ショットの塑性変形を考慮したショットピーニング加工の 剛塑性有限要素シミュレーション*

森 謙一郎^{*1}, 小坂田 宏造^{*1}, 松 岡 直 樹^{*2}

Rigid-Plastic Finite Element Simulation of Peening Process with Plastically Deforming Shot

Ken-ichiro MORI, Kozo OSAKADA and Naoki MATSUOKA

To simulate not only plastic deformation of a workpiece but also that of a shot in a peening process, the effect of the interaction between the shot and workpiece in the collision is included in the dynamic rigid-plastic finite element method. In the formulation, the equilibrium equations of nodal forces are solved simultaneously with the boundary condition for velocity at the interface between the workpiece and shot. Both sliding and non-sliding contacts in the interface are dealt with, and the law of Coulomb friction is assumed for the sliding contact. Axi-symmetric plastic deformation in peening of a circular workpiece with a single shot is computed. The calculated shapes of the workpiece and the shot are compared with the experimental ones for the workpiece and a shot made from plasticine whose flow stress is controlled by temperature. It is shown that almost no plastic deformation of the shot occurs under actual shot-peening conditions for steel workpieces when the flow stress ratio of the shot to the workpiece is larger than two.

Key Words: Finite Element Method, Plasticity, Numerical Analysis, Contact Problem, Shot-Peening, Rigid-Plastic Analysis, High-Speed Deformation

1. 結 言

ショットピーニング加工では、球状のショットを金属素材に多数打ちつけて塑性変形させ、表面を加工硬化させるとともに圧縮の残留応力を発生させて疲労強度を向上させる。最近高強度材料に対しても積極的にショットピーニング加工を行うようになってきており、素材の強度がショットの強度に近い条件での加工も行われている。このような加工条件では、素材だけでなくショットも塑性変形するようになる。ショットが塑性変形すると変形中にショットの形状が変化することになり、素材の塑性変形挙動にも影響を及ぼす。また、ショットが大きく塑性変形する場合には破壊につながり、ショットは繰返し使用されるため、破壊したショットは素材表面を傷つけることになる。

ショットピーニング加工における変形挙動をシミュレーションするため、Al-Hassani⁽¹⁾およびAl-Obaid⁽²⁾は、半無限物体への押込みにおける Hertz の解析解を利用して塑性変形域を求めて残留応力を近似的に計算しているが、多くの仮定を用いている。有限

要素法は実際の加工条件を考慮できるため、Al-Obaid⁽³⁾は動的弾塑性有限要素法を用いてショットピーニング加工における素材の変形挙動を解析している。弾塑性有限要素法は負荷中の塑性変形だけでなく、除荷後の残留応力分布も計算できるが、応力増分を加え合わせることでより応力成分を求めているため、1ステップの変形量を非常に小さくしなければならない。そこで、著者ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾は動的剛塑性有限要素法をショットピーニング加工に応用して塑性変形挙動を計算し、得られた応力分布から弾性有限要素法を用いて残留応力を近似的に計算している。剛塑性有限要素法では、各変形ステップの応力がひずみ速度から直接求められるため、1変形ステップの変形量を比較的大きく取ることができ、計算時間が短くなる。

ショットピーニング加工においてショットの塑性変形を考慮してシミュレーションを行う場合、塑性変形する二物体の衝突問題となり、接触境界条件の取扱いが問題となる。Bathe⁽⁶⁾ら、Makinouchi ら⁽⁷⁾、Gotoh⁽⁸⁾らは弾塑性有限要素法において接触境界条件の取扱い方法を提案しているが、剛塑性有限要素法には用いることができない。一方剛塑性有限要素法においても、塑性変形する二物体の接触境界に摩擦要素を用いて境界条件を取扱っているが⁽⁹⁾、境界における滑

* 原稿受付 平成 6 年 5 月 18 日。

^{*1} 正員, 大阪大学基礎工学部 (〒560 豊中市待兼山町 1-3)。

^{*2} 正員, 大阪大学大学院。

り量が大きくなると材料どうしのめり込みを生じる。

本研究では、塑性変形する二物体の衝突問題において、接触境界条件を剛塑性有限要素法の中に取り入れる方法を提案する。本方法に基づいて動的剛塑性有限要素法を開発し、ショットピーニング加工においてショットの塑性変形を考慮したシミュレーションを行い、ショットの塑性変形に及ぼす加工条件の影響を調べる。

