有限要素多結晶モデルによる塑性変形解析*

本 橋 元^{*1}, 影 沢 豊 彦^{*2}
高 橋 寛^{*1}, 土 田 信^{*3}

Plastic Deformation Analysis by Finite-Element Polycrystal Model

Hajime MOTOHASHI, Toyohiko KAGESAWA,
Hiroshi TAKAHASHI and Shin TSUCHIDA

A finite-element polycrystal model proposed by Takahashi [Int. J. Plasticity, **10** (1994), 63.] where each element in FEM is assumed to be a crystal having different orientations is applied to 3-dimensional plastic deformation analysis of ear in deep drawing and texture in extrusion. The crystal orientations are determined from the pole figures obtained by X-ray diffraction. The calculated results for FCC metal are compared with the experiments for aluminium and these results almost agree. Even though the number of crystals is limited due to the computational cost, the predicted features are appropriate for practical use.

Key Words: Finite-Element Method, Plastic Working, Anisotropy, Micromechanics, Polycrystal Model, Texture, Deep Drawing, Extrusion

1. 結 言

圧延加工や引抜き・押出加工は変形が極めて大きく、結晶粒の回転による変形集合組織が発達する。これによって材料には大きな塑性異方性が誘起されるが、これをその後の二次加工における塑性変形解析にどのように取り入れるかは実用上重要な問題である。

従来、異方性は降伏曲面の変化としてモデル化され、Hill の二次降伏関数⁽¹⁾を初めとしてさまざまな降伏関数^{(2)~(5)}が提案されてきた。しかしそれらが利用できるのは比較的変形が小さく負荷履歴が単純で、異方性パラメータが大きく変化しない場合である。異方性パラメータの変形依存性は、これまでほとんど議論されていない。今後も降伏曲面モデルを通して異方性の進展を扱うことは難しいものと思われる。

これに対して結晶塑性に基づく多結晶モデルによれば結晶粒の回転を扱うことができるため塑性異方性の進展を追跡できる。例えば、高橋らは有限要素多結晶モデル⁽⁶⁾を圧延材の数値材料試験に適用して、 r 値や

降伏応力の方向依存性について実験と良い一致を得ている⁽⁷⁾。

さらに最近、多結晶モデルを一樣変形だけでなく、もう一步進めて実際的な塑性加工の不均一変形に適用することが試みられている。例えば、Mathur らは圧延の集合組織⁽⁸⁾や線引きの繊維組織⁽⁹⁾の解析をした。Kalidindi ら⁽¹⁰⁾は平面ひずみ鍛造の解析を行った。また、Becker ら⁽¹¹⁾は単結晶および多結晶板の深絞り容器の耳を予測した。Beaudoin ら⁽¹²⁾は円柱圧縮を解析した。以上の計算モデルは、いずれも FEM 各要素をそれぞれ多結晶体とみなし、それぞれに Taylor の多結晶モデルを適用するものである。各要素内の各結晶粒ごとにその挙動を追跡するため計算量は莫大であり、計算機の並列処理等の工夫がなされているようである⁽¹²⁾。

これに対し、本研究は FEM 各要素を 1 個の結晶粒とみなす高橋の有限要素多結晶モデルを塑性加工解析に適用しようとするものである。解析の対象は、深絞り容器の耳の発達と、丸棒押出加工の集合組織進展を取り上げ、いずれも三次元問題として解析する。

2. 基 礎 式

高橋の有限要素多結晶モデル⁽⁶⁾の概略を以下に示

* 原稿受付 平成 6 年 5 月 2 日。

^{*1} 正員, 山形大学工学部 (〒992 米沢市城南 4-3-16)。

^{*2} 学生員, 山形大学大学院。

^{*3} 住友軽金属工業(株)技術研究所 (〒455 名古屋市港区千年 3-1-1)。

す。ひずみおよびスピン増分を変位増分 $\dot{\mathbf{u}}$ を使って次のようにマトリックス表現する。

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = [\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y, \dot{\epsilon}_z, \dot{\gamma}_{yz}, \dot{\gamma}_{zx}, \dot{\gamma}_{xy}]^T, \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = [\dot{\omega}_{yz}, \dot{\omega}_{zx}, \dot{\omega}_{xy}]^T$$

$\mathbf{B}$ および $\mathbf{C}$ マトリックスは FEM の各要素を四面体サブ要素に分割し、その合成から算出する。

Hooke の法則を次式で表す。

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^i - \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし応力 $\boldsymbol{\sigma}^i$ は 1 ステップ前の値、 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ は塑性ひずみ増分、 $\mathbf{D}$ は等方弾性係数マトリックスである。

