混合モード三次元き裂のき裂先端特異場の研究*

(第1報, 変位外挿法, J 積分, き裂閉口積分法による
応力拡大係数, J 積分の比較)町田 賢司^{*1}, 菊池 正紀^{*1}, 松島 保明^{*2}Crack-Tip Stress Singularity Field of a Mixed-Mode
Three-Dimensional Crack(1st Report, Comparison of Mixed-Mode Stress Intensity Factors
and J -Integrals Obtained through Displacement Method, J -Integral
Formulation, and Modified Crack-Closure Integral)

Kenji MACHIDA, Masanori KIKUCHI and Yasuaki MATSUSHIMA

Two- and three-dimensional finite-element analyses have been conducted on a compact normal and shear specimen under mixed-mode loading. This paper presents a comparison among stress-intensity factors and J -integrals for mixed-mode problems obtained through three different approaches: the displacement method, J -integral formulation and modified crack-closure integral. The accuracy of these methods is discussed. The mixed-mode J -integral and modified crack-closure integral estimate the J -integral components for an arbitrarily mixed-mode three-dimensional crack well. The accuracy of the displacement method is discussed with respect to plane strain and stress conditions.

Key Words: Finite-Element Method, Mixed Mode, Stress Intensity Factor, J -Integral, Modified Crack-Closure Integral, Compact Normal and Shear Specimen

1. 緒 言

3次元弾塑性有限要素法解析により、き裂縁に沿った応力拡大係数や J 積分の分布が、試験片の寸法に依存して大きく変化することが明らかとなった^{(1)~(13)}。鉄鋼材料試験片内部のき裂先端での力学的環境を調べるために、再結晶法の適用が試みられたが、十分な定量的評価は得られなかった^{(14)~(16)}。試験片内部の応力一ひずみ場を測定する方法は非常に少なく、実験による寸法効果の定量的評価はほとんどなされていない。光弾性法、光干渉法、モアレ法、ホログラフィ法、コースティクス法、スเปックル法等が、光学的技法としてき裂先端の応力一ひずみ場の測定に用いられている。3次元線形弾性破壊力学の研究に適用されている光学的手法は、凍結光弾性法のみである⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。レーザースペックル法はモアレ法よりも1桁オーダーの低い変位測定が可能である。近年、Chiangらは曲げを受ける片側縁き裂試験片内部のき裂先端の弾塑性変形を調べるために、埋め込みスเปックル法を開発した⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾。この方法は試験片内部の変形測定を可能とするユニー

クな方法である。本研究では、混合モード負荷を受ける3次元き裂のき裂先端特異場を、埋め込みスเปックル法による実験および有限要素法による解析の両面から3次元的に解明することを目的としている。スเปックル法による実験ではき裂縁に沿った変位を測定し、変位外挿法により K_I 、 K_{II} を求める。そこで、実験に先立ち変位外挿法の精度を検討する必要がある。

混合モードき裂先端特異場に関しては、主に有限要素法による解析がなされており、2次元き裂に対して、北川ら⁽²¹⁾、石川⁽²²⁾は、Riceの J 積分をモードI成分とモードII成分に分離する定式化を行った。更に、東郷ら⁽²³⁾はそれを3次元き裂に拡張した。また、Richardら⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾、岸本ら⁽²⁶⁾により K_I 、 K_{II} の精度評価がなされている。有限要素解析に特殊な要素を必要とせず、比較的粗いメッシュでも精度良くエネルギー解放率を求めることができるき裂閉口積分法(Modified Crack-Closure IntegralまたはVirtual Crack-Closure Techniqueとも呼ばれ、以後MCCI法と略記する)が提案され、種々の問題に適用されている^{(27)~(30)}。そこで、変位外挿法、従来の3次元 J 積分⁽³¹⁾、各モードに分離された混合モードの J 積分、MCCI法によるエネルギー解放率相互の関係と精度について検討を行った。