2. 二物体の衝突問題のシミュレーション法

2.1 動的剛塑性有限要素法 本解析法では、圧縮特性法に基づく剛塑性有限要素法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を基礎としている。わずかの圧縮性を許すことにより、ひずみ速度から直接応力が計算でき、しかも非圧縮性の条件を近似的に満足することができる。高速塑性変形において慣性力の影響を取扱うために、剛塑性有限要素解析における有限変形理論⁽¹⁰⁾⁽¹²⁾を用いる。有限変形理論では、1ステップの最後の状態で力の釣合いを考え、慣性力を考慮した力の平衡方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} - \rho \frac{v_{i1} - v_{i0}}{\Delta t} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 ρ は密度、 v_i は速度、 Δt は変形ステップ間の時間増分であり、添字0, 1は変形ステップの最初と最後を表している。式(1)では、加速度がそれぞれの変形ステップの最後と最初速度差によって近似されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

式(1)にガラーキン法を適用して有限要素法の定式化を行う。

$$\int_V \{N\}^T \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} - \rho \frac{v_{i1} - v_{i0}}{\Delta t} \right) dV = 0 \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $\{N\}$ は要素の形状関数のベクトルである。式

(2)を部分積分して、境界条件を考慮すると、

$$\begin{aligned} & \left[\int_V \left([B]^T [D^p] [B] + \{N\}^T \{N\} \frac{\rho}{\Delta t} \right) dV \right] \{v_1\} \\ & = \left[\int_V \{N\}^T \{N\} \frac{\rho}{\Delta t} dV \right] \{v_0\} + \{f\} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 $[B]$ はひずみ速度と節点速度の関係を表すマトリックス、 $[D^p]$ はごくわずかの圧縮性を許容した剛塑性材料における応力とひずみ速度の関係を表すマトリックス、 $\{v_0\}$ 、 $\{v_1\}$ は物体の節点速度ベクトルである。また、 $\{f\}$ は節点力ベクトルであり、接触面を含む物体表面ではその成分は節点外力、内部の節点では零である。連立方程式(3)では、 $\{v_1\}$ は変数であり、 $\{v_0\}$ は前の変形ステップで求められた定数である。変形開始のステップにおける $\{v_0\}$ は、衝突速度になる。通常剛塑性有限要素法では要素の相当ひずみ速度が1%程度の時間ステップが採用されているため、本研究では最大の相当ひずみが1%になるような時間ステップを用いた。

2.2 無滑り接触の処理 剛塑性有限要素法では、各変形ステップにおいてひずみ速度から直接応力が計算できるため、節点力増分の積分をすることなしに節点力が求められる。このため、弾塑性有限要素法では二物体の接触面において節点力速度または増分での釣合いを考えていたが、剛塑性有限要素法では直接節点力を釣り合わせる。問題としては軸対称変形を取扱い、塑性変形する二物体を四角形リング要素に分割して接触境界条件を剛塑性有限要素法の中に取り込む。接触境界条件としては接触面で滑っている場合と滑っていない場合の両方を取扱う。まず無滑り接触に関して定式化を行う。

図1に示すように、塑性変形している物体Aの節点kが物体Bの要素の辺*i-j*に接触し、接触面において滑らない場合を考える。それぞれの変形ステップの最後の状態において、次のような速度の境界条件が与えられる。

$$\begin{aligned} v_{rk1} &= \{(1 - \xi_k) v_{ri1} + (1 + \xi_k) v_{rj1}\} / 2 \\ v_{zk1} &= \{(1 - \xi_k) v_{zi1} + (1 + \xi_k) v_{zj1}\} / 2 \\ & \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 v_{rk1} 、 v_{zk1} は節点kにおける変形ステップの最後の状態の半径および軸方向節点速度である。 ξ_k は要素の辺上における-1から1の値を取る正規化された座標の節点kの値であり、無滑り接触においては変形ステップの最初と最後で同じ値を取り、定数となる。

