非均質材中を安定的に進展するき裂の二次元有限要素解析*

宮崎 則幸^{*1}, 中垣 通彦^{*2}, 境 俊也^{*3}
越智 健一^{*4}, 宗像 健^{*1}Two-Dimensional Finite Element Analysis of a Stably Growing Crack
in Inhomogeneous MaterialsNoriyuki MIYAZAKI, Michihiko NAKAGAKI, Toshiya SAKAI,
Kenichi OCHI and Tsuyoshi MUNAKATA

The finite element method was applied to a generation phase analysis for stable crack growth in inhomogeneous materials. Experimental data on stable crack growth in bimaterial CT specimens, which were cut from a weldment of a A 533 B Class 1 steel and a HT 80 steel plate, were numerically simulated using the node-release technique to obtain the variations of the fracture mechanics parameters such as J -integral, T^* -integral, $\hat{J}$ -integral and CTOA. New evaluation schemes for the integral parameters were proposed to be valid for integral paths passing a fusion line of dissimilar materials. It was examined whether simple estimation schemes of the J -integral for a monolithic CT specimen can be applied to a bimaterial CT specimen or not. The effect of inhomogeneity on the fracture mechanics parameter was discussed in terms of the Q -factor.

Key Words: Finite Element Method, Fracture Mechanics, Ductile Fracture, Stable Crack Growth, Inhomogeneous Materials, Q -Factor

1. 緒言

非線形破壊力学パラメータとしてRiceが提案した J 積分⁽¹⁾は非線形弾性体に対してまで有効であるが、大規模な塑性変形を伴う延性材料の破壊現象にも拡大適用されている。しかし、き裂進展に伴う除荷が存在する場合、 J 積分は経路依存性を示し、もはやき裂先端部の力学的特性を表す破壊力学パラメータとはなり得ない。一方、Atluriら⁽²⁾、岸本・青木ら⁽³⁾は、き裂進展時にも経路独立性が成り立つ破壊力学パラメータとして T^* 積分、 $\hat{J}$ 積分をそれぞれ提案している。

実際の構造物の破壊は、SCCに見られるようにしばしば溶接部を起点として生じ、溶接部を含む非均質材の破壊挙動に関する研究が重要である。このような認識のもとに、日本溶接協会内にEPI小委員会が組織され、溶接部を含む非均質材の破壊挙動に関する研究が実験、

解析の両面から行われている。著者らは、前報⁽⁴⁾において、EPI小委員会で行われた母材(A533B Class 1鋼)と溶接材(SAW=Submerged Arc Weld)から成るCT試験片を用いた非均質材中のき裂進展実験結果を用いて安定き裂成長解析を行い、き裂進展に伴う各破壊力学パラメータの変化(き裂進展抵抗曲線)を求めた。この結果、 T^* 積分、 $\hat{J}$ 積分、CTOAといったき裂先端部の特性を表す破壊力学パラメータが、非均質材中を進展するき裂の進展抵抗を合理的に表し得ることを示した。前報で解析を行った体系は、二つの材料の降伏応力の差異が比較的小さく、弱い非均質性を持ったものであった。その後、EPI小委員会では、A533B鋼とHT80鋼とを電子ビーム溶接した比較強い非均質性を有する体系において、き裂進展実験を行った。本報では、この実験データをもとにして前報と同様な安定き裂成長解析を行い、各種破壊力学パラメータのき裂進展による変化を求め、材料非均質性が破壊力学パラメータに及ぼす影響について検討した。

2. 破壊力学パラメータ

* 原稿受付 平成5年7月7日。

^{*1} 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)。^{*2} 正員, 九州工業大学情報工学部 (〒820 飯塚市川津 680-4)。^{*3} 日産自動車(株) (〒243-01 厚木市岡津古久 560-2)。^{*4} 九州大学大学院。

本研究で用いた破壊力学パラメータは、前報⁽⁴⁾と同様、J積分、T*積分、 $\hat{J}$ 積分およびCTOAである。これらのモードIに対する定義を与えておく。

