新粘弾性材料モデルに基づく非線形構成式の定式化*

Heinz-Josef PENKALLA^{*1}, 菊地 賢 司^{*2}

Inelastic Constitutive Equation Based on a New Viscoelastic Material Model

Heinz-Josef PENKALLA and Kenji KIKUCHI

A new viscoelastic material model was developed to describe deformations under various loads at the high temperature creep regime. In the model the inelastic strain rate is written in the form of a flow equation of the Norton Bailey type and the material hardening during deformation under various loads is induced by an internal stress which is subdivided into back stress and friction stress. The back stress represents a conservative part of the creep resistance while the friction stress includes all the dissipative parts in the internal structure such as grain boundary sliding, diffusion and interaction between dislocation and precipitation. An inelastic constitutive equation is established based on the new viscoelastic material model. A case study was done for Hastelloy XR, a Ni based superalloy. Deformation analyses show a good agreement between calculations and experimental results for creep, relaxation, tensile and stress dip tests.

Key Words: Constitutive Equation, Creep, Viscoelasticity, Inelasticity, Internal Stress, Back Stress, Friction Stress, Hastelloy XR, Relaxation, Stress Dip

1. 緒 言

クリープ変形領域における耐熱金属材料の高温変形解析では、クリープひずみ、応力、時間の関係を表す粘弾性領域における非弾性構成式が必要となる。一定応力条件のクリープ変形の場合には、変形曲線は一次クリープ、定常クリープおよび三次クリープ域に分類され、実用的には、Garofalo⁽¹⁾の式、Blackburn⁽²⁾の式などが使われてきた。応力が変動する非定常クリープの場合には、ひずみあるいは時間硬化則が使われる。一方、時間に依存しないひずみと時間に依存するひずみを区別しない統一形の構成式では、流れ則と発展式は内部応力(あるいは内部変数)を含む、ORNLモデル⁽³⁾⁽⁴⁾は、Bailey Orowan形の発展式であり、内部応力の発展は硬化と回復項より構成される。しかし、ORNLモデルでは、流れ則に含まれる K が応力に依存しない定数となっているため、応力が K 以下では変形が生ぜず、これは実験結果に反する。材料定数の決定法に内部応力の測定値も考慮したクリープ構成式は、加治・武藤ら⁽⁵⁾も定式化した。ただし、材料定数の

決定には、内部応力を測定しなければならない。

クリープ変形にも適用できる統一形の構成式としては、ほかにChabocheモデル⁽⁶⁾、Millerモデル⁽⁷⁾、Krempfモデル⁽⁸⁾、村上・大野モデル⁽⁹⁾および大野モデル⁽¹⁰⁾などが提案されているが、これらは粘塑性の構成式に対応する。

構成式の作成に際しては、材料定数の決定法の複雑さが指摘⁽¹¹⁾されているが、本論文で定式化するクリープ構成式では、材料定数をクリープ変形曲線より決定し、内部応力値の直接測定値は用いない。したがって、材料定数の決定法が明りょうで再現性がある。また、しきい値 K を必要としないので実験事実も説明しうる。以下に、ハステロイ XR を例にして、それらの決定法を説明する。さらに、本モデルの有効性を証明するため、クリープ変形、引張り、応力緩和、応力急減に対する実験結果と比較する。

2. 新粘弾性材料モデル

新粘弾性材料モデルは、非弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_m$ を内部応力を含むNorton Bailey形⁽¹²⁾のべき乗則で表し、内部応力を背応力(back stress) σ_b と摩擦応力(friction stress) ρ に分離する。 σ_b は荷重負荷による誘起応力で、クリープ変形抵抗の保存力である。 ρ は

* 原稿受付 1995年4月18日。

^{*1} Forschungszentrum Jülich GmbH, KFA (GERMANY)。^{*2} 正員, 日本原子力研究所 (〒319-11 茨城県東海村白方白根2-4)。

