超音波による推定降伏曲面の実験的検討*

小林 道明^{*1}, 野呂田 博文^{*2}, 大森 誠一^{*3}
畑山 広治^{*4}, 牛尾 公宏^{*5}Experimental Verification of Yield Surfaces Estimated
by Ultrasonic Evaluation MethodMichiaki KOBAYASHI, Hirofumi NOROTA, Seiichi OOMORI,
Kouji HATAYAMA and Kimihiro USIO

Ultrasonic wave velocities in a plastically deformed medium are known to be dependent upon its microstructural material properties, e. g., crystalline structure, texture, distributions of residual stress and vacancy. Therefore, the authors proposed the theoretical modeling of an ultrasonic nondestructive method to evaluate plastically deformed states; we obtained good agreement between the numerical and experimental results on an aluminum alloy specimen subjected to uniaxial tension, and successively reported the influence of annealing effect upon the plastic anisotropy and the correlation between the Lankford's value and the shapes of yield surface of the aluminum alloy. The purpose of the present paper is to verify the subsequent yield surfaces estimated by the ultrasonic evaluation method, in which the internal variables of the anisotropic distortional yield model were determined to achieve a good fit for the experimental results of the longitudinal and transverse wave velocity changes under the plastic deformation, compared with the experimental yield surfaces of the aluminum alloy tested in combinations of tension or compression and torsion.

Key Words: Plasticity, Elastic Wave, Anisotropy, Yield Surface, Ultrasonic Method, Nondestructive Evaluation, Experimental Verification

1. 緒 言

近年、過酷な環境下で使用される機械構造物の安全性の確保あるいは余寿命の予測のために材料の機械的挙動を精度良く表現する構成方程式の確立が重要な課題となっており、多くの研究者が種々の異方性降伏条件式に基づいた構成方程式を提案している。そのそれぞれの異方性降伏条件式は材料の複雑な機械的挙動を表現し得るようにそれぞれの研究者が独自に提唱している多数の内部状態変数を含んでおり、その変数の決定には複雑な複合負荷状態での精密なひずみ計測を必要とするがそれ以外にも実験上の多くの困難さを伴うため構成方程式の合理性を検証する方法はいまだ十分に確立されたとは言えない状態にある。

著者らは材料中を伝ばする超音波の速度や減衰が結晶構造、集合組織、残留応力分布、空孔分布等の材料の微視的組織と深く関連していることにより、塑性変形の進展に伴う降伏曲面、集合組織の変化や局所すべ

り帯の発生を超音波を用いて非破壊的に評価する試みを理論的⁽¹⁾⁽²⁾ならびに実験的⁽³⁾に検討し、例えばアルミニウム合金の焼なまし処理による降伏曲面への影響⁽⁴⁾や塑性加工成形性の指標の一つであるランクフォード値(r 値)と降伏曲面との相関⁽⁵⁾について報告している。

本報においては、単軸引張負荷下の塑性変形における超音波伝ば速度変化を用いて異方性降伏条件式に含まれる内部状態変数を実験的に決定し、この内部状態変数から推定される後続降伏曲面を引張り・圧縮とねじりの複合負荷における降伏曲面の実験結果と比較検討することにより超音波による微視的組織評価の可能性を探るとともにその精度の検証を試みた。

2. 弾塑性有限変形状態における
音弾性理論の概要

本報においては理論の概要についてのみ記述する。なお、詳細については前報⁽¹⁾⁽²⁾⁽⁶⁾を参照されたい。

2・1 構成方程式 基準座標系をそれぞれ次のように定める。無応力無ひずみ状態を自然状態と呼び座標系 a_i で表し、変位 U_i の有限変形をして静的平衡にある状態を初期状態と称して座標系 X_i で表す。さらに、初期状態に微小な変位 u_i が重畳した状態を最終

* 原稿受付 平成4年4月21日。

^{*1} 正員、北見工業大学 (〒090 北見市公園町165)。^{*2} 准員、住友軽金属工業(株) (〒105 東京都港区新橋5-11-3)。^{*3} 北見工業大学。^{*4} 学生員、北見工業大学大学院。^{*5} ダイダシ(株) (〒550 大阪市西区江戸堀1-9-25)。

状態として座標系 x_i で示す。以上をまとめると次式となる。

$$X_i = a_i + U_i, \quad x_i = X_i + u_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

