可変突然変異率を有する遺伝的アルゴリズムによる
トラス構造物の最適設計問題*富田 啓一^{*1}, 登坂 宣好^{*2}Optimum Design of Truss Structure
by Genetic Algorithm with Variable Mutation Ratio

Keiichi TOMITA and Nobuyoshi TOSAKA

The metastrategy to solve discrete optimization problems is proposed and discussed. The proposed solution procedure is based on the genetic algorithm, GA, in which the idea of simulated annealing, SA is introduced effectively. The procedure has a distinctive feature that the number of generations can be reduced by introducing the idea of the variable mutation ratio in GA based on the annealing schedule of temperature is SA. Applicability is examined with the shape of the optimization problem of the truss structure subjected to three kinds of constraints on homologous displacement, the first eigenfrequency and minimum weight.

Key Words: Optimization, Genetic Algorithm, Variable Mutation Ratio, Truss Structure, Homologous Displacement, Eigenfrequency, Minimum Weight

1. 緒言

近年、構造物が巨大化、複雑化し、その設計はますます高度化かつ精緻化してきた。そのような傾向に伴い、種々の制約条件を満たす構造物の設計が様々な最適化手法を適用することによって行われている⁽¹⁾。大口径パラボラアンテナを設置するためのトラス構造物のホモロガス変位モード指定に対する形態解析⁽²⁾はその一例である。

トラス構造物の最適設計問題は、部材の配置、種類の選択等に関する組合せ最適化問題として定式化することができる。近年、組合せ最適化問題に対する解析法が進展し、様々な手法が提案されている⁽³⁾。その中でも遺伝的アルゴリズム (genetic algorithms : GA) が注目され各種の問題への適用が盛んになってきた^{(4)~(9)}。その結果、GA をトラス構造の最適化問題に適用する研究が活発化している^{(10)~(14)}。

GAは生物進化のメカニズムと考えられる選択淘汰、交叉、突然変異という遺伝的操作による確率的探索最適化手法と考えられている^{(4)~(6)}。現在ではGAを

より有効な最適化手法とするため種々の改良が提案されている⁽¹⁴⁾。特に上記の遺伝的操作の中でも突然変異率の設定が重要であり、最終的に得られる準最適解への収束に悪影響を及ぼすことが知られている。したがってその点に関する操作の改良が必要となる。

そこで本論文では、スピン系などの物理系シミュレーションに用いられるシミュレーテッド・アニーリング (simulated annealing : SA) 法^{(15),(16)}における温度の制御手法に着目し、突然変異操作に改良を加えることを目的とした手法を提案する。この手法によれば、初期に設定した突然変異率に固定された世代の進化が行われるのではなく、SAで高温を意味する環境下では大きな突然変異率を設定し、低温下では突然変異率を小さくすることになる。

以上より、突然変異率を可変にした本提案手法は、生物の置かれている環境の変化を取り入れて生物の進化のプロセスをシミュレートしようとするものであり、また2つ以上の手法を組み合わせることによって、より有効な手法を構築するといういわゆるメタ戦略とも考えられる⁽³⁾。

3、4章ではトラス構造を取り上げ、その変位モード指定 (ホモロガス構造)、固有振動数指定および最小重量設計という複雑な形状最適化問題の解析を行

* 原稿受付 平成6年6月14日。

^{*1} 学生員, 日本大学大学院 (〒275 習志野市泉町1-2-1)。^{*2} 正員, 日本大学生産工学部。

い、従来のGAによる準最適解とを比較することによって本手法の特徴および有効性を示す。

2. 最適化手法

ここでは本論文で提案する手法と、その基となる2つの最適化手法を概説する。

2.1 遺伝的アルゴリズム

GAは、生物進化のメカニズムと考えられる選択淘汰、交叉、突然変異の原理に着想を得たアルゴリズムであり、Holland⁽⁵⁾によって導入された確率的探索最適化の一手法である。GAの流れを図1に示す。この際、局所解から抜け出す手段として解集団にノイズを与える突然変異操作は十分に時間の経った世代においては収束を遅らせる原因となる。このため突然変異率として低い確率を与えるのが普通である。

2.2 シミュレーテッド・アニーリング

SAは、スピン系などの物理系シミュレーションに用いられるメトロポリス法⁽¹⁵⁾を応用した手法で、最適化問題に確率的要素を取り入れ、温度と呼ばれるパラメータを適切に制御することにより、局所解にとらわれにくいようにする探索手法である。SAの流れを図2に示す。物理系の低エネルギー状態をなるべく早く

実現するためには、徐冷過程における温度の制御として高温から初めて緩やかに温度を下げるのが有効であると考えられている。これを組合せ最適化問題に当てはめて考えれば、高温で大域的な探索を行い、低温で細部の調整すなわち局所的な探索を行うという意味を持つことになる。