クリープ変形抵抗の散逸力であり、粒界すべり、拡散機構、転位の運動、析出物に起因すると考えられる。

$$\dot{\epsilon}_{in} = K(\sigma - \sigma_i)^N \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma_i = \sigma_b + \rho \quad \dots\dots\dots (2)$$

転位密度に依存する σ_b は、密度の増加とともに大きくなる。単軸クリープ試験では、 σ_b は一次クリープ領域で増加し、二次クリープ開始点で定常値 σ_b^* になる。背応力の速度は現在値 σ_b と σ_b^* の差、並びにひずみ速度 $\dot{\epsilon}^*$ に独立に比例すると仮定する [式(3)]。

$$\dot{\sigma}_b = \lambda \dot{\epsilon}^*(\sigma_b^* - \sigma_b) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$\dot{\epsilon}^*$ はクリープひずみ硬化則の場合には $\dot{\epsilon}_{in}$ (非弾性クリープひずみ速度)、また全ひずみ硬化則では $\dot{\epsilon}_{tot}$ (全ひずみ速度) となる。ある負荷応力に対する保存力と散逸力を、パラメータ q_0 を用いた式(4)により定義し内部応力 σ_i と関連づける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_b &= (1 - q_0)\sigma_i \\ \rho &= q_0\sigma_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

q_0 はクリープ変形抵抗における保存力と散逸力の分配比を表す。クリープの変形機構は応力に依存して変化し、低応力では粒界拡散クリープ、高応力では転位クリープ機構となる。したがって、高応力では保存力が重要となるため、 q_0 は負荷応力に依存する。 σ_b が σ_b^* に到達すると、内部応力も定常値 σ_i^* になる。

Fig. 1 Stationary value of internal stress induced by loading stress

Fig. 2 The effect of parameter q_0

$$\sigma_b^* = (1 - q_0)\sigma_i^*$$

このとき、非弾性ひずみ速度は最小クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{min}$ となる。 $\dot{\epsilon}_{min}$ を例えば式(5)で与えると σ_i^* は式(6)で表される。

$$\dot{\epsilon}_{min} = A\sigma^m \exp(\alpha\sigma^\beta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma_i^* = \sigma - (A/K)^{1/N} \sigma^{m/N} \exp\{(\alpha/N)\sigma^\beta\} \quad \dots\dots (6)$$

ここに、 A , α , β は材料定数である。材料定数 K と N を決定するには、次の二つの境界条件が考えられる。

$$(I) \quad \frac{d\sigma_i^*}{d\sigma} = 0, \quad \sigma \geq \sigma_y$$

$$(II) \quad \frac{d\sigma_i^*}{d\sigma} = \max, \quad \sigma = 0$$

境界条件 I は、降伏応力 σ_y 以上の応力では内部応力の定常値 σ_i^* は増加しないことを意味する。境界条件 II は式(5)の形に依存し、常に満たされるとは限らない。

3. パラメータの特性

K と N の値は最小クリープひずみ速度を与える。境界条件 I を満たす N に対する内部応力の定常値の挙動例を図 1 に示す。

摩擦応力の値に対応するパラメータ q_0 は一次クリープの硬化則を規定する。 q_0 は、内部応力に含まれる保存力と散逸力の比率を定めるだけであり、保存力のみが一次クリープにかかわる。したがって、 $0 \leq q_0 \leq 1$ であり、 $q_0=1$ では一次クリープは生じず、 $q_0=0$ では保存力の寄与が最大となる(図 2)。

最小クリープ速度の値と一次クリープの期間は、 q_0 の影響を受けない。これに対し、パラメータ λ は一次クリープの期間、あるいは一次クリープ中のひずみ量に影響する。図 3 に $q_0=0$ のときの λ の影響を示す。 λ は間接的に K と N の値に依存しているので、 q_0 は λ の前に定める必要がある。

