応力特異性消失条件を用いた異種接合材料の 形状の選択に関する基礎的検討*

井 岡 誠 司^{*1}, 久 保 司 郎^{*2}
大 路 清 嗣^{*2}, 岸 本 純 一^{*3}

A Basic Study on the Shape Design of Bonded Dissimilar Materials Using the Condition of No-Stress Singularity

Seiji IOKA, Shiro KUBO,
Kiyotsugu OHJI and Jun-ichi KISHIMOTO

The present authors showed that the free-edge stress singularity in bonded dissimilar materials disappeared for certain combinations of wedge angles of the pair of materials. In the present study, the stress distributions on the interface of bonded dissimilar materials with smooth free-edges were calculated by the boundary element method, under the geometrical condition of the disappearance of free-edge stress singularity. The shape of interface or the shape of free-edges was changed systematically to find the shape minimizing the maximum normal stress or the maximum shear stress on the interface. The normal stress on the interface was concentrated at the center of the interface and near the intersection of the interface and free-edge. It was found that an optimum shape of the interface or the free-edges existed for which the maximum normal stress was minimized. The shear stress on the interface was concentrated at a point near the intersection of the interface and the free-edge. The maximum shear stress was decreased for small curvature of the interface or the free-edges near the intersection of the interface and free-edge. These findings can be used for shape design of bonded dissimilar materials.

Key Words: Composite Material, Boundary Element Method, Bonded Dissimilar Material, Interface, Free-Edge Stress Singularity, Shape Design

1. 緒 言

異なる材料を接合し、複合化することにより、材料あるいは構造の性能、機能の向上をはかることが近年よく行われている。接合材の場合、接合される個々の材料が十分な強度を持つ必要があるとともに、接合界面が十分な強度を持つ必要がある。

異種接合材料において、接合界面と自由縁が交わる点において応力・ひずみの特異性が現れることはよく知られている。また、接合する材料の組合せ、あるいは接合角度の組合せによって特異性が消失することが明らかにされている^{(1)~(11)}。このような接合角度を採用すれば、接合強度を上げるとともに、特異性存在下の接合材の強度評価という現在議論中の問題を回避できるものと考えられる。実験的にも接合角度の選択が有効であるという報告がある⁽¹²⁾。しかし、接合界面端において応力の特異性が消失する場合には、他の部分で応力が高くなることが考えられる。そのため、接合材料を設計する場合には、接合界面端の特異性消失条件と

ともに、界面および材料内部における応力の値を小さくすることを考える必要があると思われる。

そこで、本研究では、接合界面端において自由縁応力特異性が消失するような接合角度の組合せを採用した場合について、接合界面上に生じる垂直応力およびせん断応力を境界要素法を用いて解析し、界面上の垂直応力およびせん断応力を小さくするような接合界面形状、あるいは自由側面形状について基礎的な検討を行う。

2. 解析対象および解析方法

本研究では、自由側面が滑らかになるように接合されているという制約のもとで、接合角度を自由縁応力特異性が消失する範囲内に設定し、接合界面形状あるいは自由側面形状を変化させながら、接合界面上の応力を解析し、垂直応力およびせん断応力を小さくするような形状を検討した。

解析対象を図1に示す。図1(a)は、界面端での界面の接線と自由縁のなす角 θ_1 が与えられたときに、自由側面を平行な二直線にしたままで接合界面形状を変化させるものである。接合界面を x, y 軸に対して

$$(x/W)^2 + A_1(y/W)^2 + C_1(y/W) + D_1 = 0 \cdots \cdots (1)$$

の円弧で表される形状とし、自由側面は直線とし

* 平成5年3月31日 第70期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成5年12月22日。

^{*1} 准員、大阪大学大学院 (〒565 吹田市山田丘2-1)。

^{*2} 正員、大阪大学工学部。

^{*3} 学生員、大阪大学大学院。

た。接合端において自由側面が滑らかに接合されているように接合角度の和は $\theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$ とした。

