\frac{L}{4} - x \right) d\theta + \frac{W_{sx}}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} B_0(\theta) \left(\frac{L}{4} - x \right) d\theta$$

$$+ \frac{L^2 M_{s0}}{16 E_k I_{k1}} = \frac{L^2 M_T}{16 E_k I_{k1}} \quad \dots\dots\dots (19 \cdot a)$$

$$\frac{W_{sx}}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[\cos \theta - B_0(\theta) \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \right] d\theta$$

$$+ \frac{M_{s0}}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} B_0(\theta) d\theta + \frac{L M_{s0}}{4 E_k I_{k1}} = \frac{L M_T}{4 E_k I_{k1}}$$

$$\quad \dots\dots\dots (19 \cdot b)$$

$$B_0(\theta) = \frac{(1+K)}{\rho K}$$

が得られる。ただし、 M_T は働く全モーメントで

$$M_T = M_s + 2M_{k01}$$

である。そして、これらの関係より、 W_{sx} および M_{s0} は各

$$W_{sx} = \frac{C_1 B_2 - C_2 B_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$M_{s0} = \frac{A_1 C_2 - A_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$M_{k01} = M_{k02} = (M_T - M_{s0})/2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

であることがわかる。ただし、 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 は各

$$A_1 = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[\cos \theta - B_0(\theta) \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \right]$$

$$\times \left(\frac{L}{4} - x \right) d\theta$$

$$A_2 = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} \left[\cos \theta - B_0(\theta) \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \right] d\theta$$

$$B_1 = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} B_0(\theta) \left(\frac{L}{4} - x \right) d\theta + \frac{L^2}{16 E_k I_{k1}}$$

$$B_2 = \frac{1}{E_s T_s} \int_{-L/4}^{L/4} B_0(\theta) d\theta + \frac{L}{4 E_k I_{k1}}$$

$$C_1 = \frac{L^2 M_T}{16 E_k I_{k1}}$$

$$C_2 = \frac{L M_T}{4 E_k I_{k1}}$$

である。

KL については、式(11・a)、(11・b)より I_{k1} 、 I_{k2} の値がわかり、式(21)より M_{s0} が、式(22)より M_{k1} 、 M_{k2} の値がわかれば、式(10・a)、(10・b)より各 KL の応力 σ_{k1} 、 σ_{k2} の値を明らかにすることができる。

また、中芯については、式(20)および式(21)より W_{sx} の値および M_{s0} の値がわかり、式(4)によって σ_s の値を求めることができる。

3. 結果と考察

段ボール原紙の縦弾性係数は、KL⁽²²⁾ については縦方向が 6.28×10^4 N/mm²、横方向が 2.42×10^4 N/mm²、中芯⁽²³⁾ については縦方向が $2.2 \sim 2.9 \times 10^4$ N/mm²、横方向が $1.1 \sim 1.3 \times 10^5$ N/mm² である。ここでは、便宜上、 $E_s = 1$ 、 $E_k = 1$ [N/mm²] と単位化し、 $M_T = 1$ [μ N]] として議論する。

なお、実際に用いられている段ボールの形状⁽²⁴⁾ に合わせ、 $T_s = 2.4$ mm、 3.6 mm、 $L = 9.2$ mm、 $h = 4.6$ mm、 $T_{k1} = T_{k2} = 0.30$ mm [KL⁽²⁵⁾ と中芯⁽²³⁾ との坪量(単位面積当たりの素材の質量: g/m²)で厚さを近似的に比例換算して求めたもの] であるとし、これを中心に応力の概況を議論する。

特定の段ボール形状の M_{k01} 、 M_{s0} の値および KL、中芯の応力絶対値の最大値 $\sigma_{k \max}$ 、 $\sigma_{s \max}$ などを求め、表 1 に示す。表 1 より、 M_{s0} は M_{k01} に比べ、また

