信頼性に基づく先端材料用設計寿命評価システム*

座 古 勝^{*1}, 高 野 直 樹^{*1}
市 川 昌 弘^{*2}, 花 木 聡^{*3}Development of Design Margin Decision System
for Advanced Materials Based on ReliabilityMasaru ZAKO, Naoki TAKANO,
Masahiro ICHIKAWA and Satoshi HANAKI

The design concept based on reliability is effective for advanced materials, because advanced materials such as fiber-reinforced composites have variable mechanical properties. In addition, as the failure mode in the low cycle fatigue region differs from that in the high cycle fatigue region, it is difficult to predict the fatigue life of advanced materials. So far, we have developed a design margin decision system based on reliability by evaluating fatigue life. In this study, the system is improved for application to advanced materials and a method to divide whole sets of data into the above two regions and to calculate the design margin in each region is presented. From numerical examples for CF/PEEK laminates and epoxy resin, it is revealed that a more reasonable $S-N$ curve and design margin are obtained by the proposed system.

Key Words: Reliability, Composite Materials, Design Margin, Low Cycle Fatigue, High Cycle Fatigue, $S-N$ Curve

1. 緒 言

複合材料は二種以上の材料により構成されているため、各構成材料自体のばらつきに加え成形を行う際にもばらつきが生じるので、金属材料と比較して疲労寿命のばらつきが大きく、設計における安全基準決定が困難である場合が多い。また疲労試験の所要時間が長いことに加えて、複合材料では試験片自体が高価かつ貴重である場合が多いことなどから、一般に存在する疲労試験データの大部分は小標本あるいは中標本である。そのため、このような材料に対しては、できるだけ少数のデータによる解析が望まれる。そこで、著者らは以前、マイナー則における累積繰返し数比 D が対数正規分布あるいは2母数ワイブル分布に従うとし、疲労試験結果をもとに設計基準値を定量的に評価する疲労寿命設計基準決定システムを構築した⁽¹⁾。このシステムでは適用範囲を高サイクル疲労部のみと限定し、この範囲内で各応力階層における分布形状が一定であるという仮定のもとに、各寿命データについてそ

のデータにおける中央寿命により正規化を行い、この正規化を行ったデータを基に分布解析を行うという手法を提案した。複合材料のような先端材料では軽構造とする必要性から極限設計を行う場合が多い。そこで、このような材料に対しては過大荷重が作用した場合などの評価を行う必要性が多いことから、本論文の目的は低サイクル疲労部と高サイクル疲労部を混合した設計基準決定システムを構築することにある。

一般に、繊維強化複合材料の静的強度の統計的解析については、下河らの研究⁽²⁾などがあるが、疲労強度解析に関する研究は数少ない。その理由として、繊維強化複合材料などでは低サイクル領域では繊維破断が主であり、高サイクル領域では繊維と樹脂のはく離が主であるなど異なった破壊モードが発生し、またその境界付近の領域ではこれらの破壊モードの混合現象が発生する⁽³⁾など複雑な物理現象によると考えられる。このような破壊様式を伴う複合材料には疲労寿命データを単一分布で表現することは困難である。すなわち二種以上の異なった母集団に属するデータに一つの分布形状をあてはめることにより、対数正規分布あるいはワイブル分布単独では十分な適合性を得ることは難しい。そこで、本論文では、低サイクル領域と高サイクル領域で異なる分布を考え、両領域の分離応力レベル

* 原稿受付 1995年1月17日。

*¹ 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘2-1)。*² 正員、電気通信大学電気通信学部 (〒182 調布市調布ヶ丘1-5-1)。*³ 大阪大学学生。

をそれぞれの領域における分布適合度を用いて決定する手法の提案を行う。また、その手法を基に低サイクル領域と高サイクル領域を分離した $S-N$ 線図に対する設計用 $S-N$ 線図を求める解析システムの構築を行い、二、三の先端材料に対し、開発したシステムを用いた解析結果について記述する。

2. $S-N$ 線図のモデル化

$S-N$ 線図を求める際、本論文では次のように仮定する。

(1) $S-N$ 線図は低サイクル部と高サイクル部の二つの部分からなる。

(2) 各サイクルにおいて、 $S-N$ 線図は縦軸が対数または真数のいずれかの場合において直線となる。

(3) 各サイクル部内における分布形状は応力レベルによらず一定である。

このとき、各サイクル部において中央寿命と応力振幅の間には次の関係が成り立つ。

(i) 両軸が対数の場合

$$\log \sigma + m_0 \log N_f = \log D_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