自然状態を基準座標として定義した Green-St. Venant の弾性ひずみテンソルを E_{ij}^e , Piola-Kirchhoff の応力テンソルを S_{ij} とすれば圧縮二次超弾性体を仮定して波動伝ばによる弾性ひずみテンソルの増分 $\dot{E}_{ij}^e$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ij}^e = & \frac{1}{2G_{IJ}} \dot{S}_{ij} - \frac{\lambda}{2G(3\lambda+2G)} \delta_{ij} \dot{S}_{kk} \\ & + 2\delta_{ij} \kappa_1 S_{mm} \dot{S}_{kk} + \kappa_2 (S_{kk} \dot{S}_{ij} + S_{ij} \dot{S}_{kk} \\ & + \delta_{ij} S_{rs} \dot{S}_{rs}) + \kappa_3 (S_{ik} \dot{S}_{jk} + S_{jk} \dot{S}_{ik}) \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここで δ_{ij} は Kronecker のデルタ, $\kappa_1 \sim \kappa_3$ は三次弾性定数 G, λ は Lamé の定数である。 G_{IJ} については前報を参照されたい。なお、本文中指標は総和規約を用いるが大文字の指標に関しては小文字の指標とともに変化する指標として総和は取らないものとする。また、

式(2)において $\dot{S}_{ij}$ は波動伝ばによる応力テンソル S_{ij} の増分である。初期状態を基準として定義する Euler-Cauchy の応力テンソルを σ_{ij} とおけば S_{ij} と次式の関係にある。

$$S = \phi^*(\sigma), \quad S_{ij} = \frac{\rho_0}{\rho} \cdot \frac{\partial a_i}{\partial X_r} \cdot \frac{\partial a_j}{\partial X_s} \sigma_{rs} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで ϕ^* は Pull-Back で ρ_0 および ρ はそれぞれ自然状態および初期状態における密度である。波動伝ばにより生ずる変位速度テンソルの弾性成分 d_{ij}^e は Green-St. Venant の弾性ひずみ E_{ij}^e から次式のように得られる。

$$d^e = L_v \phi_*(E^e), \quad d_{ij}^e = \dot{E}_{rs}^e \frac{\partial a_r}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial a_s}{\partial X_j} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 L_v は Lie Derivative で ϕ_* は Push-Forward である。式(2), (3)を式(4)に代入し、微小項を無視することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} d_{ij}^e = & \left(\frac{1}{2G_{IJ}} + \frac{1}{2G} \varepsilon_{kk} + \kappa_2 \sigma_{kk} \right) \sigma'_{ij} + \left(\kappa_3 \sigma_{ir} - \frac{1}{G} \varepsilon_{ir} \right) \sigma'_{jr} + \left(\kappa_3 \sigma_{jr} - \frac{1}{G} \varepsilon_{jr} \right) \sigma'_{ir} + \left\{ \left(\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) \sigma_{ij} \right. \\ & - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{G} + \frac{2}{G} \right) \varepsilon_{ij} \left. \right\} \sigma'_{kk} + \frac{1}{2G} \sigma_{ij} d_{kk} - \frac{1}{2G} \left(\sigma_{jr} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} + \sigma_{ir} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \right) + \frac{1}{3} \delta_{ij} \left[\left\{ \frac{1}{2G_{IJ}} - \frac{3\lambda}{2G(3\lambda+2G)} \right. \right. \\ & + (6\kappa_1 + 2\kappa_2) \sigma_{mm} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{G} + \frac{1}{G} \right) \varepsilon_{mm} \left. \right\} \sigma'_{kk} - \left(\frac{1}{2G} - \frac{1}{G} \right) \sigma_{mm} d_{kk} + \left\{ 3\kappa_2 \sigma_{rs} + \left(\frac{1}{G} + \frac{2}{G} \right) \varepsilon_{rs} \right\} \sigma'_{rs} \\ & + \left. \left(\frac{1}{G} - \frac{2}{G} \right) \sigma_{rs} \frac{\partial v_r}{\partial x_s} \right], \quad \frac{1}{G} = \frac{1}{6} \sum_N \frac{1}{G_{NN}} - \frac{3\lambda}{2G(3\lambda+2G)} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 ε_{ij} は初期状態で定義した Almansi (Eulerian) のひずみ成分, v_i は波動伝ばの際の粒子速度で、 σ'_{ij} は Euler-Cauchy 応力 σ_{ij} の Jaumann 速度である。なお σ'_{ij} は σ_{ij} の偏差成分である。