* 平成5年11月15日 材料力学部門講演会において講演、原稿受付 平成6年4月27日。

^{*1} 正員、東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。

^{*2} 東京理科大学大学院。

2. 応力拡大係数の求め方

2.1 変位外挿法 混合モード負荷下のき裂先端近傍における変位は、次式によって与えられる。

モード I :

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G\sqrt{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

モード II :

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2G\sqrt{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ -\cos \frac{\theta}{2} \left(\kappa - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 u 、 v は x_1 、 x_2 方向変位、 K_I 、 K_{II} はそれぞれモード I およびモード II 形き裂の応力拡大係数、 G は横弾性係数、 ν はポアソン比である。なお、 κ は平面ひずみでは $3-4\nu$ 、平面応力では $(3-\nu)/(1+\nu)$ である。

き裂上下面上 ($\theta = \pm \pi$) での変位より、次式が得られる。

$$K_I = \frac{[v(\pi) - v(-\pi)] \sqrt{2\pi G}}{\sqrt{r}} \frac{1}{\kappa + 1} \dots\dots\dots (3)$$

$$K_{II} = \frac{[u(\pi) - u(-\pi)] \sqrt{2\pi G}}{\sqrt{r}} \frac{1}{\kappa + 1} \dots\dots\dots (4)$$

き裂上下面上での変位が求まれば、 K_I 、 K_{II} の近似値 K_I^* 、 K_{II}^* が求められるが、より高い精度を得るために、得られた K_I^* 、 K_{II}^* の値をき裂先端からの距離 r についてプロットし、 $r \rightarrow 0$ の値を外挿し K_I 、 K_{II} の値を決定する。

2.2 従来の 3 次元 J 積分 弾塑性体中の 3 次元き裂の座標系を図 1 のようにとる。O- $x_1 x_2 x_3$ は、き裂先端の任意の点 O を原点とする直角座標系で、 x_1 、 x_2 、 x_3 軸は、それぞれ、点 O におけるき裂前縁の主法線、陪法線および接線方向とする。ここで、点 O を含む x_1 、 x_2 平面に平行な平板を考え、この板厚を無限小とすることにより、各方向における径路独立な J 積分は次式で示される。

$$J_1 = \int_{\Gamma} (W dx_2 - \sigma_{ij} n_j \mu_{i,1} ds) - \int_A (\sigma_{ij} \mu_{i,1})_{,3} dA \dots\dots\dots (5)$$

$$J_2 = \int_{\Gamma, \Gamma'} (-W dx_1 - \sigma_{ij} n_j \mu_{i,2} ds) - \int_A (\sigma_{ij} \mu_{i,2})_{,3} dA \dots\dots\dots (6)$$

$$J_3 = \int_{\Gamma} (-\sigma_{ij} n_j \mu_{i,3} ds) + \int_A (W - \sigma_{ij} \mu_{i,3})_{,3} dA \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 W はひずみエネルギー密度、 σ_{ij} は応力テンソル、 u_i は変位ベクトル、 Γ はき裂下面からき裂上面に至るき裂先端を囲む径路、 Γ' はき裂面に沿った径

図 1 3 次元き裂と積分径路

路、 n_j は Γ の単位法線ベクトル、 ds は Γ の線素、 A は Γ と Γ' により囲まれた領域である。

2.3 各変形モードに分離した J 積分 式(5)