(ii) 横軸(応力)が対数、縦軸(寿命)が真数の場合

$$\sigma + m_0 \log N_f = D_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 D_0 は静的強度に対する強度定数である。また m_0 は対数寿命に対する応力減少量で、ここでは強度劣化指数と定義する。また、各サイクル部内における分布形状は一定であるという仮定に基づき、各応力レベルにおけるデータをその応力レベルの寿命の中央値で正規化したものを換算寿命と定義する。これにより各応力階層における試験データを一つの分布にまと

めることができるため、少数データによる分布解析が可能となる。換算寿命 N_f^* は式(1)、(2)の関係をjいて次のように求められる。

(i) 両軸が対数の場合

$$N_f^* = N_f \times \left(\frac{\sigma}{D_0} \right)^{1/m_0} \quad \dots\dots\dots (3)$$

(ii) 横軸(応力)が対数、縦軸(寿命)が真数の場合

$$N_f^* = N_f \times 10^{(\sigma - D_0)/m_0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

定義より明らかなように換算寿命が1のとき、破壊確率は50%となる。また、一定振幅下における疲労寿命データではマイナー則における D 値はその応力レベルにおける寿命の中央値を $\tilde{N}$ 、繰返し数を n とすると、

$$D = \frac{n}{\tilde{N}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。これは換算寿命の定義と一致する。したがって、換算寿命に対し分布解析を行い母数を推定することは、 D 値の分布形状および母数の推定を行うことと等価である。

3. 設計基準決定システム

3.1 設計基準決定システム概要

疲労寿命データを基に容易に設計用 $S-N$ 線図を得ることを目的に、疲労寿命データおよび信頼度、信頼水準を与えることにより自動的に設計基準を決定するシステムを構築した。図1に本システムの流れを示す。以下、各構成部におけるシステムの詳細を記述する。

3.2 疲労寿命データ入力

入力データは、一定振幅下における疲労寿命データである。また、本システムは分布を決定することにより $S-N$ 線図を作成するため、低サイクル部、高サイクル部のそれぞれについてある程度以上のデータ数 ($n \geq 4$) を必要とする。

3.3 低サイクル部と高サイクル部の分離

3.3.1 分布解析

疲労寿命分布では、分布は対数正規分布、ワイブル分布あるいはそれらの混合分布に従うと一般に考えられている。また、静的強度は、正規分布、対数正規分布、ワイブル分布あるいはそれらの混合分布に従うと考えられている。そこで本論文では研究の第一段階として、システムでは疲労寿命の分布形状として対数正規分布と3母数ワイブル分布を、静的強度の分布形状として正規分布、対数正規分布、ワイブル分布を考えることとし混合分布は考慮しないこととした。すなわち、各サイクル部における $S-N$ 線図、疲労寿命分布、時間強度分布の関係は表1に示すようにまとめられる⁽⁴⁾。したがって分布解析は換算寿命に対し、対数正規分布と3母数ワイブル分布の2種

Fig. 1 Flow chart of design margin decision system

類について行うものとする。以下にその分布解析手順を示す。

まず、両軸対数表現の場合、横軸のみ対数表現の場合それぞれについて解析対象となるデータを横軸(寿命)に関して最小二乗法により直線回帰し、強度定数 D_0 および強度劣化定数 m_0 を求める。この D_0, m_0 の値を用いて各データの換算寿命を式(3)、(4)を用いて計算する。この時点では $S-N$ 線図のタイプは決定されていないため、 D_0, m_0 は両軸対数表現の場合と横軸のみ対数表現の場合の二通りの値が存在し、各データに対する換算寿命も二とおり存在することになる。ここでは前者を換算寿命1、後者を換算寿命2と呼ぶことにする。

次に、求められた換算寿命データについて母数推定を行う。母数推定はメジアンランク法を用いて行う。

Table 1 Types of distribution for fatigue life and fatigue strength

Formula of S-N curve	Type of distribution for fatigue life	Type of distribution for fatigue strength
$\log \sigma + m_0 \log N_f = \log D_0$	Log-normal	Log-normal
$\sigma + m_0 \log N_f = D_0$	Log-normal	Normal
$\log \sigma + m_0 \log N_f = \log D_0$	Weibull	Weibull

Fig. 2 Flow chart of separation procedure for low cycle and high cycle fatigue data