J積分は、Rice⁽¹⁾により提案された非線形弾性体に対する経路積分であり、図1(a)に示す積分経路 Γ に対して次のように与えられている。

$$J = \int_{\Gamma} [Wn_1 - t_i u_{i,1}] d\Gamma \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、Wはひずみエネルギー密度、 n_1 は Γ 上に立てた外向き単位法線ベクトルの x_1 成分、 $t_i (= \sigma_{ij} n_j)$ は表面力、 σ_{ij} は応力、 u_i は変位を表す。 $u_{i,1} = \partial u_i / \partial x_1$ である。なお、CT試験片については、き裂進展に伴うJ積分の変化(J抵抗曲線)を荷重-荷重線変位より簡易的に評価する式がErnstら⁽⁵⁾、MerkleとCorten⁽⁶⁾、Ernst⁽⁷⁾により提案されている。本論文では、これらを、それぞれ J_D 、 J_{Mc} 、 J_M と記す。

T*積分はAtluriら⁽²⁾により提案された経路独立積分であり、任意の構成則、負荷・除荷過程、弾塑性き裂進展問題に対しても経路独立性が成り立つ⁽⁸⁾⁽⁹⁾。T*積分は図1(b)に示す積分経路に対して、準静的問題の場合、次式で与えられている。

$$\begin{aligned} T^* &= \int_{\Gamma_e} [Wn_1 - t_i u_{i,1}] d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma_{12345}} [Wn_1 - t_i u_{i,1}] d\Gamma \\ &\quad - \int_{V-V_e} [W, 1 - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}] dV \quad \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

ここで、 Γ_e はプロセスゾーンを内部に含むき裂先端に充分近い経路とする。また、Wは一般にひずみ履歴に依存する応力仕事密度(stress working density)であり、次式で定義される。

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad \dots\dots\dots(3)$$

T*積分の物理的な解釈は、き裂先端経路へのエネルギー流入率である。

$\hat{J}$ 積分は岸本・青木ら⁽⁸⁾により提案された経路独立積分であり、T*積分と同じように使うことができる。

(a) J 積分の経路 (b) T*, $\hat{J}$ 積分の経路

(c) CTOA の定義

図1 積分経路およびCTOAの定義

これは図1(b)に示す積分経路に対して次式により与えられている。

$$\begin{aligned} \hat{J} &= \int_{\Gamma_{12345}} [W_e n_1 - t_i u_{i,1}] d\Gamma \\ &\quad + \int_{V-V_e} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1} dV \quad \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

ここで、 W_e は弾性エネルギー密度、 ε_{ij} は弾性ひずみ以外のひずみ(eigenひずみ)をそれぞれ表す。式(2)および式(4)では V_e のとり方が問題となるが、節点の応力値をスムージングすることにより V_e を抜き取らなくても、十分経路独立性が成り立つことがわかった。そこで後に示す解析では $V_e = 0$ としている。

CTOAは図1(c)に示すように、き裂先端部の節点と、それに隣接した節点とのなす角を α としたとき

$$CTOA = 2\alpha \quad \dots\dots\dots(5)$$

により定義した。

き裂先端の破壊強度を評価する目的で有限要素法を用いてJやT*、 $\hat{J}$ などの積分パラメータを求める場合の信頼性、すなわち経路独立性については、本問題のように二つの材料特性に明かな違いが存在する場合は一考を要する。いま一般に、界面がき裂面に平行でない場合を想定し、材料の不連続界面を材料定数が滑らかに移行する微小な有限幅 δ の遷移領域を考える。異材界面は $\delta \rightarrow 0$ となる極限の場合と考えることができる。元来分布している材料定数の代表値を $M(x)$ とすると、一般に応力仕事密度Wはひずみ、材料定数、およびひずみ履歴の関数となり、その1階微分を次式で表すことができる。

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial x} \exp \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、右辺第2項は材料非均質性を示す。また、便宜上、ひずみ履歴に依存する項を第3項に分離して表した。弾塑性問題でも除荷を伴わない比例負荷の場合にはこの項は0となるが、除荷を伴う弾塑性問題のように不比例負荷の場合には、一般にこのような項が表れると考えられる。図2(a)に示すように材料の遷移領域を横切る閉曲線経路 Γ を考え、材料1および2を見込む領域を V_1 、 V_2 とし、 Γ 内の遷移領域を V_3 とする。この場合、Wは1階微分可能であるので、次式により定

(a) (b) (c)

図2 非均質体に対する積分経路

義される線積分を、ガウスの定理により釣合条件の下に面積分に書き換えると、

$$I = \int_{\Gamma} [Wn_1 - n_j \sigma_{ij} u_{i,1}] d\Gamma \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$= \int_V [W, 1 - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}] dV \quad \dots\dots\dots(8)$$