2.3 可変突然変異率を有する遺伝的アルゴリズム

本手法で基礎となるのはGAであるが、前述したように突然変異が解の収束に悪影響を及ぼすことがある。これを改善するためにSAの考え方をGAに取り入れ、突然変異率を固定するのではなく可变的にする。すなわち初期の世代において突然変異を頻繁に起こすことによって大域的な探索を行い、世代が経つにつれて徐々に突然変異の起こる確率を下げることで大域的探索から局所的探索へ移行させることになる。

この結果、本手法は生物進化のメカニズムに以下のような地球環境の変化を取り入れたGAと考えられる。すなわち生命が発生した頃の地球の気候は原始的で、生物の遺伝子に突然変異をもたらす放射能や紫外線を地上に透しやすく、これが徐々に突然変異が起こりにくくなるような気候へと変化していったものと考えられる。この手法の計算アルゴリズムを図3に示す。

図1 GAの流れ図

図2 SAの流れ図

図3 本手法の流れ図

3. トラス構造の最適設計問題

前章で提案した手法を、図4に示すようなトラス構造に関する以下の最適化問題に対し適用する。

【トラス構造の最適設計問題】

- ① 解析対象トラス構造モデルの上弦節点の指定した変位モードとなるような構造形態にする。
- ② 解析対象トラス構造の一次固有振動数を指定したものであるような設計を行う。
- ③ 構造全体の重量をなるべく少なくする。

なお、解析するトラス構造に用いられるパラメータは無次元化して計算を行う。

図4 解析対象モデル

3.1 遺伝子へのコード化

図4に示すような、部材3-7に対して左右対称のトラス構造をGAで解析するには、まずトラスの形状（設計変数）を遺伝子として二進数の文字列にコード化することから始める。

荷重はトラス構造の上弦節点に均一に作用しているものとし、部材番号を右半分の各部材に○の中に示す。また各部材の弾性定数 E は一定とし、部材 i の断面積 A_i は基準断面積を A として 0, 0.2A, 0.4A, 0.6A, 0.8A, A, 1.2A, 1.4A の8種類のいずれか、すなわち部材 i の位置には部材が存在しない場合、または7種類の断面積を有する部材が存在する場合と考える。部材断面と遺伝子の関係を表1に示す。一つの部材断面の情報は、3ビットの二進数で表現できる。

表1 部材断面と遺伝子

部材断面	0	0.2A	0.4A	0.6A	0.8A	A	1.2A	1.4A
遺伝子	000	001	010	011	100	101	110	111

次に節点6~8の位置 $y_6 = y_8$ 、 y_7 を遺伝子としてコード化する。 y_i が閉区間 $[L_a, L_b]$ 内に存在するとき、 N を 0~255 の整数（ただし、8ビットの二進数で表現する）で表現するとすれば、位置と遺伝子の関係が次式で表現できる。

$$y_i = L_a + \frac{(L_b - L_a)N}{255} \quad (1)$$

ここでは、対称条件を考慮して2つの位置と11部材断面を一つの遺伝子に記述し49ビットの遺伝子長とする。遺伝子全体の構成を図5に示す。この結果、 2^{49} 通りの組合せパターンが存在する組合せ最適化問題となる。

図5 遺伝子の構成

3.2 評価関数

GAおよび本手法の両方で評価という操作を行う。そのためには評価関数を設定しなければならない。ここでは後述する評価関数値と適応度の関係を反比例させることによって評価関数値の最小値探索を行う。その結果として、問題は適応度の最大値探索と等価になる。

ところで、この評価関数を計算できない場合がある。例えば、剛性マトリックスが非正則になる場合がこれに相当する。このような設計変数の組合せに対する遺伝子を致死遺伝子と呼び、次世代にはほとんど生き残ることが許されない遺伝子と考える。本研究においては、49ビットの遺伝子を各設計変数、すなわち各部材断面積、節点の位置に解釈し、これを静荷重を受けるトラス構造の静的挙動と、自由振動の固有値に関する順解析を行い、剛性マトリックスが正則か非正則か、各節点の変位、各部材の応力が許容応力を越えているか否か、またトラス構造の一次固有角振動数を求める。このとき、剛性マトリックスが非正則であったり、ある部材の応力が許容応力を越えているような致死遺伝子の混入を避けるため、罰金関数として非常に大きな値を評価関数に加えることにする。

トラス構造の最適設計問題①~③に関する評価関数 $f(\mathbf{X})$ は次式とした。

$$f(\mathbf{X}) = \alpha h(\mathbf{X}) + \beta e(\mathbf{X}) + \gamma w(\mathbf{X}) + b(\mathbf{X}) \quad (2)$$