節点kにおける節点力を正規化された座標を用いて次のように節点iとjに振分け、それらの節点にお

図1 無滑り接触における変形ステップの最初と最後の接触境界面上の節点

いて力を変形ステップの最後の状態において釣り合わせる。

$$\begin{aligned} f_{ri} &= -(1 - \xi_k) f_{rk} / 2 \\ f_{zi} &= -(1 - \xi_k) f_{zk} / 2 \\ f_{rj} &= -(1 + \xi_k) f_{rk} / 2 \\ f_{zj} &= -(1 + \xi_k) f_{zk} / 2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 f_{ri} 、 f_{zi} は節点 i における半径および軸方向の節点力である。式(5)を式(3)の右辺第2項の $\{f\}$ に代入して f_{ri} 、 f_{zi} 、 f_{rj} 、 f_{zj} を消去する。式(3)には接触面における節点外力 f_{rk} と f_{zk} が残るが、これらを変数とし、式(3)と式(4)を連立させて解を求める。得られた解は式(4)を満足しながら、節点力が釣り合っている。連立させた方程式では、変数が節点速度と接触した節点の力になり、変数の数は(節点数+接触した節点の数) $\times 2$ である。また、式(4)と式(5)の係数が同じであるため、マトリックスは対称になる。

2.3 滑り接触の処理 接触面で物体どうしが滑る場合は、変形ステップの最初と最後で接触節点の正規化された座標の値が変化することになる。また、2.2節では考慮しなかった摩擦法則を満足しなければならなくなり、滑り接触境界条件の取扱いは無滑りのものよりも複雑になる。

図2に示すように、接触している節点が接触面において滑っている場合を考える。節点 k が変形ステップの最後の状態において、接触している要素の辺 $i-j$ 上に位置するためには次のような速度の境界条件が与えられる。

$$\begin{aligned} (r_{j1} - r_{i1})(z_{k1} - z_{i1}) - (z_{j1} - z_{i1})(r_{k1} - r_{i1}) &= 0 \\ r_{i1} &= r_{i0} + \Delta t(v_{ri0} + v_{ri1})/2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(6)は変形ステップの最後の状態における節点速度

図2 滑り接触における変形ステップの最初と最後の接触境界面上の節点

の非線形な関数になる。

接触境界における摩擦法則としては、クーロン摩擦を用いる。クーロン摩擦だけでは摩擦力の方向が求まらないため、物体どうしの滑り方向を考慮した摩擦法則を用いる⁽¹³⁾。

$$\begin{aligned} f_{tk} &= -\mu S f_{nk} \\ S &= \Delta v / \sqrt{\Delta v^2 + v_s^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 f_{tk} 、 f_{nk} は接線方向と法線方向の節点力、 μ は摩擦係数、 Δv は物体どうしの相対すべり速度、 v_s は中立点付近以外の Δv と比べて十分小さい値をもつ定数である。 v_s は十分小さいため、中立点付近以外では S は -1 か 1 に近い値を取り、式(7)はクーロン摩擦と同じ値になる。また、中立点付近では摩擦力の絶対値が小さくなり、接線方向の力である摩擦力が連続的に変化して正負が逆転する。式(7)では、 S の影響によって、摩擦力が滑り方向と反対の方向に働くという現象を表している。本方法は、摩擦力の方向を与える必要がなくその方向が結果として求まる。