前報⁽²⁾⁽³⁾ より変形速度テンソルの塑性成分 d_{ij}^p は次式となる。

$$d_{ij}^p = \delta \cdot \sigma'_{ij} d\bar{\lambda} + d_{ij}^e, \quad d_{ij}^e = \lambda_{ij}^e \sigma'_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \lambda_{kk}^e \sigma'_{kk}, \quad d\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{rs} \sigma'_{rs}, \quad \bar{\lambda}_{rs} = \frac{3\sigma'_{rs}}{2H' \sigma'_{kl} \sigma'_{kl}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

なお、 λ_{ij}^e は次式で表される。

$$\lambda_{ij}^e = - \frac{K_{ijklmn}}{(H')^2} \cdot \frac{dC_v}{d\varepsilon^p} \cdot \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial \sigma'_{kl}}{\partial \varepsilon_{mn}^p} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(6)において δ は

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{弾性負荷あるいは除荷} \\ 1 & \text{塑性負荷} \end{cases}$$

を意味する。また、 $\bar{\sigma}'_{ij}$ は降伏曲面に垂直な偏差応力成分で次式で定義されるものである。

$$\bar{\sigma}'_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{\sigma}_{kk}, \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{2}{3} \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma'_{ij}}, \quad \sigma'_{ij} = \sigma'_{ij} - m_B \varepsilon_{ij}^p \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 m_B は Bauschinger modulus で $m_B \neq 0$ は移動硬化の場合に相当する。

λ_{ij}^e の具体的な形は相当応力 $\bar{\sigma}$ を定義することにより得ることができ、本研究の一連の流れにおいては Shrivastava らの提案による異方性降伏条件式を Yoshimura の定義による係数 C_{ijkl} および強い初期異方性を表現する係数 α_{ij} を用いて拡張した形により相当応力 $\bar{\sigma}$ を次式のように定義している。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3} \bar{\sigma}^2 \right)^{3/2} = & \left(\frac{1}{2} C_{ijkl} \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} \right)^{3/2} + p \left(\frac{1}{3} \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki} \right), \\ C_{ijkl} = & \frac{1}{2} \{ (\alpha_{ik} + A \cdot \varepsilon_{ik}^p)(\alpha_{jl} + A \cdot \varepsilon_{jl}^p) + (\alpha_{il} + A \cdot \varepsilon_{il}^p)(\alpha_{jk} + A \cdot \varepsilon_{jk}^p) \} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ただし、式(9)において A , m_B および p は相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}^p$ の関数である。なお、相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}^p$ は次式で示す通常の定義によるものを用いる。

$$\bar{\varepsilon}^p = (2/3 \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p)^{1/2} \dots\dots\dots (10)$$

また、式(9)において $\alpha_{ij} = \delta_{ij}$ は弱い初期異方性の場合を表す。したがって、式(9), (10)を式(7)に代入し、 λ_{ij}^* に関して次式を得る。

$$\lambda_{ij}^* = -\frac{K_{ijklmn}}{(H')^2} \cdot \frac{dC_p}{d\bar{\varepsilon}^p} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2\sigma^2 \varepsilon_{mn}^p} \left\{ \frac{3}{2} (J_2^*)^{1/2} C_{klrs} \langle\langle S'_{rs} \rangle\rangle + p \langle\langle S'_{ir} \rangle\rangle \langle\langle S'_{rk} \rangle\rangle \right\}, \quad J_2^* = \frac{1}{2} C_{ijkl} \langle\langle S'_{ij} \rangle\rangle \langle\langle S'_{kl} \rangle\rangle \dots\dots\dots (11)$$

なお、記号 $\langle\langle x \rangle\rangle$ は塑性負荷で $\langle\langle x \rangle\rangle = x$, 弾性負荷あるいは除荷で $\langle\langle x \rangle\rangle = \text{一定}$ を意味している。