仮想仕事の原理より次の全体剛性方程式を得る。

$$\mathbf{K}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_p \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV, \quad \mathbf{F}_p = \int \mathbf{B}^T (\mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p - \boldsymbol{\sigma}^i) dV \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで $\mathbf{F}$ は節点外力、 $\mathbf{F}_p$ は仮想的な節点外力である。

r 番めのすべり系においてすべり面法線ベクトルを $\mathbf{a}^{(r)}$ 、すべり方向ベクトルを $\mathbf{b}^{(r)}$ とおくと Schmid Tensor は次のように表される。

$$L_{ij}^{(r)} = (a_i^{(r)} b_j^{(r)} + a_j^{(r)} b_i^{(r)})/2 \quad \left. \dots\dots\dots (5) \right\} \\ W_{ij}^{(r)} = (a_i^{(r)} b_j^{(r)} - a_j^{(r)} b_i^{(r)})/2$$

すべり系 r における塑性せん断ひずみ増分を $\dot{\gamma}^{(r)}$ とすると、単結晶(各要素)の塑性ひずみ増分 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ および塑性スピン増分 $\dot{\boldsymbol{\omega}}^p$ は、次式で与えられる。

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \sum \mathbf{L}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)}, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}^p = \sum \mathbf{W}^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし

$$\mathbf{L}^{(r)} = [L_{xx}^{(r)}, L_{yy}^{(r)}, L_{zz}^{(r)}, 2L_{yz}^{(r)}, 2L_{zx}^{(r)}, 2L_{xy}^{(r)}]^T \\ \mathbf{W}^{(r)} = [W_{yz}^{(r)}, W_{zx}^{(r)}, W_{xy}^{(r)}]^T$$

図 1 要素分割

初め塑性ひずみ増分 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ を零と仮定し、全体剛性方程式(3)より、弾性的な応答を求める。これによる分解せん断応力 $\tau^{(r)}$ は降伏せん断応力 $k^{(r)}$ を大きく超えるはずなので、それぞれの超過量に応じてすべり系の塑性せん断ひずみ増分 $\dot{\gamma}^{(r)}$ を少し増やす。これによって各結晶粒に $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ が与えられるので、これを基に仮想的な節点外力 $\mathbf{F}_p$ を求め、式(3)を解き直す。この状態で再び $\tau^{(r)}$ を求め、 $k^{(r)}$ を超過した量に応じて $\dot{\gamma}^{(r)}$ をさらに少し増やす。以下、各活動すべり系の $|\tau^{(r)}|$ が $k^{(r)}$ に等しくなるまでこの操作を繰返し、 $\dot{\gamma}^{(r)}$ を累積していく。以上の考え方を実現するために、次の $\dot{\gamma}^{(r)}$ に関する微分方程式を考える。

$$2G \frac{d(\zeta^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)})}{d\rho} = \zeta^{(r)} \tau^{(r)} - k^{(r)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし

$\tau^{(r)} = [\mathbf{L}^{(r)}]^T \boldsymbol{\sigma}$, $\zeta^{(r)} = \text{sign}(\tau^{(r)})$, G : 横弾性係数
 ρ は単調増加のパラメータである。 $\rho=0$ で $\dot{\gamma}^{(r)}=0$ とし、累積の途中で $\zeta^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)} < 0$ となったら、そのすべり系については $\dot{\gamma}^{(r)}=0$ (すなわち塑性せん断ひずみ増分は $\tau^{(r)}$ の逆符号方向には増えない) として累積を続行する。塑性ひずみ増分 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ が収束するまで式(3)、(7)を交互に解く。 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ が収束した時点では $d(\zeta^{(r)} \dot{\gamma}^{(r)})=0$ であるので、 $|\tau^{(r)}|$ が $k^{(r)}$ を超えることはない。

降伏せん断応力は一般に加工硬化によって増加する。もし Taylor の等方硬化則を採用するとすべてのすべり系に対して次式が成立する。

$$k = f \left(\sum \int |d\gamma^{(r)}| \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

本研究では加工硬化を考えずに一定とした。

次に格子回転 $\dot{\omega}_{ij}^g$ は弾性スピンを無視すると、次式で与えられる。

$$\dot{\omega}_{ij}^g = \dot{\omega}_{ij} - \dot{\omega}_{ij}^p \quad \dots\dots\dots (9)$$

これを基に結晶方位の変化量が計算できる。

3. 深絞り容器の耳の予測

3・1 計算条件 深絞り容器縁の耳は、主にフランジ部での絞り変形によって発生し、容器壁における変形は耳の発生、発達にほとんど寄与しないと考えられる。そこで本研究ではフランジ部分だけを扱うことにし、圧延方向に関する対称性を考慮してその 1/4 を計算対象とする。直径 90 mm、板厚 1 mm のアルミニウム板を考え、図 1 に示すようにパンチ径付近でアスペクト比がほぼ 1 になるように、半径方向分割数 $N_r=10$ 、円周方向分割数 $N_\theta=16$ 、板厚方向分割数 $N_z=3$ の合計 480 要素に分割を行った。各要素は 8 節点六面