力の釣合いは式(5)と同様に節点 i と j で考え、法線方向節点力と式(7)の接線方向節点力を半径方向と軸方向に座標変換して式(5)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} f_{ri} &= (1 - \xi_k)(\sin \theta + \mu S \cos \theta) f_{nk} / 2 \\ f_{zi} &= (1 - \xi_k)(-\cos \theta + \mu S \sin \theta) f_{nk} / 2 \\ f_{rj} &= (1 + \xi_k)(\sin \theta + \mu S \cos \theta) f_{nk} / 2 \\ f_{zj} &= (1 + \xi_k)(-\cos \theta + \mu S \sin \theta) f_{nk} / 2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ξ_k および θ は節点速度の関数である。式(8)を式(3)を代入して f_{ri} 、 f_{zi} 、 f_{rj} 、 f_{zj} を消去し、 f_{nk} を変数として式(3)と式(6)を連立させて解を求める。連立させた方程式では、変数の数が節点数 $\times 2$ +接触した節点の数になるが、マトリックスは無滑りの場合と異なって非対称になる。解を求める場合、式(6)は節点速度の非線形な関数であるため、線形に近似して繰返し計算によって式(6)を取扱う。式(3)は非線形方程式であり、元々繰返し計算が必要であり、その繰返しの中で式(6)も取扱う。

滑り接触の場合は、結果として無滑りに近い状態も計算される。式(7)の摩擦力に対して節点力が釣り合うためにはほとんど滑らないような状態もあり、滑り接触は無滑り接触も含んでいる。

2.4 節点が連続して接触する場合の取扱い 2.2節および2.3節では一つの節点が接触する場合を取扱ったが、変形が進行するに伴って接触する節点の数が

増加する。節点が連続して接触していない場合は2・2節および2・3節の取扱いと同様になる。そこで、節点が連続して接触する場合の取扱いについて考える。

まず、図3(a)に示すように一つの要素の辺に2個の節点が接触する場合は、式(5)の節点力の釣合い式は次のように表される。

$$\begin{aligned} f_{ri} &= -(1-\xi_k)f_{rk}/2 - (1-\xi_i)f_{ri}/2 \\ f_{zi} &= -(1-\xi_k)f_{zk}/2 - (1-\xi_i)f_{zi}/2 \\ f_{rj} &= -(1+\xi_k)f_{rk}/2 - (1+\xi_i)f_{ri}/2 \\ f_{zj} &= -(1+\xi_k)f_{zk}/2 - (1+\xi_i)f_{zi}/2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

この場合、式(4)または式(6)で表される速度の境界条件は、無滑り接触では4個、滑り接触では2個になる。

図3(b)に示すように、隣り合う節点が二つの要素の辺に接触する場合には式(5)の節点力の釣合い式は次のように表される。

$$\begin{aligned} f_{ri} &= -(1-\xi_i)f_{ri}/2 \\ f_{zi} &= -(1-\xi_i)f_{zi}/2 \\ f_{rj} &= -(1+\xi_i)f_{ri}/2 - (1-\xi_m)f_{rm}/2 \\ f_{zj} &= -(1+\xi_i)f_{zi}/2 - (1-\xi_m)f_{zm}/2 \\ f_{rk} &= -(1+\xi_m)f_{rm}/2 \\ f_{zk} &= -(1+\xi_m)f_{zm}/2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

接触する節点が増加しても、節点力の釣合いは同様な方程式で表される。

接触した節点の力を隣接する節点に振分け、隣接した節点において力を釣り合わせる。すなわち、節点力

(a) 2個の節点の一つの要素の辺に接触する場合

(b) 隣り合う節点が二つの要素の辺に接触する場合

図3 接触境界面における連続して接触する節点

の釣合いは、塑性変形する二物体のどちらか一方で行われ、振分けられた節点力の変数となる。また、以上の定式化は軸対称変形に対するものであるが、添字の r を x に、 z を y に置き換えることによって平面ひずみ変形にも対応する。

3. ショットピーニング加工のシミュレーション

3・1 プラスティシンの実験結果との比較 単一ショットのピーニング加工における素材およびショットの塑性変形挙動を剛塑性有限要素法によって計算する。単一ショットであり、ショットが素材に垂直に衝突する場合を対象としており、軸対称変形として計算を行う。

計算結果の妥当性を調べるために、プラスティシンによって作られた素材およびショットに対するモデル実験を表1に示すような条件で行い、計算結果と実験結果を比較する。プラスティシンの変形抵抗は温度依存性が大きいため、素材とショットの温度を変化させることによって、変形抵抗比を容易に変化することができる。本実験では素材の温度を25°Cに固定して、ショットの温度 T_s を変化させる。実験においては炭酸カルシウムを潤滑剤として用い、プラスティシンの摩擦係数はリング圧縮試験から0.20と測定された。このため、3章では滑り接触としてシミュレーションを行う。