ここで表1の関係に従い、換算寿命1に対しては対数正規分布とワイブル分布の両方について、換算寿命2に対しては対数正規分布のみについて母数推定を行う。同時に、各確率紙上にプロットされた点について相関係数を求め、これをその分布に対する分布適合度とする。

最後に、換算寿命1の対数正規分布とワイブル分布に対する適合度、換算寿命2の対数正規分布に対する適合度を比較し、最大値をとる $S-N$ 線図のタイプと分布形状の組合せを決定する。これにより、 $S-N$ 線図のタイプ、分布形状、各母数の推定値が決定される。ただし、分布適合度の最大値が0.5以下の場合には適合分布なしと判断する。

3.3.2 低サイクル部と高サイクル部の分離 低サイクル部と高サイクル部の分離を両サイクル部の分布適合度の和により行う。この解析の流れ図を図2に示す。応力レベルについては図3に示すように、大きいものから順番に1, 2, 3, ..., n としたとき、 $2 \leq I \leq n-1$ なる I について、 I 番めまでの応力レベルに含まれるデータを低サイクル部、残りを高サイクル部としてそれぞれのデータについて分布解析を行う。この操作を各々の I に対して行い、これらの組合せのなかで、低サイクル部と高サイクル部の分布適合度の和が最大となる組合せを求める。ただし、一般に知られているように対数正規分布とワイブル分布では母数によってほぼ同一の分布形状をとることがあり、このような場合、分布適合度により分離を行う応力レベルを決定することは困難となる。したがって有効数字の範囲内において分布適合度の和に差がみられない場合は残差平方和を最小にするなどの方法により分離を行う応力レベルを決定する必要がある。

3.4 $S-N$ 線図の表示 分離を行う応力レベルが決定すると、分布解析結果から各サイクル部における $S-N$ 線図のパラメータ ($S-N$ 線図のタイプ、強度

Fig. 3 Scheme of separation for low cycle and high cycle fatigue region

定数, 強度劣化定数), 換算寿命の分布形状, 母数が決定される。そこで, より視覚的な把握を行うことを目的に決定したパラメータによる $S-N$ 線図の表示を CRT 上に行う。

3・5 設計裕度計算 中央値寿命の設計寿命に対する比を設計裕度 k と定義する。これは静的強度における安全率に相当し, また次節で示すように信頼度 R と信頼水準 $1-\gamma$ により決定される値である。通常 $S-N$ 線図では横軸は対数値を用いるので, 設計用 $S-N$ 線図は実験により得られた $S-N$ 線図を $\log k$ だけ低寿命側に平行移動したものとなる。この k 値を用いてマイナー則で設計するという事は, 設計条件として

$$\sum \frac{n_i}{\bar{N}_i/k} \leq 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

を用いることと等価である。以下 D 値が対数正規分布に従う場合と 3 母数ワイブル分布に従う場合について k 値の導出式を記述する。

3・5・1 D が対数正規分布に従う場合 D が対数正規分布に従うとき設計裕度 k は以下に示す式で表される⁽⁵⁾。

$$\ln \frac{1}{k} = \mu_{LD} - \delta \sigma_{LD} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし,

$$\delta = - \left[\Phi^{-1}(1-R) + \frac{\Phi^{-1}(\gamma)}{\sqrt{\pi}} \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで, Φ^{-1} は正規分布の逆関数, μ_{LD}, σ_{LD} はそれぞれ $\ln D$ の平均, 標準偏差であり, D が対数正規分布に従うとした場合の母数, n は試験本数である。

3・5・2 D が 3 母数ワイブル分布に従う場合 D が 3 母数ワイブル分布に従うときの設計裕度 k は以下の式で表される。

$$k = \left\{ (\ln 2)^{1/\alpha_D} + \frac{\gamma_D}{\beta_D} \right\} \left[\frac{\chi^2_2(2n)}{2n \times \{-\ln R\}} \right] \quad \dots\dots (9)$$

ここで, $\chi^2_2(2n)$ は自由度 $2n$ のカイ二乗分布を示す。

Fig. 4 Relation between $S-N$ curve obtained by experiment and $S-N$ curve for design

また, $\alpha_D, \beta_D, \gamma_D$ はそれぞれ D の形状母数, 尺度母数, 位置母数である。

$\mu_{LD}, \sigma_{LD}, \alpha_D, \beta_D, \gamma_D$ は前述のように換算寿命に対し分布解析を行うことにより推定可能であるから, これらより設計裕度 k は試験本数 n , 信頼度 R , 信頼水準 $1-\gamma$ を与えることにより計算できることがわかる。