の J 積分はモード I、モード II、モード III 成分に分離された応力、ひずみ、変位を用い、次式のように表わされる⁽²³⁾。

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_{\Gamma} \left(\int_0^{\epsilon_{ij}^I} \sigma_{ij}^I d\epsilon_{ij}^I n_1 - \sigma_{ij}^I n_j \mu_{i,1} \right) ds \\ &+ \int_{\Gamma} \left(\int_0^{\epsilon_{ij}^{II}} \sigma_{ij}^{II} d\epsilon_{ij}^{II} n_1 - \sigma_{ij}^{II} n_j \mu_{i,1} \right) ds \\ &+ \int_{\Gamma} \left(\int_0^{\epsilon_{ij}^{III}} \sigma_{ij}^{III} d\epsilon_{ij}^{III} n_1 - \sigma_{ij}^{III} n_j \mu_{i,1} \right) ds \\ &- \int_A (\sigma_{ij} u_{i,1})_{,3} dA \\ &= J_I(\Gamma) + J_{II}(\Gamma) + J_{III}(\Gamma) + J_0(\Gamma) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 ϵ_{ij} はひずみテンソルである。これら $J_I(\Gamma)$ 、 $J_{II}(\Gamma)$ 、 $J_{III}(\Gamma)$ 、 $J_0(\Gamma)$ は径路に依存する。積分径路をき裂先端に限りなく近づけると、 $J_0(\Gamma)$ は r^{-1} の特異性を持つ関数の面積分であるので零に漸近し、 $J_I(\Gamma)$ 、 $J_{II}(\Gamma)$ 、 $J_{III}(\Gamma)$ は J_I 、 J_{II} 、 J_{III} に漸近する。すなわち

$$J_1 = J_I + J_{II} + J_{III} \dots\dots\dots (9)$$

となる。

線形弾性体の場合、 J_I 、 J_{II} 、 J_{III} と K_I 、 K_{II} 、 K_{III} との間には次式が成立する。

$$J_I = \frac{K_I^2}{E'}, J_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'}, J_{III} = \frac{K_{III}^2}{2G} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 E' は平面ひずみでは $E/(1-\nu^2)$ 、平面応力では E である。

2.4 MCC I 法によるエネルギー解放率 混合モード負荷下での 2 次元き裂のエネルギー解放率を評価する有効な技法として、MCC I 法は Rybicki と Kanninen⁽²⁶⁾ により提案された。比較的粗いメッシュでもモード I とモード II のエネルギー解放率を精度良く評価することができる。更に、Shivakumar ら⁽²⁷⁾ はこれを 3 次元問題に拡張した。20 節点アイソパラメトリック要素の場合、図 2 に示すように、き裂前縁前後

5 節点の等価節点力と変位がわかれば、容易にエネルギー解放率が求められる。モードⅠ負荷下でのき裂先端 i 番目の層のエネルギー解放率 G_i は、次式で示される。

$$G_i = \frac{1}{2\Delta w_i} \sum_{j=1}^5 C_j F_j v_j \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、

F_j は節点 j での等価節点力
 v_j は節点 j でのき裂開口変位
 w_i はき裂縁に沿った要素の幅

$$C_1 = C_2 = \frac{w_i}{w_{i-1} + w_i}$$

$$C_3 = 1$$

$$C_4 = C_5 = \frac{w_i}{w_i + w_{i+1}}$$

である。

式(11)はモードⅡおよびモードⅢ負荷下にも適用できる。

図2 き裂面上でのき裂前縁近傍の分割図

3. 解析対象

図3は試験片の要素分割図である。高さ100mm、幅60mm、き裂長さ30mm、 $l_1=36$ mm、 $l_2=72$ mmである。材質はPlexiglasであり、0.2%耐力、ヤング率、ポアソン比はそれぞれ26.1MPa、3.06GPa、0.38である。2次元計算では、要素数480、節点数1549、8節点アイソパラメトリック要素を用いた。負荷条件は岸本ら⁽²⁶⁾と同様の条件を仮定し、各ピン穴の中央に P_1 、 P_2 、 P_3 を加えた。力とモーメントは次式のつりあい方程式を満足している。

$$P \sin \alpha = P_2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$P \cos \alpha = P_1 + P_2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$P l_1 + P_2 l_2 = P_3 l_1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

なお、計算に際しては左下の2つの荷重点にそれぞれ

図3 メッシュ分割図と荷重条件

x_1 方向、 x_2 方向の支持拘束を与えた。 P は混合モード負荷用治具⁽²⁵⁾の穴に加えられる荷重であり、 α は治具の穴の位置により定められる。3次元モデルは、図3の要素分割図を板厚方向に拡張したもので、要素数1440、節点数7801、層分割数3、20節点アイソパラメトリックを使用した。板厚は18mmである。