表 1 得られた固定モーメントおよび荷重

Material and Shape					KL		SCM		Lateral Force
T_s mm	L mm	h mm	E_k N/mm ²	T_k mm	σ_{kmax} $\mu\text{N/mm}^2$	M_{k01} μN	σ_{smax} $\mu\text{N/mm}^2$	M_{s0} μN	W_s N/mm
0.24	9.2	4.6	1	0.30	0.685	0.49990	0.0227	$1.99 \cdot 10^{-4}$	$-3.50 \cdot 10^{-11}$
0.36	9.2	4.6	1	0.30	0.669	0.49968	0.0341	$1.20 \cdot 10^{-4}$	$-1.20 \cdot 10^{-11}$
0.24	4.6	4.6	1	0.30	0.685	0.49994	0.0206	$1.28 \cdot 10^{-4}$	$-1.22 \cdot 10^{-11}$
0.24	18.4	4.6	1	0.30	0.685	0.49987	0.0272	$2.55 \cdot 10^{-4}$	$-1.09 \cdot 10^{-11}$
0.24	9.2	2.3	1	0.30	1.292	0.49958	0.0906	$8.33 \cdot 10^{-4}$	$-1.71 \cdot 10^{-11}$
0.24	9.2	9.2	1	0.30	0.353	0.49998	0.0045	$1.10 \cdot 10^{-4}$	$-2.14 \cdot 10^{-12}$
0.24	9.2	4.6	0.5	0.30	0.685	0.49980	0.0453	$3.99 \cdot 10^{-4}$	$-5.60 \cdot 10^{-11}$
0.24	9.2	4.6	2	0.30	0.685	0.49995	0.0113	$9.97 \cdot 10^{-5}$	$-1.75 \cdot 10^{-11}$
0.24	9.2	4.6	1	0.15	1.357	0.49979	0.0482	$4.23 \cdot 10^{-4}$	$-5.60 \cdot 10^{-11}$
0.24	9.2	4.6	1	0.60	0.339	0.49996	0.0097	$8.88 \cdot 10^{-5}$	$-1.40 \cdot 10^{-11}$

図 3 曲げ応力 σ_s と x の関係(T_s の差異) 図 4 曲げ応力 σ_s と x の関係(L の差異)

$W_{sx}/T_k [= \sigma_{ki} (Y=0)]$ は σ_{kmax} に比べ非常に小さいことがわかる。

中芯の応力 σ_s は形状および E_k によって微妙に変化するものと考えられる。そこで、式(4)によって中芯の応力 σ_s と x および t との関係求めた。

異なった T_s および L, h に関する x 方向の応力分布(ただし、 $t = -T_s/2, 0, T_s/2$)を各図3~5に示す。図3および図5より T_s および h が大きくなると σ_s の値は減少し、図4より L が大きくなると増加することがわかる。

また、異なった E_k および T_k についての x と σ_s との関係を図6および図7に示す。図より、 E_k および T_k が大きくなると、 σ_s の値は減少することがわかる。

得られた σ_s と t の関係を図8に示す。図より、 $|\sigma_s|$ は t の増加によってほぼ比例的に増加することがわかる。そして、中芯の中立面は厚さ中央位置付近にあることもわかる。

表1および図6, 7より、 T_k および E_k の変化 ΔT_k および ΔE_k が $\Delta T_k/T_k = \Delta E_k/E_k$ となる際、 T_k を変えた際の中芯の応力の値の変化は、 E_k を変えたものより若干大きくなるが、近似的に同じ値であることがわかる。

各形状の σ_{smax} および σ_{kmax} 値より、 σ_{smax} の値は σ_{kmax} の1/10程度であることがわかる。このことより、曲げ変形時の強度を担う素材はKLにあるものと考えられる。しかし、図3~8をみると、形状による応力変化の比率は中芯のほうが非常に大きいことがわかる。

4. 結 言

厚さ方向に強度状態が対称的に分布する両面段ボール[両表面に同材のクラフト・ライナ(KL)を用いたもの]の一様曲げ(モーメント軸が流れ方向に直角な向き)における各素材(KL および中芯)の弾性曲げ応力を求める解析法を導出した。

図 5 曲げ応力 σ_s と x の関係(h の差異)

図 7 曲げ応力 σ_s と x の関係(T_k の差異)

図 6 曲げ応力 σ_s と x の関係(E_k の差異)