式(5), (6)から最終状態における変形速度テンソル d_{ij} は次式のように得ることができる。

$$\begin{aligned} d_{ij} = & d_{ij}^e + d_{ij}^p = \left(\frac{1}{2G_{ij}} + \lambda_{ij}^e + \frac{1}{2G} \varepsilon_{kk} + \kappa_2 \sigma_{kk} \right) \overset{\nabla}{\sigma'}_{ij} + \delta \cdot \overset{\nabla}{\sigma'}_{ij} \bar{\Lambda}_{rs} \overset{\nabla}{\sigma'}_{rs} + \left\{ \kappa_3 \sigma_{ir} - \frac{1}{G} (\varepsilon_{ir}^e + [\varepsilon_{ir}^p]) \right\} \overset{\nabla}{\sigma'}_{jr} \\ & + \left\{ \kappa_3 \sigma_{jr} - \frac{1}{G} (\varepsilon_{jr}^e + [\varepsilon_{jr}^p]) \right\} \overset{\nabla}{\sigma'}_{ir} + \left\{ \left(\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{G} + \frac{2}{G} \right) (\varepsilon_{ij}^e + [\varepsilon_{ij}^p]) \right\} \overset{\nabla}{\sigma'}_{kk} + \frac{1}{2G} \sigma_{ij} d_{kk} \\ & - \frac{1}{2G} \left(\sigma_{jr} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} + \sigma_{ir} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} \right) + \frac{1}{3} \delta_{ij} \left[\left\{ \frac{1}{2G_{ij}} - \frac{3\lambda}{2G(3\lambda+2G)} + (6\kappa_1 + 2\kappa_2) \sigma_{mm} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{G} + \frac{1}{G} \right) \varepsilon_{mm} \right\} \overset{\nabla}{\sigma'}_{kk} \right. \\ & \left. - \left(\frac{1}{2G} - \frac{1}{G} \right) \sigma_{mm} d_{kk} + \left\{ 3\kappa_2 \sigma_{rs} + \left(\frac{1}{G} + \frac{2}{G} \right) (\varepsilon_{rs}^e + [\varepsilon_{rs}^p]) \right\} \overset{\nabla}{\sigma'}_{rs} + \left(\frac{1}{G} - \frac{2}{G} \right) \sigma_{rs} \frac{\partial v_r}{\partial x_s} - \lambda_{kk}^e \overset{\nabla}{\sigma'}_{kk} \right] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

なお、記号 $[\varepsilon_{ij}^p]$ は次式で表すものである。

$$[\varepsilon_{ij}^p] = \int_0^{\varepsilon_{ij}^p} \chi \cdot d\varepsilon_{ij}^p, \quad \chi = 1 - H(\bar{\varepsilon}^p - \bar{\varepsilon}_{th}^p) \dots\dots\dots (13)$$

ここで $H(x)$ は Heaviside のステップ関数であり、 $\bar{\varepsilon}_{th}^p$ はしきい値である。これは塑性変形が大きくなるとその大部分が、例えば局所的なスリップで生ずるような不均質な局所変形が発達し、式(3), (4)で示した基準座標系間における滑らかな写像を前提とした Pull-Back, Push-Forward がそのままでは妥当性を損なうものと考えられるからである。

式(12)から構式方程式は次式のように得ることができる。

$$\begin{aligned} \overset{\nabla}{\sigma'}_{ij} = & 2G \left(2 - \frac{G}{G_{ij}} - 2G\lambda_{ij}^e - \varepsilon_{kk} - 2G\kappa_2 \sigma_{kk} \right) d'_{ij} - 4G^2 \delta \cdot \overset{\nabla}{\sigma'}_{ij} \bar{\Lambda}_{rs} d'_{rs} - 4G (G\kappa_3 \sigma_{ir} - \varepsilon_{ir}^e - [\varepsilon_{ir}^p]) d'_{jr} \\ & - 4G (G\kappa_3 \sigma_{jr} - \varepsilon_{jr}^e - [\varepsilon_{jr}^p]) d'_{ir} - 2\bar{G} \left\{ G \left(\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \left(1 + 2\frac{G}{G} \right) (\varepsilon_{ij}^e + [\varepsilon_{ij}^p]) \right\} d_{kk} \\ & - \sigma_{ij} d_{kk} + \sigma_{jr} \frac{\partial v_i}{\partial x_r} + \sigma_{ir} \frac{\partial v_j}{\partial x_r} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{G} \left[\left\{ 1 - \frac{G}{G_{ij}} + \frac{3\lambda}{3\lambda+2G} + 2\frac{G}{G} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{3} \left(1 + 4\frac{G}{G} \right) \varepsilon_{mm} - \bar{G} \left(6\kappa_1 + 3\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) \sigma_{mm} + 2G \left(\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) \sigma_{mm} \right\} d_{kk} \right. \\ & \left. + 2 \left\{ \left(1 - 2\frac{G}{G} \right) (\varepsilon_{rs}^e + [\varepsilon_{rs}^p]) - G \left(3\kappa_2 + 2\kappa_3 - 4\frac{G}{G} \kappa_3 \right) \sigma_{rs} \right\} d'_{rs} + \frac{G}{\bar{G}} \left(\frac{2G - \bar{G}}{G_{KK}} + 4G\lambda_{KK}^e \right) d'_{kk} \right] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