4. 2次元解析

4.1 J積分による評価 無次元応力拡大係数 F_I 、 F_{II} は次式で表わされる。

$$F_M = \frac{K_M}{P} \frac{\sqrt{\pi a}}{Wt} \quad (M = I, II) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 W は板幅、 t は板厚、 a はき裂長さである。混合モードのJ積分 (J_I 、 J_{II}) から式(10)により応力拡大係数 (K_I 、 K_{II}) を求め、式(15)より無次元応力拡大係数 (F_I 、 F_{II}) を求める。無次元応力拡大係数を15°おきに解析し、Richardらの結果⁽²⁵⁾と比較したものが図4である。 F_I 、 F_{II} ともにRichardらの結果と小数点以下2桁目に若干の相違が見られるが、ほぼ同様の変化を示している。負荷方向に伴う混合モード応力拡大係数の比 (K_{II}/K_I) の変化を表1に示す。Richard-Benitzと岸本ら⁽²⁶⁾の結果も、90°を除いて小数点以下2桁目に相違が見られる。本結果も両者と比較してさほど大きな差は認められない。混合モードにおける応力拡大係数の計算結果は少なく、その精度は定かではないが、本有限要素法プログラムによってほぼ妥当な結果が得られることが確認された。

図4 無次元応力拡大係数の負荷方向に伴う変化

表1 混合モード応力拡大係数比(K_{II}/K_I)の負荷方向に伴う変化

α (degree)	Machida's	Richard-Benitz's	Kishimoto's
0	0.04	0.01	0.00
15	0.11	0.16	0.13
30	0.29	0.32	0.28
45	0.52	0.53	0.49
60	0.91	0.90	0.85
75	1.90	1.95	1.92
90	19.06	∞	25.00

4.2 MCC I法によるエネルギー解放率 表2にMCC I法により求めたエネルギー解放率(G_I , G_{II})と、モードIとモードIIに分離されたJ積分(J_I , J_{II})との比較を示す。モードI成分については、 G_I は 90° 以外にはほぼ全領域にわたり J_I より1.5%程度高めめの値を示しているが、非常に良く一致している。モードII成分については、 G_{II} は 0° 以外にはほぼ全領域にわたり J_{II} より3.6~5%程度低めめの値を示している。MCC I法により求めたエネルギー解放率は、モードI成分の精度は高いが、モードII成分の精度はやや低い。

4.3 変位外挿法との比較 図5はJ積分および変位外挿法から求められた K_I , K_{II} の負荷方向に伴う変化である。変位外挿法では、最も高い精度の得られるき裂先端後方0.9~10mmまでの変位を用い、最小二乗法によりき裂先端の値を外挿し、 K_I , K_{II} を求めた。 K_I は $\alpha = 75^\circ$ において最大でも0.17%の違いであり、両者は非常に良く一致している。 K_{II} は 0° においてかなりの違いが認められるが、 K_I に比べ絶対値は非常に小さく問題ではない。その他の角度では3%以下の誤差で一致しており、変位外挿法によってもかなりの精度で K_I , K_{II} が求められる。

5. 3次元解析

5.1 J積分による結果 表3は、無次元応力

表2 MCC I法によるエネルギー解放率と混合モードのJ積分

α (deg)	J_I (J/m ²)	G_I (J/m ²)	$\frac{G_I}{J_I}$	J_{II} (J/m ²)	G_{II} (J/m ²)	$\frac{G_{II}}{J_{II}}$
0	35.002	35.474	1.014	-	-	-
15	30.298	30.710	1.014	0.415	0.394	0.950
30	21.162	21.452	1.014	1.815	1.739	0.958
45	13.287	13.471	1.014	3.696	3.552	0.961
60	6.899	6.996	1.014	5.827	5.608	0.963
75	2.238	2.271	1.015	8.110	7.814	0.964
90	-	-	-	10.419	10.048	0.964