体要素とし、全体の節点数は 748 である。

ブランク下面では z 方向変位を拘束し、ブランク上面は自由表面とした。内半径上の節点には半径方向中心向きの一様変位を与えた。計算が進んで内側の要素リングがパンチ半径 (26 mm) より内側に入った時点でこれを計算から除外し、残ったフランジについて新たな内半径面に中心向きの一様変位を与えることで計算を続行した。

3・2 計算結果

3・2・1 単結晶板 すべての結晶粒に同じ結晶方位を与えれば単結晶材料となり、最も強い異方性を示すはずである。ここでは板面が (100), (110), (112) である 3 種類の単結晶板について計算を行った。図 2 に内側から五つめの要素リングがパンチ径の内側に入るまで絞ったときのフランジの形状を示す。図 2 (a) は

図 2 単結晶板の絞り

圧延集合組織を焼なましして得られる再結晶集合組織である立方体組織に相当するもので、実験的にも圧延方向および直角方向に耳を生じることが知られている。

3・2・2 多結晶等方性板 有限要素多結晶モデルにおいて各要素(各結晶粒)の結晶方位を乱数で与えれば等方性材料を表現できる。つまりフランジ外周は真円の形を保ったまま、変形が進むはずである。しかし分割数が少ないと等方性とは言えない。よって多結晶モデルでは、結晶方位を乱数で与えたときに等方的な変形を保証する程度の結晶粒数が必要ということになる。計算結果の一例を図 3 に示す。かすかな不均一変

図 3 多結晶等方性板の絞り

図 4 深絞り試験の工具形状およびブランク

図 5 変形後のブランク形状

形が見られるが巨視的にはほぼ均一な変形をしていると言える。

3・2・3 多結晶異方性板 アルミニウム板 (A 1050 板厚 2 mm) の圧延方向 (R_0D : 初期圧延方向) および圧延直角方向にさらに圧下率 50% の予ひずみ圧延を施し, 2 種類の異方性板を用意した。この予ひずみ圧延の方向を RD とし, 前者を A 材, 後者を B 材とする。この板から直径 90 mm のブランクを切出し, 深絞り試験を行った。工具形状を図 4 に示す。フランジモデルによる計算結果と比較するために, パンチストローク 21 mm のところで加工をやめ, ブランクの一部をフランジとして残した。変形後のブランク形状を図 5 に示す。A 材, B 材ともに 45° 方向に耳が発生している。

予ひずみ圧延板の結晶方位を X 線回折により測定し, $\{111\}$ 面正極点図を求めた。このデータを基に多結晶モデルにおける各結晶粒の結晶方位を高橋ら⁽⁷⁾の方法で決定した。この結晶方位分布とそれをもとに計算したシミュレーションの結果を図 6 に示す。図 7 はフランジ外周半径の円周方向分布を調べたもので, 実線は計算において要素リングを削除した各ステップごとのものを表し, 破線は実験結果である。定量的な一致は得られていないが, 耳の発生位置についてはほ

ぼ満足すべきものと思われる。

4. 丸棒押出加工の解析

4・1 計算条件 本研究では, 押出材の中心部と表層部の集合組織を調べることに主眼をおく。軸対称変形を想定して $1/6$ の扇形を計算領域とし, 図 8 に示す様に三角柱要素を採用した。軸方向の要素分割は, 変形前の要素アスペクト比が 4, 変形終了後は約 $1/4$ となるようにした。半径方向 $N_R=6$, 軸方向 $N_L=20$ 分割とし, 要素数 720, 節点数 588 である。

(a) A 材 (初期圧延方向予ひずみ圧延板)

(b) B 材 (初期圧延直角方向予ひずみ圧延板)

図 7 フランジ半径の実験と計算の比較

(a) A 材 (初期圧延方向予ひずみ圧延板)

(b) B 材 (初期圧延直角方向予ひずみ圧延板)

図 6 結晶方位分布と計算結果

(a) 軸直角断面

(b) 軸平行断面

図 8 要素分割および境界条件

ダイス角は $\alpha=45^\circ$ とし、ダイス出入口の角部には、少なくとも2節点がある上に位置するように十分大きな丸み半径を設け、境界条件が連続的に変化するようにした。計算1ステップ当たりの押し込み量は、変形前の要素長さ(L_z/N_L)の1%とした。なお簡略化のために、接触面での摩擦は考えない。

