コースティック法による破壊靱性計測の精度に及ぼす塑性変形の影響*

青 木 繁^{*1}, 伊 東 恵 一 郎^{*2}Effect of Plastic Deformation on Measuring Accuracy
of Fracture Toughness by Caustic Method

Shigeru AOKI and Keiichirou ITOU

In order to investigate the effect of plastic deformation near a crack tip on the accuracy of the measurement of static and dynamic fracture toughnesses by the caustic method, a two-dimensional finite-element simulation of fracture toughness tests is performed. A crack subject to a static or dynamic uniform pressure on its surfaces is considered, and caustics in reflection are generated by assuming the plane stress condition. Crack propagation is simulated by the node release technique. The numerical errors due to the node release technique are eliminated by truncating high-frequency components in the solution of displacements. It is found that the plastic deformation near a crack tip under static loading has a greater effect on the "measured" stress intensity factor than that under impact loading. For impact loading, the smallness of the stress-intensity-factor-controlled field is found to be more important than the effect of plastic deformation.

Key Words: Stress Intensity Factor, Caustic Method, Plastic Deformation, Static Fracture Toughness, Dynamic Fracture Toughness, Finite-Element Method, Node Release Technique

1. 緒 言

コースティック法は非接触で簡便に応力拡大係数の値を求めることができるので、材料の破壊靱性の測定に広く用いられている。特に、コースティック法と高速カメラ撮影法を組み合わせた手法⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾は、衝撃破壊靱性 K_{Ia} および高速き裂進展靱性 K_{ID} の測定法の最も有力な方法の一つと考えられている。

この方法はき裂先端近傍における変位場が応力拡大係数に支配されることを前提にしており、通常の試験条件下では高い測定精度を持っている。ところが、き裂進展速度 v や動的応力拡大係数 $K_I(t)$ (または $K_I(t, v)$) の時間的変化が極めて大きい場合には、 $K_I(t)$ (または $K_I(t, v)$) 支配場が未発達のために計測が行われるために、従来のコースティック像の解析法は若干の誤差を含むことが最近の研究により明らかにされてきた⁽³⁾⁻⁽⁸⁾。

このような研究によりこの方法の適用限界を明確にし、さらにその限界を越えるための改良の指針を探索することは、破壊力学、特に動的破壊力学の発展にとって重要と考えられる。

以上の観点からコースティック法について調べてみると、実際にはき裂先端近傍に若干の塑性変形を伴う場合が多いにも拘わらず、この塑性変形がコースティック法による静的破壊靱性 K_{Ic} 、衝撃破壊靱性 K_{Ia} および高速き裂進展靱性 K_{ID} の測定精度に与える影響は明らかにされていないようである。そこで本研究では、静的および動的弾塑性有限要素法によりコースティック法のシミュレーションを行って、この影響を明らかにすることを目的とする。

2. 有限要素モデル

長さ 61mm の中央き裂を持つ縦 64mm 横 128mm 厚さ 5mm の弾塑性長方形板を考え、き裂面に静的または動的一様分布荷重を作用させる。平面応力状態を仮定し、対称性から板の 1/4 を図 1 に示すようにメッシュ分割し、4 節点アイソパラメトリック要素を用いた。き裂先端近傍の領域には $0.3\text{mm} \times 0.3\text{mm}$ の要素を縦方向に 20 個、横方向に 40 個配置し、コースティック像の初期曲線(後述)がこの領域内に形成されるようにした。また、鋼を想定し、べき乗硬化則を仮定し、表 1 の材料定数を用いた。応力-ひずみ関係に与えるひずみ速度の影響は無視した。

動的問題においては、時刻 $t = 0$ からき裂面にランブ状の一様分布荷重 $\sigma(t) = 69.9 \times 10^6 \times t(\sigma(t) : \text{MPa}, t : \text{s})$ を作用させ、 $t = 7\mu\text{s}$ に達した瞬間に(すなわち、動的

* 平成 5 年 10 月 4 日 第 71 期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成 6 年 3 月 8 日。

*1 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

*2 学生員、東京工業大学工学部。

応力拡大係数 $K_I(t)$ が $K_{Id} = 68.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ に達した瞬間に) き裂をき裂進展速度 $v = 0.1c_l$ で進展させる。ここで, c_l は平面応力状態における縦弾性波の伝播速度であり, 本解析条件では 5401 m/s である。板の境界の影響を除き問題を簡単にするために, 荷重 $\sigma(t)$ による弾性波が板の境界で反射し, 再びき裂先端近傍に戻ってくるまでの時間内 $t < 11.29 \mu\text{s}$ で解析を行った。