図5 応力拡大係数の負荷方向に伴う変化

拡大係数の板厚方向変化である。表中の数値は2次元平面ひずみ解析より得られた F_I , F_{II} で割り規準化してある。表面から第1、第2、第3層とし、各層の中央部の値を示している。モードI成分については、表面層が低く、板厚中央部が高い。この傾向は混合モード比に拘わらず同様である。モードII成分については、モードI成分の分布とはほぼ同様であるが、2次元解析の結果との差は非常に小さく、最大で4%程度である。3次元解析では寸法効果が存在することや、式(15)で無次元応力拡大係数を算出する際に板厚方向の平均的な応力を用いていることなどより、2次元解析の結果とは厳密に一致しない。しかし、本3次元J積分プログラムによる混合モード荷重下でのJ積分評価は、妥当であると考えられる。

表3 無次元応力拡大係数の板厚方向変化

α (deg)	F_I (3D)/ F_I (2D)			F_{II} (3D)/ F_{II} (2D)		
	1st layer	2nd layer	3rd layer	1st layer	2nd layer	3rd layer
0	0.981	1.065	1.094	-	-	-
15	0.979	1.065	1.095	0.982	1.002	1.039
30	0.964	1.063	1.094	0.996	1.000	1.028
45	0.970	1.061	1.094	1.001	0.999	1.025
60	0.961	1.057	1.093	1.004	0.999	1.023
75	0.940	1.048	1.090	1.005	0.999	1.021
90	-	-	-	1.007	0.999	1.020

式(8)、(9)で定義された各モードに分離されたJ積分の和 (J_{MIXED}) と、式(5)の従来のJ積分 (J_{CONV}) とを比較したものが表4である。ここで、Zは板厚中央からの距離、Bは板厚である。モードI負荷では、板厚全体にわたりほぼ1.2%以下の違いと、両者は非常に良く一致している。モードII負荷では、表面部で3.7%、板厚中央部で2.3%とモードI負荷に比べ若干差は大きい。

表4 従来のJ積分と混合モードのJ積分との比較

$\frac{2Z}{B}$	MODE I			MODE II		
	J_{CONV} (J/m ²)	J_{MIXED} (J/m ²)	$\frac{J_{MIXED}}{J_{CONV}}$	J_{CONV} (J/m ²)	J_{MIXED} (J/m ²)	$\frac{J_{MIXED}}{J_{CONV}}$
0.833	28.307	28.281	0.999	6.5689	6.3250	0.963
0.5	32.967	32.559	0.988	5.7380	5.7936	1.010
0.167	34.613	34.966	1.010	5.5753	5.7044	1.023

J_{CONV} ; J_I obtained by equ(5) J_{MIXED} ; J_I obtained by equ(8),(9)

2次元線形弾性体の J_I 、 J_2 は、式(5)、(6)の第2項の面積分項を省いたもので、 K_I 、 K_{II} と次式の関係にある(32)(33)。

$$J_I = \frac{\kappa+1}{8G} (K_I^2 + K_{II}^2) = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E} \quad (16)$$

$$J_2 = -\frac{2K_I K_{II}}{E} \quad (17)$$

式(10)より、式(16)、(17)は次式のように表わされる。

$$J_I = J_I + J_{II} \quad (18)$$

$$J_2 = -2\sqrt{J_I J_{II}} \quad (19)$$

表5は、 J_1 、 J_2 と J_I 、 J_{II} の関係である。

$2Z/B=0.167$ における J_{III} は、 J_I あるいは J_{II} に比して無視できるほど小さく、式(18)、(19)が成り立つものと考えられる。 J_{II}/J_I の値より、 $\alpha=0^\circ$ ではモードI、 $\alpha=90^\circ$ ではほぼモードII状態にある。 α の増加とともにモードIから次第にモードII成分が増加し、 α が 60° を越えたところで等量となる。式(18)の関係は、全範囲にわたり1%程度の誤差で非常に良く成り立っている。しかし、式(19)の関係は、 α が増加するにつれ誤差は増大し、 $\alpha=60^\circ$ を越えたところで最小となり、またさらに増加する。最大では10%以上の誤差がある。したがって、 J_1 、 J_2 から J_I 、 J_{II} を算出する場合、かなりの誤差が予想される。