Fig. 3 The effect of parameter λ

4. ハステロイ XR の 非弾性構成式の定式化

以下に新粘弾性材料モデルを用いてハステロイ XR の非弾性構成式を定式化する。使用するデータは 850°C 定応力クリープ実験から得た変形特性⁽¹³⁾のうち、初期非弾性ひずみ速度、最小クリープひずみ速度および一次クリープの期間である。これらは、定常クリープに対する Garofalo の式を導出する際にも必要なデータである。降伏応力、ヤング率は引張試験または低サイクル疲労試験などより求めることができる(表 1)。

最小クリープひずみ速度は Norton 則 ($\dot{\epsilon} = A\sigma^m$) で記述できるので、境界条件 I より K と N の関係が式(7)で与えられる。

$$K = A \left(\frac{m}{N} \right)^{-N} \sigma_y^{m-N} \quad (7)$$

予加工あるいは応力履歴のない材料では、時刻零で $\sigma_b = 0$ となり、内部応力は散逸力 ρ だけとなる。非弾性ひずみ速度の初期値 $\dot{\epsilon}_{init}$ は、式(8)で記述できるので、式(4)を考慮して q_0 は式(9)となる。

$$\dot{\epsilon}_{init} = K(\sigma - \rho)^N \quad (8)$$

$$q_0 = \frac{\sigma - \left(\frac{\dot{\epsilon}_{init}}{K} \right)^{1/N}}{\sigma_y^*} \quad (9)$$

無次元応力(応力/降伏応力)と q_0 の関係(図 4)より、 $q_0 = g(\sigma)$ の関数形を考察して、式(10)を得た。

$$g(\sigma) = 1 - a_{q0} \exp\left(\frac{a_{q1}}{X}\right) \quad (10)$$

ここに、 $X = \sigma/\sigma_y$ 、 σ_y は降伏応力である。境界条件 I を満たすすべての N と K の値 ($1 \leq N \leq m$) より最適値を決定する方法を考察して、 $\sigma_{b,off}$ の二乗の総和 F を最小にする条件とした。ここに、 $\sigma_{b,off}$ は式(9)で求めたある N に対する q_0 の値 $q_{0,N}$ と式(10)で近似した q_0 の値 $q_{0,int}$ より計算される。

$$F = \sum \sigma_{b,off}^2$$

$$\sigma_{b,off} = \{(1 - q_{0,int}) - (1 - q_{0,N})\} \sigma_y^* \quad (11)$$

一次クリープの期間は、背応力の発展式(3)の λ に関連する。実験で定まる一次クリープ期間に対応する λ を数値計算で求めた後(図 5)、 $\lambda = h(\sigma)$ の関数形を考察し式(12)を定めた。 λ は q_0 には似存しない。

$$h(\sigma) = a_{\lambda 0} \exp(a_{\lambda 1} \sigma + a_{\lambda 2} \sigma^2) \quad (12)$$

決定した 9 個 (α , β を除けば実質的に 7 個)の未知数を以下に示す。

$$N = 1.8$$

$$K = 2.8955 \times 10^{-4}$$

$$a_{q0} = 0.4393$$

$$a_{q1} = -1.3956$$

$$a_{\lambda 0} = 12.2603$$

$$a_{\lambda 1} = 6.4759 \times 10^{-4}$$

$$a_{\lambda 2} = -2.0028 \times 10^{-5}$$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = 0$$

負荷荷重に対応する内部応力、摩擦応力および背応力の定常値を図 6 に示す。

Table 1 Material properties in Hastelloy XR (850°C)

Creep: α (MPa)	$\dot{\epsilon}_{init}$ (h ⁻¹)	$\dot{\epsilon}_{min}$ (h ⁻¹)	t_p (h)
58	1.186×10^{-4}	8.00×10^{-5}	1250
90	4.155×10^{-3}	1.95×10^{-3}	90
120	1.845×10^{-2}	9.65×10^{-3}	20
170	1.342×10^{-1}	7.60×10^{-2}	3.5
200	3.534×10^{-1}	2.25×10^{-1}	1.0
250	1.131	7.50×10^{-1}	0.35

$$A = 1.177 \times 10^{-15} \text{ (h}^{-1}\text{)}, m = 6.193 \text{ for } \dot{\epsilon} = A\sigma^m$$