き裂の進展は, き裂先端の節点力を徐々に開放する節点力解放法⁽⁹⁾により行なった。き裂の進展によって新しく生じたき裂面にも $\sigma(t)$ を作用させた。すなわち, 解放する節点 A の時刻 t における節点力 $F(t)$ を次式に従って与えた。

$$F(t) = F_0 \left(1 - \frac{b(t)}{l}\right) - \frac{1}{2} \sigma(t) b(t) \quad (1)$$

ここで, l は隣接する二つの節点 A と B の間の距離, $b(t)$ は節点 A とき裂先端との距離, F_0 は $b(t) = 0$ の時の $F(t)$ の値である。

計算は有限要素法ソフト ABAQUS を用いて行い, き裂進展前までの時刻の情報をリスタートファイルにセーブしておき, 上式で表される境界条件の変化をインプットファイルに入力した後, プログラムをリスタートしてき裂の進展を模擬した。1 ステップの時間幅 Δt はき裂進展開始前では $\Delta t = 0.02 \mu\text{s}$ とし, 進展開始後では $\Delta t = 0.01111 \mu\text{s}$ とした。従って, き裂進展速度を $0.1c_l$ としているので, き裂を 1 メッシュ (0.3 mm) 分進展させるのに, 50 ステップの計算を要した。

表 1 材料定数

Young's Modulus	: E	210 GPa
Poisson's Ratio	: ν	0.29
Density	: ρ	7860 kg/m ³
Yield Stress	: σ_0	650 MPa
Hardening Exponent	: n	9

図 1 有限要素分割

3. コースティック法のシミュレーション

試験片表面および仮想スクリーン上の直角座標系をそれぞれ $o-x_i$ および $O-X_i$ ($i = 1, 2$, $i = 1$ はき裂の延長方向) とし, 試験片に垂直に入射し試験片上の点 $p = (p_1, p_2)$ で反射した光線が仮想スクリーン上の点 $P = (P_1, P_2)$ に像を結ぶとすると, 反射の法則より

$$P_i = p_i - 2Z_0 \frac{\partial w}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

の関係が成立する。ここで, Z_0 は試験片表面から仮想スクリーンまでの距離 (本解析では $Z_0 = 1.0 \text{ m}$ とした) であり, w は点 p における試験片厚さ方向の変位である。応力集中のために生じたき裂先端近傍のくぼみが微小な凹面鏡のように光を反射するので, 反射光は仮想スクリーン上に光の集中するコースティック像を形成する。

このコースティック像を形成する光線が試験片上で反射した点を連ねた曲線は初期曲線と呼ばれる。初期曲線の半径 r_c が板厚の $1/2$ 以下になると, w に対する三次元効果が無視できなくなるので, き裂進展時付近では $r_c > 2.5 \text{ mm}$ (約 8 要素分) となるように諸条件を設定した。

静止き裂に対してき裂先端近傍の w を動的応力拡大係数 $K_I(t)$ で表し, 式 (2) を用いればコースティック像の直径 $D(t)$ (き裂面と直角方向の直径) と $K_I(t)$ の関係として次式が得られる⁽³⁾。同様にして静的応力拡大係数 K_I とコースティック像の直径 D の関係も次式と同様な式で与えられる。

$$K_I(t) = \frac{1}{10.70813 Z_0 \nu B} E D(t)^{5/2} \quad (3)$$

ここで, B は板厚である。

いっぽう, 速度 v で進展しているき裂の動的応力拡大係数 $K_I(t, v)$ は, 同様にして, 次式で表される⁽³⁾。

$$K_I(t, v) = \frac{2\sqrt{2\pi} E}{Z_0 \nu B} D(t)^{5/2} f(v) G(\alpha_l) \quad (4)$$

$$G(\alpha_l) = 0.006763 + 0.014438 \alpha_l - 0.002572 \alpha_l^2 \quad (5)$$

$$f(v) = \frac{4\alpha_l \alpha_s - (1 + \alpha_s^2)^2}{(1 + \alpha_s^2)(\alpha_l^2 - \alpha_s^2)} \quad (6)$$

$$\alpha_l = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_l}\right)^2} \quad \alpha_s = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_s}\right)^2} \quad (7)$$

ここで, c_l および c_s はそれぞれ平面応力状態における弾性波の縦波および横波の速度を示す。

シミュレーションにおいては, 平面応力を仮定した有限要素解析によって得られる w から, $\partial w / \partial x_i$ を求め, 縦 3 要素 $\times$ 横 3 要素毎に 2 次元のラグランジュ補間を施してき裂先端付近の多くの点に対応する仮想スクリー

ン上の像を式(2)より求めて、コースティック像を得た。その直径 $D(t)$ を式(3)あるいは式(4)に代入して応力拡大係数を求めた。

なお以下では、初期き裂の先端を原点とし、慣例に従って $x_1 = x$, $x_2 = y$ として結果を表示する。

4. 数値誤差の除去

静止き裂に対しては前節の方法により実験結果とよく似た形状のコースティック像が得られた。しかし、高速き裂に対しては前述のように節点力解放法によりき裂進展を模擬したところ、図2に示すようにコースティック像に乱れが生じ、き裂進展後の応力拡大係数を求めることが不可能であった。なお、図2はき裂が4要素分進展した $t = 9.222\mu\text{s}$ における結果である。