5.2 MCC I法の結果

表6は、各層の中央部における混合モードのJ積分 (J_I 、 J_{II}) とMCC I法によるエネルギー解放率 (G_I 、 G_{II}) の関係である。 $2Z/B=0.833$ 、 0.5 、 0.167 は、それぞれ第1、2、3層の中央の位置に対応している。 G_I と J_I は混合モードの割合にかかわらず、2%程度の誤差で良く一致して

いる。 G_{II} は J_{II} よりも表面層で高く、板厚中央部では低い。第1層の G_{II} は、 J_{II} より $\alpha=15^\circ$ で約9%高く、 $\alpha=90^\circ$ で約5%高い。第2層の G_{II} は混合モードの割合にかかわらず、 J_{II} より約3%低い。第3層の G_{II} は第1層とは逆に、 J_{II} より $\alpha=15^\circ$ で約9%低く、 $\alpha=90^\circ$ で約6%低い。本試験片の負荷方法ではモードI、IIが主力であり、 G_{III} と J_{III} は絶対値も非常に小さく、対応は不明であった。これについては、今後モードIII負荷を受ける試験片について検討する必要がある。第1層の J_{III} の J_{MIXED} に対する比は、モードIの0.024から、モードII成分の増加に伴い単調に増加し、モードIIでは0.129となった。このように、モードI負荷では表面層にモードIII成分はほとんど生じないが、モードII負荷では J_{MIXED} の13%と、モードIII成分は無視できない。J積分計算コードは非常に複雑であるが、MCC I法は非常に簡単で、既存の有限要素法プログラムに容易に組み込める。モードIIの計算精度は若干劣るが、有効な技法と考えられる。

表5 J_1 、 J_2 と J_I 、 J_{II} の関係

α (deg)	J_1 (J/m ²)	J_2 (J/m ²)	J_I (J/m ²)	J_{II} (J/m ²)	$\frac{J_{II}}{J_I}$	$\frac{J_1}{J_I + J_{II}}$	$\frac{J_2}{(-2\sqrt{J_I J_{II}})}$
0	34.613	2.284	34.260	0.037	0.001	1.009	-
15	30.515	-6.249	29.889	0.369	0.012	1.009	0.941
30	23.330	-11.334	21.547	1.630	0.076	1.007	0.956
45	16.380	-12.554	13.128	3.203	0.244	1.003	0.968
60	10.009	-9.774	5.771	4.268	0.740	0.997	0.985
75	6.588	-5.075	1.595	5.072	3.181	0.988	0.892
90	5.575	-1.093	0.019	5.649	305.0	0.984	-

表6 各モードに分離されたJ積分とMCC I法によるエネルギー解放率との比較

α (deg)	$\frac{2Z}{B}$	J_I (J/m ²)	G_I (J/m ²)	$\frac{G_I}{J_I}$	J_{II} (J/m ²)	G_{II} (J/m ²)	$\frac{G_{II}}{J_{II}}$
0	0.833	27.544	27.779	1.009	-	-	-
	0.5	32.470	33.134	1.020	-	-	-
	0.167	34.260	34.931	1.020	-	-	-
15	0.833	23.881	24.105	1.009	0.329	0.358	1.087
	0.5	28.270	28.844	1.020	0.343	0.333	0.972
	0.167	29.899	30.466	1.019	0.369	0.337	0.913
30	0.833	17.095	17.271	1.010	1.531	1.628	1.063
	0.5	20.333	20.743	1.020	1.542	1.499	0.972
	0.167	21.547	21.956	1.019	1.630	1.515	0.929
45	0.833	10.317	10.437	1.012	3.058	3.228	1.056
	0.5	12.350	12.597	1.020	3.048	2.962	0.972
	0.167	13.128	13.372	1.019	3.203	2.993	0.934
60	0.833	4.464	4.525	1.014	4.111	4.323	1.052
	0.5	5.401	5.507	1.020	4.075	3.960	0.972
	0.167	5.771	5.874	1.018	4.268	4.000	0.937
75	0.833	1.185	1.207	1.019	4.916	5.155	1.049
	0.5	1.474	1.501	1.019	4.854	4.716	0.972
	0.167	1.595	1.621	1.016	5.072	4.764	0.939
90	0.833	-	-	-	5.503	5.757	1.046
	0.5	-	-	-	5.417	5.262	0.971
	0.167	-	-	-	5.649	5.314	0.941