Others: $\sigma_y = 236 \text{ MPa}$, $E = 135.4 \text{ (GPa)}$

Note: σ =stress, $\dot{\epsilon}$ =creep strain rate, $\dot{\epsilon}_{init}$ =initial inelastic strain rate, $\dot{\epsilon}_{min}$ =minimum creep strain rate, t_p =duration of primary creep, σ_y =yield stress, E =Young's modulus.

Fig. 4 Parameter q_0 vs. normalized stress σ/σ_y

Fig. 5 Parameter λ vs. stress σ

Fig. 6 Internal stresses vs. loading stress

荷重負荷形式に対応した応力，ひずみの変形挙動は次のように表される。

クリープ変形

定応力の場合

$$\dot{\epsilon}_{tot} = \dot{\epsilon}_{in} = K\{\sigma - (\sigma_b + \rho)\}^N \dots\dots\dots (13)$$

定荷重の場合 (σ_0 : 初期応力)

$$\dot{\epsilon}_{tot} = K\left\{\frac{\sigma_0 \exp(\epsilon_{in})}{E} + 1\right\}\{\sigma - (\sigma_b + \rho)\}^N \dots\dots\dots (14)$$

応力緩和の場合

$$\dot{\sigma} = -EK\{\sigma - (\sigma_b + \rho)\}^N \dots\dots\dots (15)$$

引張変形 (全ひずみ速度一定)

(a) Stress is 58 MPa

(d) Stress is 170 MPa

(b) Stress is 90 MPa

(e) Stress is 200 MPa

(c) Stress is 120 MPa

(f) Stress is 250 MPa

Fig. 7 Creep deformation curves under constant stress loadings

Fig. 8 The effect of pre loading on relaxation curves

Fig. 9 Stress relaxation during a dwell period

Fig. 10 Stress-strain curves at various total strain rates

Fig. 11 Back stress developed during a loading at various total strain rates

$$\dot{\sigma} = E[\dot{\epsilon}_{tot} - K\{\sigma - (\sigma_b + \rho)\}^N] \quad \dots\dots\dots (16)$$

5. 解析結果と実験結果との比較

定応力クリープ変形($\sigma=58, 90, 120, 170, 200, 250$ MPa)の解析結果を図7(a)～(f)に示す。一次+二次クリープを記述する本構成式は、クリープ変形曲線を精度良くシミュレーション可能なことがわかった。こ

Fig. 12 Inelastic strain rate in stress dip test

(a) Stress vs. strains

(b) Back stress vs. strains

Fig. 13 Stress-strain curves for a low cycle fatigue test

これらの解析では式(11)の $\sigma_{b,off}$ を σ_b の初期値として式(13)の計算に用いている。

応力緩和試験で全ひずみを一定に保持すると、弾性ひずみが減少し、非弾性ひずみが累積する。この緩和挙動は、試験前の応力履歴によって変化する初期応力、内部応力に依存する。全ひずみが0.2%に到達するまでの全ひずみ速度の影響($1.0 \times 10^{-3} \sim 1.0 \times 10^{-4} \%$ /s)を示す解析例を図8に示す。応力緩和直後に大きかった応力履歴の影響は、時間の経過とともになくなることがわかる。初期応力の値を実験結果と一致させて得られた応力緩和曲線の解析例(緩和時間=300 s)を図9に示す。材料モデルは緩和特性を良く表していることがわかる。