図1(b)は、同じく自由側面形状を平滑材のものにしたままで、界面形状を変化させるものであり、界面中央が平坦でこれを界面端付近の部分円弧と接続したものである。

図1(c)は、界面と自由縁が交わる点において自由縁の接線と界面のなす角 θ_1 が与えられたときに、接合界面形状は直線に保ったままで、自由側面形状を変化させるものである。自由側面は、 $0 \leq y \leq 3W$ および $3W \leq y \leq 6W$ の部分のそれぞれに対し同じ A_2 値を用いて

$$A_2(x/W)^2 + (y/W)^2 + B_2(x/W) + C_2(y/W) + D_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

の式で表されるだ円弧とし、 $y=0$ および $6W$ の点で x 軸に垂直になるように設定した。

図1(a)および図1(c)の解析対象に対して、接合角度 θ_1 を自由縁応力特異性が消失する範囲に設定し、その条件のもとで式(1)または式(2)の係数 $A_j (j=1, 2)$ を変化させた。このとき、 A_j が与えられると他の係数 B_j, C_j, D_j は自動的に決定され、界面形状または自由側面形状が決定されることになる。また、図1(b)の解析対象に対しては、接合角度 θ_1 を自由縁応力特異性が消失する範囲内に設定し、その条件のもとで界面中央点の y 座標を板半幅 W で無次元化した値 $H=y/W$ を変化させて界面形状を変化させた。

解析には二次元弾性境界要素法⁽¹³⁾を用い、要素にはすべて二次のアイソパラメトリック要素を用いた。また、接合材の解析を行うため、領域結合法を適用した。材料定数としては、ヤング率の比を $E_1/E_2=10$ 、ポアソン比は $\nu_1=\nu_2=0.3$ とした。下端で y 軸方向変位を拘束し、上端に y 軸方向の一様引張応力を負荷した

場合について解析を行った。応力状態としては、すべて平面応力状態を仮定した。これらの材料定数および応力状態に対して、応力特異性が消失する θ_1 の範囲は $51.2^\circ < \theta_1 < 61.3^\circ$ および $118.7^\circ < \theta_1$ である。

3. 解析結果

3・1 界面形状をだ円状に変化させた場合 図1(a)の解析対象について接合界面形状を変化させた場合について解析を行った。

まず、係数 A_1 を変化させた場合に接合界面形状がどのように変化するかを、 $\theta_1=125^\circ$ の場合について図2に示す。図から、 A_1 が大きくなるにつれて、接合界面の中央部のふくらみが小さくなっていることがわかる。 A_1 を変化させたときの界面端の曲率半径 ρ_1 および界面中央部の曲率半径 ρ_2 の変化を図3に示す。縦軸には曲率半径を板半幅 W で無次元化した値を用いている。図から、 A_1 が大きくなるにつれて ρ_1 は小さくなっていき、逆に ρ_2 は大きくなっていることがわかる。つまり、 A_1 が大きくなるにつれて、界面端付近の形状の変化の度合は大きくなり、界面中央部では形状変化の度合は小さくなっている。

$\theta_1=120^\circ$ の場合について、いくつかの A_1 に対して、界面上での垂直応力 σ_n 、せん断応力 τ_n を求めた結果を、それぞれ図4(a)および(b)に、また、 $\theta_1=125^\circ$ の場合についての結果を図5(a)および(b)に示す。図において、横軸には x 座標を板半幅 W で無次元化した値、縦軸には引張負荷応力 σ_0 によって無次元化した応力の値を用いている。さらに、 $\theta_1=125^\circ$ の場合の σ_n および τ_n を、界面端からの水平距離 r を板半幅 W により無次元化した値に対して両対数線図上で整理したものを、それぞれ図6(a)および(b)に示す。

図4(a)、図5(a)、あるいは図6(a)から、 σ_n に

図1 解析対象

ついては、界面端の応力特異性は消失しているが、界面中央部および界面端から少し内部に入ったところで局所的最大値が生じる傾向がある。また、係数 A_1 の値が大きくなるにつれて、 σ_n は界面の中央部で徐々に小さくなっており、逆に界面端付近において急激に増加していることがわかる。