図 8 曲げ応力 σ_s と t の関係

そして、この解析法により応力状況の概況を議論した。その結果、次のようなことが明らかにされた。

(1) KL および中芯の変形の概略は、KL・中芯接合部の固定モーメントによって示される。

(2) 両面段ボールの KL の曲げ応力の絶対値は外側表面が、中芯は山谷部の内側表面が最も大きい。その中芯の最大値は KL の最大値の 1/10 程度である。

(3) 中芯の厚さ方向の応力はほぼ厚さ中心からの距離に比例して大きく増加するが、流れ方向の板厚中央に沿っての応力変化は小さい。

また、形状変化による中芯の応力分布の変化は KL に比べ非常に大きい。

(4) KL 材の肉厚 T_k の変化比 ($\Delta T_k/T_k$) と縦弾性係数 E_k の変化比 ($\Delta E_k/E_k$) とが等しい際、中芯の応力分布の状態はほぼ等しくなる。

以上のことより、両面同材の KL をもつ両面段ボールの流れ方向曲げの強度は、主として、KL によって

支えられていることがわかる。しかし、KL・中芯接合部に生じる固定モーメントによる中芯の曲げ応力の絶対値は KL の値に比べると非常に小さいものではあるが、中芯は、構造上、段ボールの厚さ方向の両 KL の間隔保持の役割をなし、段ボールの形態を保つために重要な役割を果たしているものと考えられる。 $T_k = 0.3 \text{ mm}$, $h = 4.6 \text{ mm}$ として一定の曲げモーメントが働く際、KL のみの曲げ最大応力と本段ボール KL の最大応力との比は近似的に $(h/T_k)^3 \approx 360$ となり、段ボール構造の曲げ強度への有効性が伺える。

本報は、前報^{(11)~(16)}と同様、加工時に生じる構成素材の強度不様性などは考慮していないが、合理的に変形に関する強度形状の設定を行うに当たっての意義ある基礎資料となるであろう。

文 献

- (1) 例えば、段ボール実用百科編集委員会編、段ボール実用百

- 科, (1970), 21, 一律書房.
- (2) レンゴー株式会社編, 段ボール技術, (1971), 16, 包装新聞社.
- (3) 例えば, 渋谷, 航空学会誌, 7-61(1940), 393: 8-71(1941), 267; 林, 航空学会誌, 8-79(1941), 1131.
- (4) 例えば, 文献(1)の537ページ; 文献(2)の310ページ.
- (5) Koning, J. W. Jr. and Stern, R., *Tappi (Technical Association Pulp & Paper Industry)*, 60-12(1977), 128.
- (6) 例えば, 文献(1)の548ページ; 文献(2)の316ページ.
- (7) 例えば, 紙業タイムス社編, 新・紙加工便覧, (1980), 797, 紙業タイムス社.
- (8) Maltenfort, G. G., *Tappi*, 53-11(1970), 1076; Graraganis, P., *Tappi*, 58-11, (1975), 102; R. M. Morris, R. M. Jr. and Vallow, G. P., *Tappi*, 58-11(1975), 110.
- (9) 石渕・ほか4名, 機論, 59-557, A(1993), 156.
- (10) 松島・ほか3名, 紙パ技協誌, 36-3(1982), 377.
- (11) Timoshenko, S. P. and Krieger, S. W., *Theory of Plates and Shells*, (1959), 366, McGraw-Hill Co.
- (12) 松島・ほか2名, 紙パ技協誌, 42-5(1988), 480.
- (13) 松島・ほか2名, 紙パ技協誌, 43-6(1989), 602.
- (14) 松島・ほか2名, 紙パ技協誌, 44-5(1990), 605.
- (15) 松島・ほか3名, 紙パ技協誌, 47-4(1993), 517.
- (16) 松島・ほか3名, 紙パ技協誌, 45-4(1991), 480.
- (17) 松島・ほか3名, 紙パ技協誌, 46-5(1992), 668.
- (18) 例えば, 清家, 材料力学, (1978), 23, 共立出版.
- (19) 例えば, 白鳥, 材料の力学, (1973), 95, 朝倉書店.
- (20) 例えば, 黒木, 材料力学, (1967), 150, 森北出版.
- (21) 例えば, 文献(19)の98ページ.
- (22) Jones, A. R., *Tappi*, 51-5(1968), 203.
- (23) 文献(1)の126ページ.
- (24) 文献(1)の64ページ.
- (25) 例えば, 文献(7)の783ページ.