2・2 運動方程式 時間 t において座標系 X_i の粒子 P が応力状態 σ_{ij} の静的平衡状態にあるものとする。すなわち、

$$\partial \sigma_{ij} / \partial X_j = 0 \dots\dots\dots (15)$$

時間 $t + \Delta t$ の瞬間において粒子 P が座標系 x_i で応力状態 σ_{ij}^f になったものとすれば、運動方程式は次式で表されるものとなる。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^f}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} + \overset{\nabla}{\sigma'}_{ij} \Delta t) = \rho^f \frac{Dv_i}{Dt} \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 ρ^f は最終状態(座標系 x_i)における密度である。ここで平面調和波の伝ばを想定すれば波動伝ばにより生ずる変位の摂動 u_j は次式のようにおくことができる。

$$u_j = \tilde{U}_j \exp \{ i(\gamma n_i x_i - \omega t) \}, \quad i^2 = -1 \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 γ は波数、 ω は振動数、 $\tilde{U}_j$ は伝ば波動の振幅であり、 $\mathbf{n}$ は波動の伝ば方向の単位ベクトルである。したがって、式(14)~(17)から波動の伝ば速度 $V (= \omega/\gamma)$ に関して次式の一般化した Christoffel の方程式を得る。

$$(A_{ijpq} n_j n_q - \rho V^2 \delta_{ip}) \tilde{U}_p = 0, \quad V = \omega/\gamma \dots\dots\dots (18)$$

なお、式(18)における一般化した Christoffel のテンソル A_{ijpq} については前報⁽⁷⁾を参照されたい。

2・3 主波の伝ば特性 ひずみ ε_{ij} 、応力 σ_{ij} にある初期状態に関して座標軸の一つ X_3 が主応力方向の一つに一致するように座標系 X_i を定め、平面調和波を X_3 軸方向に入射するものとすれば式(18)から次式の特性格方程式を得る。

$$\begin{vmatrix} A_{1313} - \rho V^2 & A_{1323} & 0 \\ A_{2313} & A_{2323} - \rho V^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_{3333} - \rho V^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(19)は X_3 軸方向に伝ばする波動の伝ば速度、 V^2 に関する三次の固有方程式であり、この固有方程式から X_3 軸方向に伝ばする縦波の伝ば速度、 V_L および 2 方向に偏向して伝ばする横波の伝ば速度、 V_{T1} 、 V_{T2} をそれぞれ次式のように得ることができる。

$$\begin{aligned} \rho_0 V_L^2 &= \lambda + 2G + \frac{(\lambda + 2G)^2}{2G^2} (g_{11} + g_{22} + g_{33}) - 2 \left(1 + \frac{\lambda}{G} \right) (g_{11} + g_{22}) - \frac{4}{9} G^2 (\lambda_{11}^c + \lambda_{22}^c) - \frac{16}{9} G^2 \lambda_{33}^c \\ &+ \left\{ 5 + 2 \frac{\lambda}{G} - 4G(3\lambda + 2G) \left(\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) - \frac{8}{3} G^2 \kappa_3 \right\} \sigma_3 - \frac{1}{3} \left\{ \frac{6\lambda}{3\lambda + 2G} \left(2 + \frac{\lambda}{G} \right) \right. \\ &\left. + (3\lambda + 2G)^2 \left(6\kappa_1 + 3\kappa_2 + \frac{2}{3} \kappa_3 \right) - 4G\lambda(3\kappa_2 + 2\kappa_3) - \frac{8}{3} G^2 \kappa_3 \right\} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + 4(\lambda + 2G)[\varepsilon_3^p] \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0 V_{T1}^2}{\rho_0 V_{T2}^2} &= \bar{\Gamma} + \frac{1}{2} \{ g_{13} + g_{23} - 2G^2 (\lambda_{13}^c + \lambda_{23}^c) \} \pm \left[\Gamma^2 + (\Gamma^p)^2 + 2\Gamma \cdot \Gamma^p \cos 2(\theta - \theta_e) \right. \\ &\left. + \{ g_{13} - g_{23} - 2G^2 (\lambda_{13}^c - \lambda_{23}^c) \} (\Gamma \cos 2\theta + \Gamma^p \cos 2\theta_e) + \frac{1}{4} \{ g_{13} - g_{23} - 2G^2 (\lambda_{13}^c - \lambda_{23}^c) \}^2 \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (21 \cdot a, b) \end{aligned}$$