図 4 (b)、図 5 (b)、あるいは図 6 (b) のように、 τ_n は対称性から界面中央部 $x=0$ で零となり、界面端の応力特異性は消失している。また、 τ_n の分布形は A_1 の値を変化させても全体的にあまり変わらない。しかし、 A_1 が大きくなると界面端付近における応力の集中が強くなっていることがわかる。

各 A_1 の値に対して、 σ_n 、 τ_n の絶対値の最大値 σ_{nmax} 、 τ_{nmax} を求める計算を、 θ_1 を 120° 、 125° 、 130° の三とおりに変えて行った。上記のように、最大応力は界面中央部または界面端の近傍で生じる。界面中央部の応力は形状を表す係数 A_1 に鈍感であるが、界面端近傍の応力は A_1 に大きく依存している。したがって、最大応力は界面端近傍の応力に大きな影響を及ぼす界面端の曲率半径 ρ_1 で近似的に与えられるものと考えられる。そこで、図 7 (a) および (b) に σ_{nmax} および τ_{nmax} を

ρ_1/W の関数として表す。図 7 (a) から、各 θ_1 の値に対して、最小の σ_{nmax} を与える ρ_1 の値が存在している。また、 σ_{nmax} の最小値は θ_1 が大きくなるほど小さくなっている。

σ_{nmax} の最小値を与える A_1 および ρ_1 の値を A_{10} および ρ_{10} とすると、図 4、図 5 および図 7 の結果から、 σ_{nmax} は $A_1 < A_{10}$ 、すなわち $\rho_1 > \rho_{10}$ のときには界面中央部に生じ、 $A_1 > A_{10}$ 、すなわち $\rho_1 < \rho_{10}$ のときには界面端付近に生じている。このことより、界面中央部に生じる垂直応力と界面端近傍に生じる垂直応力とのかねあいで最大垂直応力を最小にする界面形状が存在する。界面破壊が垂直応力によって生じる場合にはこのような界面形状が適しているものと考えられる。

曲率半径 ρ_{10} と接合角度 θ_1 の関係を調べた結果を図 8 に示す。図から、 θ_1 が大きくなると ρ_{10} の値は小さくなっており、中央部のふくらみが小さい形状が適していることになる。

これに対し、図 7 (b) から τ_{nmax} はいずれの θ_1 の値のもとでも ρ_1 に対して単調減少している。このことか

図 2 界面形状の変化

 図 3 係数 A_1 と曲率半径の対比 ($\theta_1 = 125^\circ$ の場合)

 (a) 垂直応力 σ_n の分布

 (b) せん断応力 τ_n の分布

 図 4 界面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力分布 ($\theta_1 = 120^\circ$, 普通尺)

ら、せん断応力により界面破壊が生じる場合には、中高で界面端の曲率半径が大きい形状が適しているものと考えられる。

3・2 界面形状を直線と円弧の接続により与えた場合 図1(b)に示すような、界面中央部が平坦で、

これを界面端付近の部分円弧と接続したものを採用した場合について解析を行った。接合角度 θ_1 を 125° とした場合について、界面上の垂直応力 σ_n およびせん断応力 τ_n を求めた結果をそれぞれ図9(a)および(b)に示す。横軸には x 座標を板半幅 W で無次元化

(a) 垂直応力 σ_n の分布

(b) せん断応力 τ_n の分布

図5 界面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力分布 ($\theta_1 = 125^\circ$, 普通尺)

(a) 垂直応力 σ_n の分布

(b) せん断応力 τ_n の分布

図6 界面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力分布 ($\theta_1 = 125^\circ$, 対数尺)

(a) 垂直応力 σ_n の最大値

(b) せん断応力 τ_n (絶対値) の最大値

図7 界面形状をだ円状に変化させた場合の界面上での最大応力

した値、縦軸には応力を負荷応力 σ_0 により無次元化した値を用いている。図 9 (a) より、垂直応力 σ_n については、 H が小さくなる、すなわち界面端付近の部分円弧の半径が小さくなるにつれて、界面端付近の応力が急激に増加していることがわかる。また、図 9 (b) からせん断応力 τ_n については、 H の値にかかわらず