ショットの温度 $T_s=15^\circ\text{C}$ におけるショットピーニング加工中のショットおよび素材の変形形状を図4に示す。変形は軸対称であるため、素材およびショットは4節点軸対称リング要素に分割されている。ショット

表1 プラスティシンのシミュレーションに用いた計算条件

Flow stress / kPa (plasticine)	289 $\epsilon^{0.14}\dot{\epsilon}^{0.07}(15^\circ\text{C})$ 198 $\epsilon^{0.16}\dot{\epsilon}^{0.10}(25^\circ\text{C})$ 130 $\epsilon^{0.22}\dot{\epsilon}^{0.04}(35^\circ\text{C})$
Temperature of shot T_s / °C	15, 25, 35
Temperature of workpiece / °C	25
Impact speed v_{si} / ms^{-1}	7.5
Diameter of shot d / mm	50
Diameter of workpiece / mm	100
Height of workpiece h / mm	62.5
Coefficient of friction	0.20
Density / gmm^{-3}	1.95×10^{-3}

トの要素分割はデローニー三角形分割法⁽¹⁴⁾を用い、三角形に分割した後四角形に変換している。ショットの衝突により、素材だけでなくショットも変形しており、素材とショットの塑性変形の相互作用が考慮されている。

素材とショットの塑性変形量と変形抵抗比 F_s/F_w の関係を図5に示す。素材のくぼみおよびショットの偏平から塑性変形量を計算している。また、変形抵抗曲線は $\bar{\sigma} = F\bar{\epsilon}^n\bar{\epsilon}^m$ と近似されており、 F_s と F_w はショットと素材の F 値である。温度によって n 値および m 値が変化しているが、その影響は小さいとして変形抵抗比を F 値の比 F_s/F_w と定義している。ショットの塑性変形量は変形抵抗比が増加すると減少するが、素材の塑性変形量は反対に増加する。変形抵抗比が1においては、ショットの塑性変形量は素材のものよりも大きく、ショットが球であるためショットのほ

うが変形しやすい。計算結果はプラスティシンの実験結果とよく一致している。

以上の結果は滑り接触(摩擦係数 $\mu=0.2$)のもとで計算したが、 $T_s=15^\circ\text{C}$ に対して無滑り接触との比較も行う。無滑り接触と滑り接触における接触境界面付近の要素の変形形状の比較を図6に示す。滑り接触では境界面で少し滑っているが、両者の全体的な変形形状はほとんど同じである。しかしながら、図7に示す相当ひずみ分布は違いが見られ、材料内部のひずみおよ

図4 $T_s=15^\circ\text{C}$ におけるショットピーニング加工中のショットおよび素材の変形形状の計算結果

図6 無滑り接触と滑り接触における接触境界面付近の要素の変形形状の比較 ($T_s=15^\circ\text{C}$)

図5 素材とショットの塑性変形量と変形抵抗比の関係

図7 無滑り接触と滑り接触における相当ひずみ分布の比較 ($T_s=15^\circ\text{C}$)

表 2 炭素鋼のシミュレーションに用いた計算条件

Flow stress / GPa (workpiece)	$1\bar{\epsilon}^{0.1}\bar{\epsilon}^{0.01}$
Impact speed v_{si} / ms^{-1}	100
Diameter of shot d / mm	2.0
Diameter of workpiece / mm	4.0
Height of workpiece h / mm	2.5
Coefficient of friction	0.20
Density / gmm^{-3}	7.79×10^{-3}

図 8 炭素鋼のシミュレーションにおける塑性変形量と変形抵抗比の関係

図 9 炭素鋼のシミュレーションにおける素材とショットの相当ひずみ分布の計算結果

び応力分布は接触面の摩擦特性によって影響される。

3.2 実際の加工条件でのシミュレーション

炭素鋼に対する実際の加工条件では、ショットの衝突速度は $50 \sim 100 \text{ ms}^{-1}$ である。そこで、表 2 に示すように衝突速度を 100 ms^{-1} としてシミュレーションを行い、変形抵抗比の影響を調べる。