となる。ただし、 $V=V_1+V_2+V_3$ である。式(6)を式(8)に用いれば次式を得る。

$$I = I_M + I_h \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここで、

$$I_M = \int_{V_3} \left(\frac{\partial W}{\partial M} M_{,1} + \frac{\partial W}{\partial x} \right)_{\text{exp}} dV, \quad I_h = \int_{V_1+V_2} \frac{\partial W}{\partial x} \bigg|_{\text{exp}} dV \quad \dots\dots\dots(10)$$

である。 I_M および I_h の被積分関数は有限値を持つので積分可能であり、 I は有限値を持つ。不連続界面の時は I_M の被積分関数は積分不能であるが、 $\delta \rightarrow 0$ となる極限においては I_M はある主値を持つ。しかし、有限要素解析では、この時 $V_3=0$ となるので被積分関数のいかに係わらず $I_M=0$ となり、積分 I を正しく評価することができない。よって、不連続界面が存在するき裂問題に対して、式(2)や式(4)に示す T^* 積分や $\hat{J}$ 積分のように同様の項を持つ積分パラメータは正しく算定できない。

一方、式(7)に示す線積分の被積分関数は $\delta \rightarrow 0$ の時、不連続ではあるが、 Γ 上では特異性を持たないので積分可能である。 $\delta \rightarrow 0$ の極限では式(7)と式(9)から特異積分項は次のように表せる。

$$I_M = \int_{\Gamma^+ + \Gamma^-} [Wn_1 - n_j \sigma_{ij} u_{i,1}] d\Gamma \quad \dots\dots(11)$$

ただし、 Γ^+ 上の積分は界面に沿った経路積分を界面の右側から外挿して行い、 Γ^- 上の積分は、界面の左側から外挿して行う。

以上より、異材界面が存在するき裂の T^* 積分や $\hat{J}$ 積分などの領域積分を含む破壊力学パラメータの有限要素解析による算定方法として、以下に示す2つの方法が考えられる。

(1)傾斜要素による非均質界面のモデル化：図2(b)に示すように界面に微小幅 δ の傾斜要素を導入することにより領域積分の被積分関数を有限化し、 T^* 積分や $\hat{J}$ 積分を算定する。異材接合界面の場合は、 $\delta \rightarrow 0$ として積分値を推定することができるが、実際には比較的小さな δ の傾斜要素を設定することで充分である。この方法によって T^* 積分等の経路独立性を確保し、き裂強度のみを評価することができる。

(2)界面経路による修正：図2(c)の非均質材料界面上で、式(11)に示す I_M を T^* 積分や $\hat{J}$ 積分に利用することによって不連続界面の非均質性の評価を除去し、き裂強度のみを評価する。 T^* 積分については次式によって定義される。

$$\begin{aligned} T^* &= \int_{\Gamma_{12345}} [Wn_1 - t_i u_{i,1}] d\Gamma \\ &\quad - \int_{\Gamma^+ + \Gamma^-} [Wn_1 - t_i u_{i,1}] d\Gamma \\ &\quad - \int_{V-V_e} [W, 1 - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}] dV \quad \dots\dots(12) \end{aligned}$$

ひずみ履歴に依存する非均質性がない場合の J 積分の取扱いについては、宮本・菊池⁽¹⁰⁾が報告しており、また同様の T^* の取扱いについては西岡ら⁽¹¹⁾も報告している。

上記二つの方法の有効性に関する非均質破壊の解析結果は文献(12)(13)(14)に報告されているので参照されたい。

3. 解析対象および解析方法

解析対象とした材料はA533B Class 1鋼とHT80鋼とを電子ビーム溶接したものであり、これからCT試験片を切り出した。図3に解析対象とした8種類のCT試験片の2分の1概念図を示す。すなわち、A533B鋼とHT80鋼のみから成る均質試験片（以下それぞれA5、HTと呼ぶ）、荷重負荷点側がA533B鋼、リガメント側がHT80鋼であり、試験片の幅に占めるA533B鋼の割合が約0.3、0.6、0.8となっているAH3、AH6、AH8試験片、および荷重負荷点側がHT80鋼、リガメント側がA533B鋼であり、試験片の幅に占めるHT80鋼の割合が約0.3、0.6、0.8となっているHA3、HA6、HA8試験片の合計8種類である。非均質試験片の場合には、き裂は溶接線に対して垂直に入っている。また、き裂先端部は、A5、HA3、AH8ではA533B鋼中にあり、HT、HA3、AH6、HA8ではHT80鋼中にある。な