なお、式(20)、(21・a, b)の導出においてはひずみ成分 ε_{ij} および応力成分 σ_{ij} を主応力 σ_i 、塑性主ひずみ ε_i^p で置き換えて表しており、 θ および θ_e はそれぞれ X_1 軸から反時計回りの主応力方向および塑性主ひずみ方向の角度である。また、 Γ 、 $\bar{\Gamma}$ 、 Γ^p および他の諸記号の詳細は前報⁽⁶⁾を参照されたい。

3. 実験結果と数値シミュレーション結果の比較および検討

本報においては、はじめに単軸引張試験下において塑性変形により生ずる超音波縦波および横波の速度変化を測定し、この速度変化を用いて式(8)～(11)における Bauschinger modulus m_B 等各種パラメータを定める。ついでこのパラメータを用いて後続降伏曲面の数値シミュレーションを行う。また一方、引張り・圧縮とねじりの複合負荷下の降伏曲面をひずみゲージを用いた直接測定により実験的に定め、上記数値シミュレーションの検証を試みる。

図 1 複合負荷試験に用いた試験片形状

超音波伝ば速度変化測定に関する実験は、押出し成形したアルミニウム合金(A 6061 BE-T 6, 純度 97.6%)を幅 20 mm、厚さ 10 mm、長さ 400 mm に機械加工し、250°Cで 4 時間かけて焼なまし処理を施した試験片を単軸引張試験により塑性変形させ、その際の厚さ方向(X_3 軸方向)への超音波の伝ば速度変化を精度良く測定するためにシング・アラウンド法を用いた。また、超音波探触子としては中心周波数 5 MHz のものを使用した。また、実験方法の詳細、実験装置については文献⁽³⁾を参照されたい。降伏曲面の測定に用いた試験片は超音波伝ば速度変化測定に用いた試験片と同じ材料を図 1 で示すように肉厚 1.5 mm の薄肉円筒試験片に機械加工後、焼なまし処理を施して使用した。実験は島津オートグラフ IS 20 T に自作したねじり装置を付加した複合負荷試験機を用いて、引張り、圧縮、ねじり、引張り・圧縮とねじりの複合負荷の条件下で行った。複合負荷の場合は、ねじり方向に降伏応力以下の負荷を加えた後引張りを行う段階負荷により実験を行った。なお、降伏応力の決定に際し、オフセットひずみを相当塑性ひずみで 500 $\mu\epsilon$ とした。また、超音波の伝ば速度変化より決定したパラメータを用いて降伏曲面形状を推定するための数値シミュレーションは大きく分けて荷重制御のループと塑性ひずみ増分の収束反復計算のループから成り立っており、荷重制御はその一段階当たりの荷重増分について初期降伏時における荷重のほぼ 0.1%で行っている。なお、数値シミュレーションのフローチャートは文献⁽⁶⁾を参照され

たい。

図2に試験片に用いたアルミニウム合金焼なまし材の単軸引張りにおける応力-ひずみ曲線を示す。なお、これは超音波伝ば速度測定時に得られたもので、応力-ひずみ曲線は図中の実線で示すように n 乗則により近似し、縦弾性係数 E 、降伏応力 Y 、塑性係数 F 、加工硬化係数 n 、ポアソン比 ν を最小二乗法を用いて次式のように決定している。

$$\sigma = Y + F(\epsilon^p)^n, \quad Y = 90.8 \text{ MPa}, \quad F = 225.0 \text{ MPa}$$

$$n = 0.47, \quad E = 59.3 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.355 \quad \dots\dots\dots (22)$$

図3に2方向に偏向して伝ばする超音波横波の伝ば速度変化に関して数値シミュレーション結果と実験結果を比較して示す。図中の白丸印(○)および黒丸印(●)のそれぞれは荷重方向に平行および垂直に偏向して伝ばする横波の速度変化についての実験結果であり、実線は数値シミュレーション結果である。なお、弾性変形領域における直線部分は Murnaghan の定義による三次弾性定数 m, n および初期の組織異方性効果を表す係数 g_{ij} を実験結果から最小二乗法を用いて求めた次式の値により算定している。

図2 アルミニウム合金(A 6061)の応力-ひずみ曲線

図3 弾塑性変形領域における超音波横波の速度変化

$$\left. \begin{aligned} m &= -1769 \text{ GPa}, \quad n = -368 \text{ GPa} \\ g_{13} &= 20.2 \text{ MPa}, \quad g_{23} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