3・6 設計用 $S-N$ 線図表示 図 4 に示すように, 各サイクルごとに求められた設計裕度に従い $S-N$ 線図を移動する。ここで, 二線図の接合点近傍に関し, 二線図のうち低寿命側の線図を設計用線図として採用すれば必ず安全側となる。すなわち, それぞれの $S-N$ 線図の低寿命側(安全側)をとり, これを設計用 $S-N$ 線図とする。

4. 実疲労試験データに対する適用例

炭素繊維強化プラスチック材(CF/PEEK)多方向積層材に対する本システムの適用例を図 5 に示す。また, このときの各 $S-N$ 線図のパラメータと移動量 $\log k$ を表 2 にまとめる。ただし, 信頼度と信頼水準の値には MIL 規格(MIL-HD BK-5 D)の A 値(信頼度 0.99, 信頼水準 0.95)と B 値(信頼度 0.90, 信頼水準 0.95)を用いた。比較のため, 同データに対し単一分布をあてはめ, $S-N$ 線図を一線で近似した場合の設計線図を図 6 に示す。これら両図より, 図 5 のほうが実験値により一致していることが明らかであり, 残差平方和についても単一線図である図 6 よりも図 5 のほうが少なく, 本システムの $S-N$ 線図が, 実験結果をよく表

Table 2 Parameters of $S-N$ curve in each region for CFRP

	Type of distribution for fatigue life	coefficient of correlation	Value of $\log k$	
			MIL A value	MIL B value
Low cycle fatigue region	Weibull	0.9940	1.617	0.9238
High cycle fatigue region	Log-normal	0.9931	1.280	0.7742

Fig. 5 $S-N$ curve obtained by proposed method (CF/PEEK)

Fig. 6 S-N curve obtained by ordinary method (CF/PEEK)

Fig. 7 Comparison of proposed S-N curve and ordinary S-N curve (CF/PEEK)

Fig. 8 S-N curve obtained by proposed method (Epoxy resin)

現しているものとする。図7にこれらS-N線図をまとめて示した。 $N_f=10$ 以下の過大荷重領域や $N_f=10^4$ の高サイクル領域において、提案手法のほうが安全側となっていることが確認できる。また、同様にエポキシ樹脂に対する適用例を図8に、各パラメータを表3に示す。また、従来行われている単一曲線に対する最小二乗法で求めた結果を図9に示す。

これらの結果から、ここで提案する手法が妥当であることがわかる。

5. 結 言

マイナー則における D 値が対数正規分布または3母数ワイブル分布に従うという仮定の基に、設計用疲労寿命を簡便かつ定量的に評価し得る設計基準決定システムの開発を行い、例解析により開発したシステムの有効性を示せたと考える。なお、得られた知見は次

Table 3 Parameters of S-N curve in each region for epoxy resin

	Type of distribution for fatigue life	coefficient of correlation	Value of log k	
			MIL A value	MIL B value
Low cycle fatigue region	Weibull	0.9877	4.331	2.490
High cycle fatigue region	Log-normal	0.9866	0.6464	0.4449

Fig. 9 S-N curve for design obtained by ordinary method

のとおりである。

(1) 低サイクル部と高サイクル部それぞれについて分布をあてはめることにより、全データに対して十分な適合性をもった分布のあてはめを行うことができると同時に、S-N線図を二線で近似することにより、より合理的な設計用線図を作成することが可能である。

(2) 分布適合度の和により低サイクル部と高サイクル部を分離することにより、両サイクル部ともに十分な適合度を持った分布をあてはめることができるため、残差平方和を基準に分離を行った場合等と比較してより妥当な設計用線図を作成することができる。

なお、本論文では明記していないが、低サイクルと高サイクル領域において、分離されずに単一の線図で表される場合は、本手法においても単一線図で表示されることは言及するまでもない。

文 献

- (1) 座古・市川・福吉, 材料, 44-550 (1995), 546.
- (2) 下河・ほか5名, NAL, TR-1238 (1994).
- (3) 材料強度モデル研究会編, 材料強度の統計的性質, (1992), 241, 養賢堂.
- (4) 日本材料学会編, 機械・構造系技術者のための実用信頼性工学, (1987), 200, 養賢堂.
- (5) 市川・座古, 材料, 34-380 (1985), 574.