図3 8種類のCT試験片

図4 試験片の詳細寸法 (AH6)

図5 有限要素メッシュおよび積分経路 (AH6)

お、HA6では、き裂先端部は丁度溶接線上に位置している。図4にAH6の場合の詳細寸法を示す。上記のCT試験片のうち、A5、AH3、AH8、HA3、HA8については板厚の20%のサイドグループが付けられている。

本解析では、二次元8節点アイソパラメトリック要素を用い、対称性を考慮して、CT試験片の半分をモデル化した。また、増分塑性理論に基づく J_2 等方性硬化則を用いた。図5にAH6の場合の有限要素メッシュおよび積分経路を示す。A533B鋼とHT80鋼との接合界面近傍には材料定数値を連続的に変化させるために前述の傾斜要素を配置してある。

解析に用いた材料定数は、A533B鋼とHT80鋼に対するものであり、縦弾性係数 E 、ポアソン比 ν 、および降伏応力 σ_{ys} は下記の通りである。

A533B鋼 : $E=206.0\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\sigma_{ys}=550.0\text{MPa}$

図6 応力-ひずみ関係

図7 実験により求められたき裂進展量と2分の1荷重線変位の関係

HT80鋼 : $E=206.0\text{MPa}$, $\nu=0.3$, $\sigma_{ys}=760.0\text{MPa}$
解析には図6に示すような多直線近似した応力-ひずみ関係を用いた。

本解析では、いわゆる生成形のき裂進展シミュレーションを行った。すなわち、図7に示す各CT試験片による実験から得られた2分の1荷重線変位-き裂進展量の関係を忠実に満たすように節点解放法によりき裂進展のシミュレーションを行い、き裂進展に伴う破壊力学パラメータの変化を求めた。なお、図7中の破線の間隔はき裂進展経路に沿う有限要素寸法を示す。解析は平面ひずみと平面応力について行った。

4. 解析結果および考察

4. 1 各種き裂進展抵抗曲線 図8(a)(b)に解析から得られた荷重-荷重線変位と実験結果との比較を、AH6とHA6の場合について示す。解析結果は、平面ひずみと平面応力の両者が与えられている。紙面の都合で、その他の場合の結果は省略するが、A5, AH3, AH6, AH8, HA8の場合は、実験結果は平面ひずみを仮定した解析結果に近く、HA3とHA6の場合は、実験結果は平面応力を仮定した解析結果に近い。なお、HTについては、中間的な挙動を示している。

図9(a)(b)(c)に、AH6の場合について、き裂進展量 Δa をいくつか変えたときの各経路積分パラメータの経路依存性を示す。図より、 T^* 積分、 $\hat{J}$ 積分はき裂進展後も経路独立性がほぼ成り立ち、き裂先端部の力学的特性を表しうることがわかる。一方、 J 積分は、き裂進展後には経路独立性が崩れ、き裂先端部の力学的特性を表す破壊力学パラメータとはなり得ない。このように、厳密な意味からは J 積分をき裂進展後の挙動を表すための破壊力学パラメータとして用いることはできない。しかし、 T^* 積分、 $\hat{J}$ 積分等の破壊力学パラメータについては、CT試験片のような簡単な形状の場合においても、それらを求めるために有限要素法のような数値計算法によらなければならず、実用的な評価手段に欠けているという難点がある。一方、 J 積分は、各種の簡易評価法が提案されており、これらを用いることにより、たとえばCT試験片によるき裂進展実験データから J 抵抗曲線を容易に求めることができる。このようなことから、 J 積分は、き裂進展後は破壊力学パラメータとしての妥当性を失うにもかかわらず、材料のき裂進展抵抗を表すために拡大適用されている。 J 積分を求めるための簡易評価式は全て均質体に対して提案されたものであり、本研究で対象としている非均質体に対する適用性についてはこれまで検討されていない。