図 8 界面上での最大垂直応力 σ_{nmax} を最小にする曲率半径 ρ_{10}

(a) 垂直応力分布

(b) せん断応力分布

図 9 界面を直線と円弧で構成した場合の界面上の応力分布 ($\theta_1=125^\circ$, 普通尺)

分布形はあまり変わらないが、対称性から界面の中央で $\tau_n=0$ となっており、 H が小さくなると界面端付近におけるせん断応力の集中が大きくなることがわかる。

3.3 自由側面形状を変化させた場合 図 1 (c) の解析対象で自由側面形状を変化させた場合について応力解析を行った。

まず、式(2)の係数 A_2 を変化させた場合に、自由側面形状がどのように変化するかを、 $\theta_1=125^\circ$ の場合について図 10 に示す。図から、 A_2 が大きくなるにつれて自由側面の段差が小さくなっていることがわかる。係数 A_2 を変化させたときの、接合端における自由側面の曲率半径 ρ_3 および自由側面上下端での曲率半径 ρ_4 を図 11 に示す。図において、縦軸には曲率半径を界面の半幅 W で無次元化した値を用いている。図から、 A_2 が大きくなると ρ_3 は小さくなっていくが、 ρ_4 は大きくなっている。すなわち、 A_2 が大きくなるにつれて、接合端における自由側面形状の形状変化の度合いは小さくなっていき、自由側面上下端での形状変化の度合いは小さくなっていることがわかる。

$\theta_1=120^\circ$ の場合について、いくつかの係数 A_2 に対

図 10 自由側面形状の変化

図 11 係数 A_2 と曲率半径の対比 ($\theta_1=125^\circ$ の場合)

して接合界面上の垂直応力 σ_n , せん断応力 τ_n の分布を求めた結果を, それぞれ図 12(a) および (b) に示す。また, 同様に $\theta_1=125^\circ$ の場合についての σ_n および τ_n をそれぞれ図 13(a), および (b) に示す。ただし, 図では, 横軸に x 座標を界面の半幅 W で無次元化した値を, 縦軸には垂直応力 σ_n あるいはせん断応力 τ_n を接合界面上の垂直応力の平均値 σ_m によって無次元化した値を用いている。参考のため, 界面端からの距離 r を板半幅 W で無次元化した値に対して, 両対数線図上に応力分布を整理した結果を, $\theta_1=125^\circ$ の場合について図 14(a) および (b) に示す。

図 12(a), 図 13(a), および図 14(a) から, 垂直応力 σ_n については, 界面端で応力特異性が消失しており, 界面中央部および界面端から少し内部に入ったところに局所的な最大値が生じる傾向がある。係数 A_2 が大きくなるにつれて σ_n は界面の中央部で徐々に小さくなり, 界面端付近において急激に増加していることがわかる。

図 12(b), 図 13(b), および図 14(b) から, せん断

応力 τ_n は対称性から界面の中央 $x=0$ で零となり, 界面端の応力特異性は消失している。また, 係数 A_2 を変化させても τ_n の分布形はあまり変わらない。しかし, A_2 が大きくなるにつれて界面端付近に応力の集中が生じていることがわかる。

各 A_2 の値に対して σ_n/σ_m , τ_n/σ_m の絶対値の最大値 $(\sigma_n/\sigma_m)_{\max}$, $(\tau_n/\sigma_m)_{\max}$ を求める計算を, 接合角度 θ_1 を $120^\circ, 125^\circ, 130^\circ$ に設定して行った。この場合にも最大応力には, 界面と自由縁の交点における自由縁の曲率半径 ρ_3 が大きな影響を及ぼしているものと考えられる。そこで, 図 15(a) および (b) に, $(\sigma_n/\sigma_m)_{\max}$, および $(\tau_n/\sigma_m)_{\max}$ を ρ_3/W の関数として示す。図 15(a) から, 各 θ_1 に対して $(\sigma_n/\sigma_m)_{\max}$ の最小値を与える ρ_3 の値が存在している。図 12, 図 13 および図 15 の結果から, $(\sigma_n/\sigma_m)_{\max}$ が最小値をとる A_2 および ρ_3 の値を A_{20} および ρ_{30} とすると, $A_2 < A_{20}$ すなわち $\rho_3 > \rho_{30}$ の範囲では $(\sigma_n/\sigma_m)_{\max}$ は界面の中央部で生じ, $A_2 > A_{20}$ すなわち $\rho_3 < \rho_{30}$ の範囲では $(\sigma_n/\sigma_m)_{\max}$ は界面端付近に生じていることがわかる。このことから, 接合界面