荷重方向に平行および垂直に偏向して伝ばする横波の速度変化は弾性変形領域においてはわずかな違いしかないが、塑性変形領域では変化にかなりの相違が生じている。これはそれぞれの偏向方向における微視的構造の変化、例えば、集合組織形成の異方性の影響によるものと考えられる。つまり、荷重方向に超音波伝ば速度を減少させるような集合組織や空孔分布などが形成されたと推定される。また、軸ひずみ3%以上で荷重方向に平行に偏向して伝ばする横波の速度がほとんど変化していないことから局所変形の発生の可能性を考え、数値シミュレーションを試みたが実験結果との良い一致は得られなかった。したがって、本実験におけるひずみの範囲内では局所変形は生じなかったものと思われる。

図4に超音波縦波の速度変化に関して数値シミュレーション結果と実験結果とを比較して示す。図中、白丸印(○)は板厚(X_3 軸)方向に伝ばする超音波縦波の実験結果であり、実線は数値シミュレーション結果である。なお、弾性変形領域においては次式に示す Murnaghan の定義による三次弾性定数 l を用いて算定している。

$$l = -3710 \text{ GPa} \quad \dots\dots\dots (24)$$

横波の場合に比べて伝ば速度変化が小さいことから伝ば方向、つまり、試験片の厚さ方向への集合組織などの形成は面内方向に比べて小さいものと推定される。

図5(a)~(e)にそれぞれ予ひずみが0%, 1%, 2%, 3%, 4%の場合の初期および後続降伏曲面形状に関して実験値と数値シミュレーションによる推定形状を比較して示す。なお、数値シミュレーションは表1に示すパラメータを用いて行っており、異方性のパラメータ A, p, α_{ij} 、Bauschinger modulus m_B 、Yield-vertex パラメータ $K_{ijklmn} \cdot dC_0/d\epsilon^p$ は超音波横波お

図4 弾塑性変形領域における超音波縦波の速度変化

よび縦波の伝ば速度変化より決定した。図中、各種の印(○, ●, △, ▲, □)は実験結果であり、実線は数値シミュレーションによる推定形状である。なお、矢印は実験における予負荷方向を示しており、さらに座標軸 s_1 および s_3 はそれぞれ次式に示すものである。

$$s_1 = \frac{1}{2}(2\sigma'_{11} - \sigma'_{22} - \sigma'_{33}), s_3 = \sqrt{3}\sigma'_{12} \quad \dots\dots\dots (25)$$

なお、数値シミュレーション結果は実際には等相当応力曲面ではあるが降伏曲面と大きな差異はないものと

表 1 数値シミュレーションに用いたパラメータ値

Anisotropic coefficients	$A = (0.66 - 0.9 \bar{\epsilon}^p)(\bar{\epsilon}^p)^{-0.15} \bar{\nu}$ $p = 0.281 \bar{\nu}$ $\alpha_{ij} = \delta_{ij}$
Bauschinger modulus	$m_B = 560 (\bar{\epsilon}^p)^{0.8} \text{ MPa}$
Yield-vertex parameter	$K_{ijklmn} \cdot \frac{dC_p}{d\bar{\epsilon}^p} = \{ \bar{\delta}_{ij}(89 - 1530 \bar{\epsilon}^p) + \bar{\delta}_{ij}(1.63 - 3.8 \bar{\epsilon}^p)(\bar{\epsilon}^p)^{0.001} \} \times \bar{\delta}_{ik}\bar{\delta}_{lm}\bar{\delta}_{jn} \text{ MPa}$ $(i, j, k, l \text{ not summed})$
Threshold strain	$\bar{\epsilon}_{th}^p > 5 \%$

$$\bar{\nu} = \frac{2\epsilon_1^p - \epsilon_1^p - 3\epsilon_2^p}{\epsilon_1^p - \epsilon_2^p}$$

(a) 初期降伏曲面

(b) 予ひずみ 1% の場合

(d) 予ひずみ 3% の場合

(c) 予ひずみ 2% の場合

(e) 予ひずみ 4% の場合

図 5 初期および後続降伏曲面の実験値と推定形状の比較

思われる。図5(a)は初期降伏曲面を示したものである。なお、数値シミュレーション結果は厳密には初期降伏曲面ではなく微小な予ひずみの場合における後続降伏曲面である。実験値、推定形状ともにほぼ円であり、Misesの降伏曲面にかなり近くなっている。ただし、実験値においてばらつきが存在するのは試験片を換えて何度か実験を行ったためであり、試験片の固体差による誤差である。図5(b)～(e)は後続降伏曲面を示したものであるが、予負荷方向付近においては各予ひずみ値の場合においても実験値と推定形状は良い一致が得られている。