ただし、 $\mathbf{X}$ は遺伝子を設計変数に解釈したものとし、関数 h , e , w はそれぞれ制約条件①~③に対する評価関

数、 b は罰金関数とする。さらに、係数 α, β, γ はそれぞれの評価値に対する重みを表す。この重み α, β, γ の選び方は任意であるが、構造物の設計に際して対象とする制約条件の中でどの制約条件を優位に扱うのかという設計者のコンセプトによって定められる。したがって、この設定の仕方によって得られる準最適解は異なり、対応する設計コンセプトに対する最適構造形態が創生されることになる。

本論文では、上記の各評価関数を以下のように定めるものとする。

指定変位モード $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$ と解析後の変位モード $v = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ が計算された後、トラス構造の最適設計問題①を目標とする評価関数は次式とする。

$$h(X) = \sum_{i=1}^5 \left\{ \left(\sum_{j=1}^5 v_j / u_j \right) / 5 - v_i / u_i \right\}^2 \quad (3)$$

固有振動数を計算する際、質量行列 M は集中質量行列として、トラス構造全体の固有角振動数を求める。指定一次固有角振動数を e_0 とし解析後の一次固有角振動数を e とすれば、最適設計問題②を目標とするような評価関数は次式となる。

$$e(X) = (e - e_0)^2 \quad (4)$$

最適設計問題③を目標とするような評価関数は、トラス構造全体の重量を最小にする目的であるから、質量行列 M から計算できる。これを次式に示す。

$$W(X) = \text{trace } M \quad (5)$$

罰金関数 $b(X)$ は X が致死遺伝子でなければ $b(X) = 0$ 、また X が致死遺伝子であれば $b(X) = B$ とする。ただし B は非常に大きな定数である。実際にどの程度の数値を与えるかは解析例で説明を行う。罰金関数の存在により制約条件付きの評価関数を制約なしの評価関数に置換することができるので、GAでこの関数は非常に有効な存在である。

GAで評価関数をつくる際、経験的な組合せによって得るのが普通である。変位モード及び重量の評価関数の作成例としては文献(12)を参照されたい。

4. 解析例

図4のトラス構造物の形態解析を図5に示す遺伝子を使用し、GA及び本手法の2種類の解析を行った。

解析に必要な各パラメータを表2に示す。また、指定変位モードを $u = (1, 1, 1, 1, 1)$ とし、指定一次固有角振動数 e_0 を0.5とする。また X が致死遺伝子であ

ば、罰金関数を $b(X) = B = 900000$ とする。なお、本論文では α, β, γ として変位モードの指定、すなわちホモログ変位指定を最優先する場合を想定し、それぞれ $1, 10^{-1}, 10^{-10}$ を与えるものとする。

表2 使用するパラメータ

各パラメータ	GA	本手法	
集団の大きさ	50	50	
交叉率	0.4	0.4	
突然変異率	0.005	0.2	
初期突然変異率			
突然変異減少率			
		0.95	

準最適解の一例として両解析で得られた節点の位置及び形態を図6および7に、また部材1~11の各断面積を表3に示す。また、各世代における最大適応度を有する個体の評価関数値の変化を図8、9に示す。そして、変位モード、固有角振動数、重量の各変化を図11、12に併せて示す。

図8、9からも分かるように最終的に収束した両解析の評価関数値はほぼ等しい値となった。これより図6、7に示したトラスの形態に優劣はつけ難いが、収束の速さについては本手法の方が、早く収束していることが図8、9から分かる。なお、変位指定に対する重み α を1.0から10.0に変更した場合についても本手法の収束の速さに関する優位性は変わらないことをつけ加えておく。

GAは、ランダム探索的であるため収束を遅らせる原因である突然変異の発生率は初期世代から低く設定している。そのため評価関数値は図8に示されるように23世代目あたりからすぐに減少している。しかし突然変異率が一定のため評価関数値が低いにもかかわらず、その後もわずかな変動がしばしばみられなかなか収束しない。一方、本手法では、初期の突然変異率が非常に高いため図9に示されるように評価関数値の変動が頻繁に起こり、評価関数値が減少するまでにGAのみで計算した場合に比べ2倍近い41世代を要しているが、その後の変動は突然変異率が極めて小さくなるため、わずかに見られる程度である。同様に図10、11からもわかるように変位モード、固有角振動数、重量の各評価関数についても同じようなことがいえる。

次に本手法の有効性を示すために両手法に対するシミュレーションをそれぞれ100回行い、これらの評価関数の収束値の平均と収束世代の平均、および解析に要するCPU timeの平均を表4に示す。これより本手