図10(a)~(h)に各場合の J 積分のき裂進展量による変化(J 抵抗曲線)を示す。簡易評価式としては、前述の J_D 、 J_{MC} 、 J_M の3つを用いた。図中で $J_{D(EXP)}$ 、 $J_{MC(EXP)}$ と記されているのは、実験より求めた荷重-荷重線変位関係を用いて計算したものであり、単に J_D 、 J_{MC} 、 J_M と表記されているのは、有限要素解析より求めた荷重-荷重線変位関係を用いて計算したものである。また、 J_{PATH} は、き裂先端部から充分離れた経路での J 積分値を示す。なお、HA3とHA6は、図8に示した荷重-荷重線変位が、これらの場合については平面応力を仮定した方が妥当な結果を与えることから平面応力の場合の結果を示してある。図10より、いずれの場合も、 J_{PATH} と J_D とが互いに近い値を与えている。これらは、また、 $J_{D(EXP)}$ 、 $J_{MC(EXP)}$ とも比較的良く一致して

いる。したがって、非均質体においてもErnstらの提案した J_D を用いることができる。

(a) AH6

(b) HA6

図8 荷重-荷重線変位関係

(a) J 積分

(b) T* 積分

(c) J-hat 積分

図9 各経路積分の経路依存性 (AH6)

き裂先端部がA533B鋼中にある場合 (A5, HA3, HA6, AH8) とHT80鋼中にある場合 (HT, AH3, AH6, HA8) とに分けて、き裂先端部の特性を表す破壊力学パラメータ T^* , $CTOA$, および遠方場での J_{PATH} のき裂進展量による変化を、平面ひずみの場合について図11(a)(b), 図12(a)(b), 図13(a)(b)にそれぞれ示す。 $\hat{J}$ 抵抗曲線は T^* 抵抗曲線とほとんど一致するのでこの結果は省略した。各抵抗曲線の値の大小関係には同一の傾向が認められる。このことは、遠方場の J_{PATH} はき裂進展後はき裂先端部の力学的特性を表す量ではないが、き裂進展抵抗を表す指標として用いることができることを示している。図よりわかる最も特徴的な事実は、AH8が非常に高いき裂進展抵抗を示すことである。このことは、き裂先端部が同じA533B鋼中にあるA5と比べることにより一層明確となる。Garwood⁽¹⁶⁾によって、同じ材料であっても、3点曲げ試験片と中央き裂付き試験片では、後者の方がき裂先端部の板厚方向の拘束が弱く、応力の三軸性が低いために、高いき裂進展抵抗を示すことが報告されている。AH8とA5を比較すると、AH8はリガメント部の曲げ変形が降伏応力の高いHT80鋼により拘束されるものと考えられる。したがって、Garwoodの実験結果からの類推より、定性的にはAH8の方がA5よりも高いき裂進展抵抗を示すものと考えられる。このような事実は、き裂先端部の力学的特性を表すパラメータである T^* 積分, $\hat{J}$ 積分を用いても、き裂進展抵抗はき裂先端部が存在する材料のみによって決まるのではなく、溶接材料といった周囲の拘束状態の影響

図 11 T^* 抵抗曲線

を受けることを示している。き裂先端部がA533B鋼中にあるHA3も比較的高いき裂進展抵抗を示しているが、この場合は前述のようにき裂進展現象が平面応力に近い状態で生じていることによるものと考えられる。同じく、き裂進展現象が平面応力に近い状態で生じている

(a) き裂先端部がA533B鋼中にある場合

(b) き裂先端部がHT80鋼中にある場合

図 12 CTOA 抵抗曲線

(a) き裂先端部がA533B鋼中にある場合 (b) き裂先端部がHT80鋼中にある場合

図 13 J 抵抗曲線

と考えられるHA6は低いき裂進展抵抗を示しているが、これは、ぜい性度の高い溶接ビード部をき裂が進展することによって考えられる。一方、き裂先端部がHT80鋼中にある場合について見ると、AH6が他よりも幾分高いき裂進展抵抗を示していることがわかる。これは、AH8の場合のように、リガメント部に降伏応力の高い材料があるために曲げ変形が抑制された効果と考えることができる。

4. 2 Qファクターを用いた考察 O'DowdとShih⁽¹⁶⁾は、き裂先端応力場がHRR特異応力場から離れていく程度を表すパラメータとして下記のようなQファクターを提案した。

$$Q = \frac{(\sigma_{\theta\theta}) - (\sigma_{\theta\theta})_{HRR}}{\sigma_0} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 $(\sigma_{\theta\theta})_{HRR}$ はHRR特異応力場の $\sigma_{\theta\theta}$ 成分、 σ_0 は降伏応力である。Qファクターは、通常、 $r=2J/\sigma_0$ 、 $\theta=0$ の位置で定義される。このQファクターは応力の三軸度を表すパラメータであり、この絶対値が増加すると応力の三軸度が低下し、高い破壊靱性値を示すようになる。