これは w の有限要素解に数値誤差による異常な(時間に対する)振動が重畳しているためと考えられる。そこで、図1よりも4/3倍だけ粗いメッシュを用いて同様のシミュレーションを行い、き裂先端近傍の数点におけるき裂進展後の変位の解を周波数分析して、図1による本解析のフーリエスペクトル C_n と比較した。図3(a)および(b)は結果の1例であり、初期き裂先端の斜め前方の点($x \approx 1.1\text{mm}$, $y \approx 1.4\text{mm}$)における結果である。

この図から、メッシュの精粗によって 1.8MHz 以上の卓越周波数が異なることがわかる。他の点に対する結果も同様であった。このことは 1.8MHz 以上の高周波成分には有限要素法による数値誤差が含まれていることを示している。そこで、本解析結果から 1.8MHz 以上の高周波成分を除去した。こうして得られた、図2に対応するコースティック像を図4に示す。実験で観察されるコースティック像とよく似た結果が得られることがわかる。本解析ではき裂進展後の変位に対してこの処理を行って結果を整理した。

(a) 図1のメッシュを用いた場合

(b) 図1より4/3倍だけ粗いメッシュを用いた場合

図3 $x \approx 1.1\text{mm}$, $y \approx 1.4\text{mm}$ の点における変位 w のフーリエスペクトル

図2 数値誤差により乱されたコースティック像
($t = 9.222\mu\text{s}$)

図4 数値誤差を取り除いて得られたコースティック像
($t = 9.222\mu\text{s}$)

5. 解析結果および考察

5.1 静的な場合

図5に静的解析の結果を示す。弾性体における応力拡大係数の理論解⁽¹⁰⁾ $K_{theoretical}$ とコースティック法のシミュレーションにより求めた応力拡大係数 $K_{caustic}$ の値の比を○印で表し、コースティック像の初期曲線の半径 r_c とき裂先端近傍に形成された塑性域の半径 r_p の比を□印で示す。荷重が小さく材料が弾性の状態では、コースティック法による解析結果 $K_{caustic}$ が理論解 $K_{theoretical}$ とよく一致しているが、荷重の増加に伴う塑性域の増大により $K_{caustic}$ は $K_{theoretical}$ をかなり過小に評価することが分かる。

塑性変形が生ずると、弾性変形の場合より変形が増大するので、 $K_{caustic}$ が $K_{theoretical}$ より大きな値を示すのではないと思われるが、上の結果は逆の傾向を示している。そこで、き裂面の分布荷重 σ が 120MPa の場合の、弾性体と弾塑性体のき裂面に垂直な線上($x = 0.15\text{mm}$, $-6\text{mm} < y < 6\text{mm}$)における板厚方向の変位 w を比較したところ、図6に示す結果を得た。参考のために、同図中に r_c および r_p の大きさも示している。なお、き裂面に垂直方向の w を比較したのは、平行方向より垂直方向の w の方が式(3)の D に与える影響が大きいからである。

この図から、き裂先端の極く近くでは確かに弾塑性体の $|w|$ の方が弾性体の $|w|$ よりも大きい。初期曲線の位置ではその大小関係が逆転しており、図5の $K_{caustic}$ と $K_{theoretical}$ の大小関係と対応していることがわかる。また、 r_p の大きさは十分小規模降伏状態と考えられるほど小さい(図6)のにも拘らず、 $K_{caustic}$ と $K_{theoretical}$ の差異はかなり大きい(図5)ことがわかる。

図5 コースティック法による静的応力拡大係数の測定値に与える塑性変形の影響

図7(a)および(b)に σ が 130MPa の場合の、弾性体と弾塑性体のコースティック像をそれぞれ示す。弾塑性体ではこの時の r_p/r_c は約0.6(図5参照)である。これらの図より、塑性変形によりコースティック像が横にやや押しつぶされた形になることがわかる。このことは、実験においてコースティック像の縦方向と横方向の直径の比から塑性変形の程度、従って図5より $K_{caustic}$ と $K_{theoretical}$ の比を推定できることを示唆している。

図6 き裂面に垂直方向の線上($x = 0.15\text{mm}$, $-6\text{mm} < y < 6\text{mm}$)における板厚方向の変位 w (静的の場合, $\sigma = 120\text{MPa}$)

図7 コースティック像(静的な場合, $\sigma = 130\text{MPa}$)