表3 各部材の断面積

手法	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪
GA	0	1.4A	0.6A	1.2A	0.8A	0	1.4A	1.4A	0.4A	1.4A	1.2A
本手法	1.4A	A	0.4A	A	1.2A	0.8A	1.4A	A	0.8A	A	0.2A

図6 GAによる準最適形態

図7 本手法による準最適形態

図8 評価関数値の変化 (GA)

図9 評価関数値の変化 (本手法)

(a) 変位モード

(b) 固有振動数

(c) 重量

図10 世代と評価値の変化 (GA)

(a) 変位モード

(b) 固有振動数

(c) 重量

図11 世代と評価値の変化 (本手法)

法が GA に比べて CPU time が短いことが分かり、構造物の順解析 (FEM) を含むこの種の最適化問題に有効性を発揮するものと思われる。

表 4 両手法の比較

	GA	本手法
評価関数値の収束値の平均	0.0158	0.00658
収束世代の平均	70.16	57.57
CPU time の平均	9分34.11秒	7分25.16秒

5. 結 語

従来のGAのみで最適化を行った場合と本手法で最適化を行った場合とでは、評価関数の収束値が GA では 0.0007 程度、本手法では 0.0004 程度となり、準最適解としてはほぼ同程度の結果が得られた。しかし、収束までの反復世代数について、従来のGAのみでは 127 世代、本手法では 93 世代で収束している。従来の GA では突然変異率が一定なので世代がある程度すぎても、最高適応度を有する遺伝子に突然変異が起り、収束の妨害となることも考えられる。これに対して本手法では、世代が進むにつれて突然変異率が減少するためこのような収束の妨害を受けにくくなることから収束を早くする原因と考えることができる。このため表 4 に示したように評価関数値の収束値の精度を落とさずに解析時間を短縮できたと考えられる。

以上本論文で、GA の操作の中で最も重要な突然変異に注目し、それを改善するための手法として突然変異率を可変とする GA を提案した。今後は、本手法の適用性および有効性を種々の最適化問題に対して検討していきたい。

参考文献

- (1) 日本機械学会編：構造・材料の最適設計、技報堂出版、1989
- (2) 半谷裕彦、原田和明：変位モード指定の構造形態解析法、日本建築学会構造系論文報告集、第 453 号、pp. 95～100、1993

- (3) 茨木俊秀：離散最適化手法とアルゴリズム、岩波講座応用数学、岩波書店、1994
- (4) D. E. Goldberg : Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison - Wesley, 1989
- (5) Holland, J. : Adaptation in Natural and Artificial Systems, The University of Michigan, 1975, and MIT Press 1992
- (6) 山川 宏：遺伝的アルゴリズム、日本機械学会誌、Vol.96 No.901、pp. 1027～1031、1993
- (7) 藤田喜久雄、赤木新介、廣川敬康：遺伝的アルゴリズムと極小値探索アルゴリズムとのハイブリッド化による板取り問題の一解法、日本機械学会論文集C編、59巻564号、pp.2576-2583、1993.
- (8) 古口日出男、渡部浩、矢田敏夫：遺伝的アルゴリズムを用いた二次元弾性逆解析、日本機械学会論文集A編、60巻572号、pp.1029-1334、1994.
- (9) 中西康彦、中桐滋：トポロジーの境界輪体による表現とその構造最適化への応用、日本機械学会論文集A編、59巻567号、pp.2783-2788、1993.
- (10) 尾田十八、松本徳之、王安麟：GAによるホモロガス構造の創生法、日本機械学会論文集A編、59巻568号、pp.3056-3061、1993
- (11) 富田啓一、三井和男、登坂宣好：遺伝的アルゴリズムによるホモロガス構造の形態解析、第 7 回計算力学シンポジウム報文集、pp. 17～22、1993
- (12) 富田啓一、三井和男、登坂宣好：ホモロガス構造の遺伝的アルゴリズムによる形態解析、第 3 回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集、pp. 99～104、1993
- (13) 富田啓一、三井和男、登坂宣好：遺伝的アルゴリズムの形態解析への応用、日本機械学会第71期通常総会講演会講演論文集 (I)、pp. 74～76、1994
- (14) 坂本二郎、尾田十八：パイアス交叉を用いたハイブリッドGAによるトラス構造の形態最適化、日本機械学会第 6 回計算力学講演会講演論文集、pp. 387～388、1993
- (15) N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller and E. Teller : Equation of state calculations by fast computing machines, J. of Chemical Physics, 21, 6, pp. 1087-1092、1953
- (16) S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, Jr. and M. P. Vecchi : Optimization by Simulated Annealing, Science, 220, pp. 671～680、1983