図14にAH6の場合について、各き裂進展量におけるき裂先端応力場とHRR特異応力場の比較を示す。このような図より、各き裂進展量に対してQファクターを求めた。図15に、Qファクターのき裂進展量に対する変化を、き裂先端部がA533B鋼中にある場合とHT80鋼中にある場合に分けて示す。これらの図より、AH8、HA3、AH6の場合には、き裂進展量に対してQファクターが大きく変化していることがわかる。図11、12、13に示した各き裂進展抵抗曲線と図15とを比較すると、Qファクターとき裂進展抵抗曲線との間に定性的関連があることがわかる。すなわち、Qファクターがき裂進展量によって大きく変化するAH8、HA3、AH6は、他に比べて大きなき裂進展抵抗を示している。このことは、Qファクターを用いて、き裂進展抵抗に及ぼす材料非

図 14 き裂先端応力場とHRR特異応力場の比較(AH6)

(a) き裂先端部がA533B鋼中にある場合

(b) き裂先端部がHT80鋼中にある場合

図15 Qファクターのき裂進展による変化

均質性の影響を定量化し得ることを示唆している。

5. 結言

降伏応力が大きく異なるA533B鋼とHT80鋼とを電子ビーム溶接により接合したCT試験片中をき裂が安定的に進展する場合の生成形のき裂進展解析を行い、各種破壊力学パラメータのき裂進展量による変化を求めた。これより、下記のことがわかった。

- (1) 均質体に対して提案された簡易評価J積分のうち、 J_0 は非均質体に対しても適用することができる。
- (2) き裂先端部の力学的特性を表す T^* 積分、 $\hat{J}$ 積分は本解析対象のような強い材料非均質性を持つ場合の安定き裂進展に対しても良好な経路独立性が成り立ち、破壊力学パラメータとして有効である。

(3) CT0A抵抗曲線、遠方場のJ積分を用いたJ抵抗曲線は、 T^* 抵抗曲線、 $\hat{J}$ 抵抗曲線と定性的な傾向は一致しているため、これらもき裂進展抵抗を表す指標として用いることができる。

(4) Qファクターとき裂進展抵抗の間には明確な相関が認められる。このことは、Qファクターを用いてき裂進展抵抗に及ぼす材料非均質性の影響を定量化しうることを示している。

本研究は、電力会社、原子力メーカー、米国NRC、マーチン・マリエッタ社 (Subcontract No.19x-SD561) からの資金援助のもとに、(社)日本溶接協会のEPI小委員会で行われた研究成果の一部である。

文献

- (1) Rice, J. R., J. Appl. Mech., 35(1969), 379.
- (2) Atluri, S. N., ほか 2 名, Eng. Fract. Mech., 20(1984), 209.
- (3) 岸本, ほか 2 名, 機論, 46-410(1980), 1049.
- (4) 宮崎, ほか 4 名, 機論, 58-551A(1992), 1186.
- (5) Ernst, H. A., ほか 2 名, ASTM STP 743(1981), 476.
- (6) Merkle, J. G. and Corten, H. T., J. Press. Vessel Tech., 94(1974), 286.
- (7) Ernst, H. A., ASTM STP 803(1983), I-191.
- (8) Brust, F. W., ほか 2 名, Eng. Fract. Mech., 22(1985), 1079.
- (9) Brust, F. W., ほか 2 名, Eng. Fract. Mech., 23(1986), 537.
- (10) Miyamoto, H. and Kikuchi, M., Numerical Methods in Fracture Mechanics, D. R. J. Owen and A. R. Luxmoore, eds., Pineridge Press (1980), 359.
- (11) 西岡, ほか 2 名, 機論, 59-561A(1993), 1319.
- (12) 矢川編, 非均質構造材料の弾塑性破壊力学に関する研究 (IV), 日本溶接協会, JWES-AE-9204 (1992), 118.
- (13) 中垣, ほか 2 名, 材料力学部門講演会講演論文集, 920-72(1992), 167.
- (14) Nakagaki, M., et al., Computer Aided Innovation of New Materials II, M. Doyama, et al., eds., North-Holland(1993), 1667.
- (15) Garwood, S. J., ASTM STP 677(1979), 511.
- (16) O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., J. Mech. Phys. Solids, 39(1991), 989.