5.3 変位外挿法との比較 表7はJ積分と変位外挿法より求めた K_I 、 K_{II} を比較したものである。ここで、 K_J は混合モードのJ積分より求めた K 、 K_D は変位外挿法より求めた K である。変位外挿法では、2次元の場合と同様に、最も高い精度の得られるき裂先端後方0.9~10mmまでの変位を用いた。平面ひずみが支配的な板厚中央部では、変位外挿法および混合モードのJ積分より求めた K のモードI成分は、全領域にわたり1%以下の誤差で、良く一致している。 K のモードII成分は、全領域にわたり4~6%の誤差である。平面応力が支配的と考えられる表面では、 K のモードI成分は、全領域ほぼ一定で誤差約25%である。 K のモードII成分は、 $\alpha=15^\circ$ で誤差は約25%、モードII成分が増加するにつれ誤差は減少するが、 $\alpha=90^\circ$ で約16%と非常に大きい。表面部における大きな差異は、層分割比の影響によるものと考えられる。表8は、表面から層分割比1:2:3のモデルの解析結果である。 K のモードI成分は、表面部でも誤差約1%であり、両者は非常に良く一致している。しかし、 K のモードII成分は、表面部において20~29%と大きな差を示しており、変位外挿法は K_{II} を過小評価する。

表7 J積分と変位外挿法より求めた K_I 、 K_{II} の比較
(層分割比 1 : 1 : 1)

α (deg)	$\frac{2Z}{B}$	MODE I			MODE II		
		K_J (MNm ^{3/2})	K_D (MNm ^{3/2})	$\frac{K_D}{K_J}$	K_J (MNm ^{3/2})	K_D (MNm ^{3/2})	$\frac{K_D}{K_J}$
0	1.0	0.267	0.333	1.246	-	-	-
	0.0	0.352	0.351	0.996	-	-	-
15	1.0	0.249	0.310	1.246	0.053	0.040	0.755
	0.0	0.329	0.328	0.996	0.036	0.034	0.940
30	1.0	0.210	0.262	1.246	0.107	0.086	0.805
	0.0	0.279	0.278	0.996	0.077	0.073	0.950
45	1.0	0.163	0.203	1.246	0.149	0.122	0.821
	0.0	0.218	0.217	0.995	0.108	0.103	0.953
60	1.0	0.107	0.133	1.246	0.170	0.141	0.830
	0.0	0.145	0.144	0.995	0.124	0.119	0.955
75	1.0	0.055	0.068	1.246	0.185	0.154	0.836
	0.0	0.076	0.076	0.993	0.135	0.129	0.956
90	1.0	-	-	-	0.194	0.163	0.842
	0.0	-	-	-	0.143	0.137	0.957

表8 J積分と変位外挿法より求めた K_I 、 K_{II} の比較
(層分割比 1 : 2 : 3)

α (deg)	$\frac{2Z}{B}$	MODE I			MODE II		
		K_J (MNm ^{3/2})	K_D (MNm ^{3/2})	$\frac{K_D}{K_J}$	K_J (MNm ^{3/2})	K_D (MNm ^{3/2})	$\frac{K_D}{K_J}$
0	1.0	0.247	0.248	1.004	-	-	-
	0.0	0.352	0.351	0.997	-	-	-
15	1.0	0.229	0.231	1.009	0.049	0.035	0.714
	0.0	0.329	0.328	0.997	0.037	0.034	0.919
30	1.0	0.194	0.195	1.005	0.099	0.076	0.768
	0.0	0.279	0.278	0.996	0.077	0.073	0.948
45	1.0	0.151	0.152	1.007	0.137	0.107	0.781
	0.0	0.218	0.217	0.995	0.108	0.103	0.953
60	1.0	0.099	0.099	1.000	0.157	0.124	0.790
	0.0	0.145	0.144	0.993	0.124	0.119	0.960
75	1.0	0.051	0.051	1.000	0.171	0.136	0.795
	0.0	0.076	0.076	0.993	0.135	0.129	0.956
90	1.0	-	-	-	0.179	0.143	0.799
	0.0	-	-	-	0.143	0.137	0.957