炭素鋼のシミュレーションにおける塑性変形量と変形抵抗比の関係を図 8 に示す。変形抵抗比が 2 より大きい場合はショットはほとんど変形していないことがわかり、ショットピーニング加工では変形抵抗比が 2 より大きい条件が望まれる。

素材とショットの相当ひずみ分布の計算結果を図 9 に示す。変形抵抗比 $F_s/F_w = 1.2$ ではショットも接触面付近で少し塑性変形しているが、 $F_s/F_w = 2.0$ では素材だけが塑性変形している。疲労強度は表面に働く圧縮の残留応力だけでなく、表面硬化によっても向上するため、相当ひずみ分布の計算は重要である。

$F_s/F_w = 2.0$ におけるショットおよび素材の残留応力分布の計算結果を図 10 に示す。ショットの慣性力が最大になった後はほとんど塑性変形が進行しないため、剛塑性有限要素法から計算された最大慣性力時の応力分布から弾性有限要素法を用いて残留応力を計算した⁽⁴⁾⁽⁵⁾。不均一な塑性変形によって生じた応力分布を除荷することによって、圧縮の残留応力が表面に残る。圧縮の残留応力は表面より少し内側で最大になっている。

図 10 $F_s/F_w = 2.0$ におけるショットおよび素材の残留応力分布の計算結果

4. 結 言

高強度材料のショットピーニング加工をシミュレーションするために、素材の塑性変形だけでなく、ショットの塑性変形も考慮した方法が動的剛塑性有限要素法を基礎として定式化された。滑り接触と無滑り接触を取扱い、材料どうしのめり込みを防ぐために速度の境界条件を考えた。接触した節点の力を変数と考え、この力を隣接する節点に振分けて力を釣り合わせ、節点力の平衡条件と速度の境界条件を連立させて解を求めた。滑り接触においてはクーロン摩擦を考慮して定式化を行ったが、他の摩擦法則も取扱うことができる。定式化においては、ショットと素材の高速塑性変形による相互作用が考慮されている。本解析法を用いて、単一ショットによる軸対称ピーニング加工のシミュレーションを行い、ショットと素材の変形抵抗比がショットの塑性変形に及ぼす影響を調べた。本定式化はショットピーニング加工だけでなく、塑性変形する二物体の衝突問題に広く使用できる。

文 献

- (1) Al-Hassani, S. T. S., *Shot Peening*, (1981), 583, Pergamon Press.
- (2) Al-Obaid, Y. F., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **57**-2 (1990), 307.
- (3) Al-Obaid, Y. F., *Comput. Struct.*, **36**-4 (1990), 681.
- (4) 森・小坂田, 機論, **59**-566, A (1993), 2420.
- (5) Mori, K. and Osakada, K., *Trans. NAMRI/SME*, **22** (1994), 29.
- (6) Bathe, K. -J. and Chaudhary, A., *Int. J. Num. Methods Eng.*, **21**-1 (1985), 65.
- (7) Makinouchi, A. and Liu, S. -D., *NUMIFORM 89*, (1989), 197, Balkema.
- (8) Gotoh, M., Yamashita, M. and Torii, N., *JSME Int. J., Ser. A*, **36**-3 (1993), 276.
- (9) 吉野・白樫, 塑性と加工, **33**-374 (1992), 259.
- (10) Osakada, K., Nakano, J. and Mori, K., *Int. J. Mech. Sci.*, **24**-8 (1982), 459.
- (11) Mori, K., Osakada, K. and Oda, T., *Int. J. Mech. Sci.*, **24**-9 (1982), 519.
- (12) Mori, K. and Osakada, K., *Proc. 3rd ICTP*, **2** (1990), 877, Kyoto.
- (13) Mori, K. and Osakada, K., *Int. J. Num. Methods Eng.*, **30**-8 (1990), 1431.
- (14) 谷口, FEM のための要素自動分割, (1992), 123, 森北出版.