後続降伏曲面の形状変化の推移をわかりやすくするために図6に予ひずみ0%、1%、3%の場合の初期および後続降伏曲面形状を重ねて示す。この図より予ひずみ方向への硬化の程度などが実験値と推定形状の間で良く一致していることがわかる。また、実験値においては予負荷方向の反対側において形状が偏平になっていく様子も見られる。この点に関する実験値と推定形状の不一致に関して降伏曲面推定におけるバック・ストレスの影響が考えられる。降伏曲面において予負荷方向の反対側が偏平に変形するのはBauschinger効果によるものであり、その要因としてバック・ストレス(背応力)の存在が考えられている。一般的に後続降伏曲面を実験的に決定する際には一度強制的に無負荷の状態に戻す操作を行うが、その際にバック・ストレスを変化させることが考えられ、そのために特に予負荷の反対側の降伏曲面の形状が予負荷時の状態と変化することが想像される。この点に関して石川ら⁽⁸⁾⁽⁹⁾はバック・ストレスをあらかじめ予想し、除荷をバック・ストレスのところまで行い、この応力状態を起点として降伏曲面を決定する場合においては後続降伏曲面形状は予負荷方向の反対側で偏平化しないことを報告している。超音波測定を基にした後続降伏曲面の推定は除荷の過程を伴わない連続負荷の状態の測定結果に基づいているため、除荷の過程によって生じるバック・ストレスの変化を回避しているものと想像されるが詳しい検討が今後必要である。

4. 結 言

本報においては、超音波による非破壊材料評価に関する研究の一貫として、超音波横波、縦波の伝ば速度変化から異方性降伏条件式における各種のパラメータを決定し、数値シミュレーションにより推定した初期および後続降伏曲面形状を引張り・圧縮とねじりの複合荷重下において従来の実験方法で決定した実験結果と比較することにより超音波による塑性状態の非破壊

図6 予ひずみ値に関する降伏曲面の推移

材料評価の精度について検討した。得られた結果をまとめると次のようになる。

アルミニウム合金焼なまし材の単軸引張りにおける超音波横波の実験結果よりその偏向方向による伝ば速度変化の傾向が明らかに異なり、荷重方向に偏向して伝ばする横波のほうが速度変化が大きいことから塑性異方性の発達に関して材料の微視組織は荷重方向に大きく変化することが推測できる。

超音波の伝ば速度変化より決定したパラメータを用いて数値シミュレーションにより初期および後続降伏曲面形状の推定を行い、実験結果と比較、検討を行った。その結果、予負荷方向の反対側で相違が生じている以外は良い一致が得られた。

降伏曲面推定における予負荷方向の反対側における実験結果との相違から後続降伏曲面形状におけるバック・ストレスの影響を超音波を利用することにより推定できる可能性を見い出すことができた。

なお、予負荷方向の反対側におけるバック・ストレスの影響と思われる相違については今後、さらに詳しく検討を進める必要があるものと思われる。最後に、本研究を進めるに当たり、北海道大学工学部・石川博将教授から貴重なご助言をいただき、また、実験装置の製作に本学機械システム工学科実習工場主任・阿部清技官に多大なる援助をいただいたことに謝意を表す。さらに、本研究の一部は平成5年度文部省科学研究費補助金(一般研究C)ならびに天田金属加工機械技術振興財団の援助によることを付記する。

文 献

- (1) 小林, 機論, 48-432, A(1982), 1072.
 - (2) Kobayashi, M., *Int. J. Plasticity*, 3(1987), 1.
 - (3) Kobayashi, M., Murakami, H. and Kayaba, T., *Proc. 6th Int. Congress Exp. Mech.*, (1988), 416.
 - (4) 小林, 機論, 58-554, A(1992), 1985.
 - (5) 小林・野呂田・道端・三浦・大森, 機論, 59-564, A(1993), 1901.
 - (6) 小林, 機論, 55-517, A(1989), 1956.
 - (7) 小林, 機論, 57-534, A(1991), 346.
 - (8) 石川, 機械の研究, 41-1(1989), 161.
 - (9) Ishikawa, H. and Sasaki, K., *J. Eng. Mater. Technol.*, 110(1988), 364.
-