5.2 動的な場合

無限弾性体中の静止半無限き裂に対しては Ma よりコースティック法によって得られる動的応力拡大係数の厳密解⁽¹¹⁾が得られているので、動的解析の精度を調べるために、弾性体中の静止き裂に対する本シミュレーションの結果と厳密解の比較を行った。図8はその結果である。本シミュレーションの結果(○印)は厳密解(破線)とよく一致しており、計算精度が高いことを示している。なお、前述したように、有限要素解はこの時間範囲内では無限体中の半無限き裂に対する解と見なせる。

図8中の実線は無限体中の半無限き裂に対する動的応力拡大係数 $K_I(t)$ の理論解⁽¹²⁾である。破線が実線と一致していないのは、 $K_I(t)$ 支配場が初期曲線の位置まで十分発達していないことを意味している。

図9に弾性体と弾塑性体の動的解析の結果を示す。実線が動的応力拡大係数の理論解⁽¹²⁾、○印が弾性体の解析結果、●印が弾塑性体の解析結果である。また、静的解析と同様に r_p と r_c の比を□印で示した。図10は r_p/r_c を横軸に取って、静的な場合と動的な場合の、弾性体の解析結果 $K_{elastic}$ に対する弾塑性体の解析結果 $K_{caustic}$ の比を比較している。これらの図より、静的な場合と異なり、塑性変形はコースティック法によって得られる動的応力拡大係数に大きな影響を与えないことがわかる。コースティック像の形も若干の塑性変形によってはあまり変化しないという結果が得られた。

図11は、静的な場合の図6と比較するために、 $t = 6\mu s$ における、弾性体と弾塑性体のき裂面に垂直な線

図8 本シミュレーションの精度(弾性体中の静止き裂に対する動的応力拡大係数:○印=本シミュレーションの結果、破線=厳密解)

上 ($x = 0.15mm$, $-6mm < y < 6mm$) における板厚方向の変位 w を示す。また、 r_c および r_p の大きさも示している。動的な場合には、 r_p の大きさが静的な場合と同程度であっても、塑性変形は w に静的な場合ほど大きな影響を与えていないことがわかる。この結果は図10の結果と符合している。応力-ひずみ関係に与えるひずみ速度の影響は無視しているため、図11および10の結果は慣性力に起因していることは明らかであるが、その慣性力の作用を詳細に理解するためには更に研究する必要がある。

図9 コースティックによる動的応力拡大係数の測定値に与える塑性変形の影響

図10 コースティック法による動的および静的応力拡大係数に与える塑性変形の影響

6. 結論

有限要素法によりコースティック法による破壊靱性試験の精度に及ぼす塑性変形の影響について調べた。その結果、静的破壊靱性 K_{Ic} の試験においては、(1) わずかな塑性変形でも測定精度に比較的大きな影響を持つこと、(2) もしその影響を無視すると K_{Ic} を(過大評価ではなく)過小評価してしまうこと、および(3) 塑性変形によりコースティック像が横方向に若干つぶれた形になること、が明らかとなった。また、(4) 衝撃破壊靱性 K_{Id} および高速き裂進展靱性 K_{ID} 試験においては、塑性変形は測定精度に比較的小さな影響しか持たないので、静的な場合ほど神経質になる必要がないことが明らかとなった。

図 11 き裂面に垂直方向の線上 ($x = 0.15\text{mm}$, $-6\text{mm} < y < 6\text{mm}$) における板厚方向の変位 w (動的な場合, $t = 6\mu\text{s}$)

文 献

- (1) Kalthoff, J.F., Workshop on Dynamic Fracture, (1985), 11, Cal.Inst.Tech.
- (2) 高橋, 新川, 機械学会論文集 (A 編), 53-485 (1987), 128.
- (3) Rosakis, A.J., Krishnaswamy, S. and Tippur, H., Optics and Las. Eng., 13 (1990), 183.
- (4) Krishnaswamy, S. and Rosakis, A.J., J. Appl. Mech., 58-1 (1991), 87.
- (5) Freund, L.B. and Rosakis, A.J., J. Mech. Phys. Solids, 40 (1992), 699.
- (6) 青木, 木村, 機械学会論文集 (A 編), 58-554 (1992), 1785.
- (7) 青木, 野々山, 天谷, 機械学会論文集 (A 編), 58-553 (1992), 1650.
- (8) 青木, 野々山, 天谷, 機械学会論文集 (A 編), 投稿中.
- (9) Kobayashi, A.S., Mall, S., Urabe, Y. and Emery, A.F., Numer. Meth. Fract. Mech., (1978), 673, Univ. College Swansea.
- (10) Murakami, Y., "Stress Intensity Factor" Vol.1 (1987), 67, Pergamon.
- (11) Ma, C.C., Optics and Lasers in Engineering, 13 (1990), 279.
- (12) Ma, C.C. and Freund, L.B., J. of Appl. Mech., 53 (1986), 303.