図9 変形パターン

図10 変形に伴う繊維組織の進展

非定常解析であるが、定常状態を得るためにダイス通過後、ほとんど変形しなくなった先頭の要素1列を解析から除去し、その代わりに押し込み側に新しい未変形要素を追加する。これによって、変形が終了した要素から集合組織に関するデータを得ることができる。

4.2 解析結果 図9は押し比4 ($R_D/R_B=0.5$)の変形パターンを含軸断面で表したものである。変形前の結晶方位は等方性として乱数で与える。 n はステップ数である。 $n \geq 1500$ で前述した要素の除去および追加を行っている。

図10は押し加工に伴う結晶組織の進展の様子を中心付近(内側2列の要素)について調べた結果で、押し方向を逆極点図に投影したものである。結晶方位のデータは変形がほぼ定常になった後の、観察点(a)～(f)に位置した要素から得たもので、各図とも100

図11 押しシミュレーションによる{100}極点図(押し比6.25, $R_D/R_B=0.4$)

図12 押出材の{100}極点図(X線回折)

図13 押出材の偏光組織

表 1 押出加工条件

Billet diameter	406 mm
Extruded rod diameter	60 mm
Extrusion ratio	45.8
Chemical compositions(wt%)	Al-1.0Mn-1.7Mg-0.2Si-0.5Fe
Extrusion temperature	450°C
Extrusion speed	20 m/min

個の結晶粒を含んでいる。ダイス中程から出口側にかけて組織が進展し、主方位〈111〉に〈100〉方位を含む二重繊維組織が形成されることがわかる。

押出比を 6.25 とした場合の最終的な組織を、押出方向直角断面における {100} 極点図で表したものを図 11 に示す。表層部 [(b)図, 外側 1 列の要素] では中心付近 [(a)図, 内側 2 列の要素] よりも組織化が弱い、中心付近と同様に〈111〉が主方位であると思われる。

次に実験と比較するために表 1 の実験条件で加工した押出材の集合組織を X 線回折で調べ、これを図 12 に示す。一般には押出加工中ないし押出直後に再結晶が起こるが、本実験では押出温度が 450°C で再結晶が進みにくく、図 13 に示すように表層部・中心部いずれも長く伸長した組織になっている。そこで測定した集合組織には再結晶の影響がほとんどなく、変形集合組織であると思われる。押出比が異なるので直接比較することは難しいが、定性的な判断は可能と思われる。図 12 において中心付近では計算結果と同様な混合組織になっていることがわかる。一方、表層部では中心部よりはやや弱いものの、中心部と同様に発達した組織が観察される。これは計算値 [図 11(b)] に比べてかなり強い組織になっているが、傾向としては予測し

たものと同じであると言える。

5. 結 論

高橋らが提案した有限要素多結晶モデル⁽⁶⁾を三次元塑性変形解析に適用した。このモデルは結晶塑性論に基づくもので、結晶格子の回転による材料の微視的構造の変化を扱うことができる。このため巨視的塑性変形と、微視的特性の変化を関連づけることが可能である。

本研究では深絞り加工における耳の発達および押出加工における繊維組織進展の問題を取り上げた。いずれも実験で得られた傾向を予測することができた。

以上の議論から結晶粒数がそれほど多くなくても本研究のモデルにおいて、かなり実地的な塑性変形解析が可能であると言える。

文 献

- (1) Hill, R., *Mathematical Theory of Plasticity*, (1950), 332, Oxford Press.
- (2) Woodthorpe, J. and Pearce, R., *Int. J. Mech. Sci.*, **12** (1970), 341.
- (3) Gotoh, M., *Int. J. Mech. Sci.*, **19**(1977), 505, 513.
- (4) Takeda, T., *J. Strain Analysis*, **26**(1991), 201.
- (5) Hill, R., *J. Mech. Phys. Solids*, **38**(1990), 405.
- (6) Takahashi, H., Motohashi, H., ほか 2 名, *Int. J. Plasticity*, **10**(1994), 63.
- (7) 高橋・増子・ほか 2 名, *機論*, **60**-573, A(1994), 1210.
- (8) Mathur, K. K. and Dawson, P. R., *Int. J. Plasticity*, **5** (1989), 67.
- (9) Mathur, K. K. and Dawson, P. R., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **112**(1990), 292.
- (10) Kalidindi, S. R., Bronkhorst, C. A. and Anand, L., *J. Mech. Phys. Solids*, **40**(1992), 537.
- (11) Becker, R., Smelser, R. E. and Panchanadeeswaran, S., *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **1**(1993), 203.
- (12) Beaudoin, A. J., Mathur, K. K., ほか 2 名, *Int. J. Plasticity*, **9**(1993), 833.