6. 結 言

- (1) 各モードに分離された混合モードのJ積分は、混合モード負荷下のき裂先端のJ値を、数%の誤差で評価できる。
- (2) 従来のJ積分から混合モードのJ積分を評価する場合、最大で10%以上の誤差が生ずる。
- (3) MCCI法より求めたエネルギー解放率は、モードI成分では、混合モードのJ積分と良く一致するが、モードII成分では、±9%程度の誤差が生ずる。
- (4) モードI負荷では表面近傍のモードIII成分は無視できるが、モードII負荷では無視できない。
- (5) 変位外挿法は、 K のモードI成分を約1%の誤差で評価することができるが、 K のモードII成分に関しては、平面ひずみ状態が支配的な板厚中央部で4~6%、平面応力状態が支配的な表面では、20~29%過小評価する。

文 献

- (1) 菊池・ほか2名、材料、31-344 (1982), 420.
- (2) 今井・真武、機論、49-445, A(1983), 1158.
- (3) de Delorenzi, H.G. and Shih, C.F., Int. J. Fract., 21(1983), 195.
- (4) 菊池・ほか2名、機論、50-451, A(1984), 463.
- (5) Kikuchi, M., ほか2名、ASTM STP, 868(1985), 251-278.
- (6) Machida, K., ほか2名、Proc. NUMETA'85 Conf., (1985), 327.
- (7) Machida, K., ほか2名、Bul. JSME, 29(1986), 701.
- (8) Machida, K., ほか2名、ASME, AMD-91(1988), 309.
- (9) 町田・ほか2名、機論、55-513, A(1989), 1195.
- (10) Machida, K., ほか2名、JSME Int. J., 32(1989), 355.
- (11) 町田・ほか2名、機論、57-542, A(1991), 2384.
- (12) 町田・菊池、機論、58-556, A(1992), 2423.
- (13) 町田・ほか2名、機論、59-557, A(1993), 150.
- (14) Machida, K., ほか2名、Proc. 1982 Joint Conf. Exp. Mech., I(1982), 89.
- (15) Machida, K., ほか2名、Proc. ICF Int. Symp. Fract. Mech., (1983), 544.
- (16) 町田・ほか2名、機論、52-480, A(1986), 1938.
- (17) Smith, D.G. and Smith, C.W., Eng. Fract. Mech., 4(1972), 357.
- (18) Smith, C.W., ほか2名、文献(14)の196ページ.
- (19) Chiang, F.P. and Lu, H., Tech. Report No.485, SUNY, (1987).
- (20) Chiang, F.P. and Lu, H., 文献(8)の205ページ.
- (21) 北川・ほか2名、機論、No.793-1(1979), 64.
- (22) 石川、機論、46-401, A(1980), 67.
- (23) 東郷・ほか2名、機論、52-476, A(1986), 909.
- (24) Richard, H.A., Int. J. Fract., 17(1981), R105.
- (25) Richard, H.A. and Benitz, K., Int. J. Fract., 22(1983), R55.
- (26) 岸本・ほか3名、機論、56-524, A(1990), 957.
- (27) Rybicki, E.F. and Kanninen, M.F., Eng. Fract. Mech., 9(1977), 931.
- (28) Shivakumar, K.N., ほか2名、Int. J. Fract., 36(1988), R43.
- (29) Tulio, N., ほか2名、ASTM STP, 1131(1992), 69.
- (30) 山崎、機論、No.930-9(1993), 798.
- (31) 宮本・ほか2名、機論、49-439, A(1983), 314.
- (32) Irwin, G.R., J. Appl. Mech., 24(1957), 361.
- (33) Bergez, D., Mech. Res. Com., 1(1974), 179.