(a) 垂直応力 σ_n の分布

(b) せん断応力 τ_n の分布

図 12 自由側面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力分布 ($\theta_1=120^\circ$, 普通尺)

(a) 垂直応力 σ_n の分布

(b) せん断応力 τ_n の分布

図 13 自由側面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力分布 ($\theta_1=125^\circ$, 普通尺)

形状を変化させた場合と同じように、自由側面形状を変化させた場合にも、界面中央に生じる垂直応力と界面端近傍に生じる垂直応力のかねあひによって最大垂直応力を最小にするような自由側面形状が存在する。界面破壊が垂直応力によって生じるような場合には、このような自由側面形状が適しているものと考えられる。

曲率半径 ρ_{30}/W と接合角度 θ_1 の関係を調べた結果を図 16 に示す。 θ_1 が大きくなるにつれて、 ρ_{30}/W は小さくなっている。

図 15(b) より、 $(\tau_n/\sigma_m)_{\max}$ は ρ_3 に対して単調減少している。このことから、せん断応力により界面破壊が生じるような場合には、接合端での曲率半径が大きい自由側面形状が適しているものと考えられる。

4. 結 言

滑らかな自由側面形状を持つ異種接合材料において、自由縁応力特異性が消失するような接合角度の組合せを採用した場合に対して、接合界面上に生じる垂

直応力、およびせん断応力の接合形状依存性について検討を行った。その結果、同じ接合角度の組合せを採用した場合でも、接合界面形状を変化させる、あるいは自由側面形状を変化させることによって接合界面上に生じる最大応力を小さくすることができることがわかった。すなわち、接合界面上の垂直応力は界面端近

(a) 垂直応力 σ_n の最大値

(b) せん断応力 τ_n (絶対値) の最大値

図 15 自由側面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力の最大値

(a) 垂直応力 σ_n の分布

(b) せん断応力 τ_n の分布

図 14 自由側面形状をだ円状に変化させた場合の界面上の応力分布 ($\theta_1=125^\circ$, 対数尺)

図 16 界面上での最大垂直応力 $\sigma_{n\max}$ を最小にする曲率半径 ρ_{30}

傍および界面中央部で高くなる傾向があり、これらがともに低く抑えられるような適当な界面形状あるいは自由側面形状が存在する。また、せん断応力は界面端近傍で高い値をとり、界面端近傍における接合界面の曲率半径あるいは自由側面の曲率半径が大きいくほど最大せん断応力は小さくなる。これらの知見は異種接合材料の形状設計に用いることができるものと考えられる。

文 献

- (1) Bogy, D. B., *J. Appl. Mech.*, **35**-3(1968), 460.
- (2) Bogy, D. B., *J. Appl. Mech.*, **38**-2(1971), 377.
- (3) Hein, V. L. and Erdogan, F., *Int. J. Fract. Mech.*, **17**-3(1971), 317.
- (4) Bogy, D. B., *J. Appl. Mech.*, **42**-1(1975), 93.
- (5) 矢田・古口・本沢・賀屋・宮川, 機論, **54**-508, A(1988), 2128.
- (6) 久保・大路, 機講論, No. 904-3(1990-11), 40.
- (7) 久保・大路, 機論, **57**-535, A(1991), 632.
- (8) 菊地・日野・古口・矢田・小林, 機講論, No. 910-71(1991-11), 243.
- (9) 大路・久保・中井・井岡, 材料, **41**-468(1992), 1389.
- (10) 古口・菊地・日野・矢田, 機論, **59**-558, A(1993), 448.
- (11) 結城, 界面の力学, (1993), 11, 培風館.
- (12) 古口・日野・菊地・矢田, 機論, **59**-560, A(1993), 1114.
- (13) 結城・木須, 境界要素法による弾性解析, (1987), 51, 培風館.