全ひずみ速度を一定にした引張変形の応力-全ひずみの解析例($1.0 \times 10^{-2} \sim 1.0 \times 10^{-4} \%$ /s)を図10に示す。ゲージ長さ25 mmの丸棒試験片で得られた実験値も示してある。制御したクロスヘッド引張速度0.1 mm/minをひずみ速度に換算すると、 $6.7 \times 10^{-3} \%$ /sとなるが、解析例の $5.6 \times 10^{-3} \%$ /sとほぼ一致している。図11は背応力の発展を示す。

応力急減試験(定応力クリープ試験の途中で、応力を120 MPaから110 MPaに減少)の実験結果と解析結果との比較を図12に示す。実験結果では、応力変化後まもなく三次クリープ領域に入り変形速度が加速されているが、応力急減後の非弾性ひずみ速度は解析結果とほぼ一致している。

低サイクル疲労試験は引張変形試験と同じ荷重負荷形成となるが、ひずみ速度の符号が反転する。低サイクル疲労曲線の解析例(全ひずみ範囲=1%、ひずみ速度=0.01%/s)を図13(a)、(b)に示す。それぞれ応力、背応力と全ひずみ、非弾性ひずみの関係を表す。

6. 結 言

新しく提案した粘弾性モデルに基づき、定応力クリープ変形特性より材料定数を決定する非弾性構成式の

導出手順を示し、ハステロイ XR の構成式を定式化した。この粘弾性材料モデルでは、内部応力は背応力と摩擦力より成り、背応力の速度はその現在値 σ_b と σ_b^* の差、並びにひずみ速度 $\dot{\epsilon}^*$ に独立に比例する。ハステロイ XR のクリープ変形、引張り、応力緩和、応力急減試験に対する高温変形挙動を解析した結果、本非弾性構成式は、時間依存形の材料変形挙動を精度よく記述できることを確認した。

文 献

- (1) Garofalo, F., *Fundamentals of Creep and Creep Rupture in Metals*, Macmillan, (1965), 16-17, New York.
- (2) 宮健三・矢川元基, 原子炉構造工学, (1976), 150-159, 東京大学出版会.
- (3) Robinson, D. N., *Nucl. Eng. Des.*, **83**(1984), 389-396.
- (4) Blass, J. J., Corum, J. M. and Chang, S. J., *Proc. of the Workshop on Structural Design Criteria for HTR*, Jül Conf 71, (1989), 206-224.
- (5) Kaji, Y., Muto, Y. and Tachibana, T., Creep Behavior of Hastelloy XR2 at Very High Temperature, *Proc. 5th Int. Conf. on Creep of Materials*, (1992), 101-109, Florida.
- (6) Chaboche, J. L. and Rousselier, G., On the Plastic and Viscoplastic Constitutive Equations Part I: Rules developed with internal variable concept, *ASME PVT*, **105**(1983), 153-164.
- (7) Miller, A., An Inelastic Constitutive Model for Monotonic, Cyclic, and Creep Deformation, *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **98**(1976), 97-113.
- (8) Cernocky, E. P. and Krempl, E., A Nonlinear Uniaxial Integral Constitutive Equation Incorporating Rate Effect, Creep and Relaxation, *Int. J. Nonlinear Mech.*, **14**(1979), 183.
- (9) 村上澄男, 大野信忠, 回復可能なクリープ硬化範囲を規定した多軸変動応力クリープ構成式, *機論*, **48** 428, A (1982), 431-439.
- (10) 大野信忠, 加智義文, 村上澄男, 非線形硬化材料の繰返し塑性構成式, *機論*, **51** 470, A (1985), 2349-2358.
- (11) 日本材料学会, 高温強度部門委員会編, 21/4 Cr-1 Mo 鋼の高温における非弾性構成式と寿命評価に関する共同研究 第I部, (1986), 393-405.
- (12) Riedel, H., *Fracture at High Temperatures*, (1986), 3-13, Springer Verlag.
- (13) 加治芳行, 武藤康, 定応力クリープ試験による曲線の定式化, *JAERI M* 89-210, (1989).