垂直正弦波加振を受ける薄肉円筒容器の遷移現象*

康 井 義 明^{*1}, 森 山 裕 幸^{*1}
松 田 健^{*2}, 島 田 則 近^{*3}Transition Phenomena of Thin Cylindrical Vessels under
Vertical Harmonic ExcitationYoshiaki YASUI, Hiroyuki MORIYAMA,
Takeshi MATSUDA and Norichika SHIMADA

This report describes the transition phenomena which were found in the previous studies of a thin cylindrical vessel under vertical excitation. These phenomena had the following different processes of three frequency regions in the bifurcation diagrams on the wall surface displacement of vessel. These processes were classified into shifting from periodic motion to quasiperiodic motion, the periodic resonance of parametric excitation and the characteristics of mixing the above two motions. For a detailed investigation of trajectories and spectra, critical acceleration a_p was defined by exciting acceleration immediately before the occurrence of this transition, and a_p was a new standard that estimated the transition phenomena. On the other hand, four stringers were used to induce stiffening of the vessel. The stiffening, which increased the rigidity of the vessel, restrained the quasiperiodic motion, and therefore a_p was increased.

Key Words: Forced Vibration, Coupled Vibration, Spectrum Analysis, Thin Cylindrical Vessel, Vertical Excitation, Transition Phenomena, Quasiperiodic Motion, Transition Zone, Stiffened Cylindrical Vessel

1. 結 言

薄肉円筒容器を垂直加振した場合、容器に加える加速度の増加に伴い、比較的高加速度で容器壁の面外変位と加速度応答に極端な増加および変動を引き起こす遷移現象が生じる⁽¹⁾⁽²⁾。このような現象は、地震動のような周期荷重を受ける大口径・薄肉化された液体貯蔵タンクでは、部分的な破損あるいは崩壊を引き起こす原因ともなりうる。そのため、遷移現象の発生を予測・感知することは、タンク等に応用される薄肉円筒容器の安全性を確保する上で重要と考えている。これまで円筒容器の加速度、殻壁の振動特性、殻壁からの発生音および目視による観察より遷移を判定していた。その結果、遷移の過程には殻壁の振動特性に初期の周期運動から、① 準周期運動または周期倍分岐を経て非周期運動への移行と、② パラメトリック主不安定振動への移行が、それぞれ異なる振動数領域で生じることを明らかにした。しかしカオス的挙動への分岐現象が認められる①の領域において、特に過程が複雑で遷

移の判定基準が不明確であった⁽²⁾。そこで本研究では、従来の遷移の判定方法に加え、非周期運動への過程を簡略かつ明確に判別できる分岐図およびトラジェクトリより、遷移過程に基づく分類を行った。また上記①の領域については詳細に検討し、前報⁽²⁾との関連を明らかにした。さらに、この現象を抑制するために、その一例として容器を縦通材で補強した円筒容器の実験を行い、その効果についても検討を行った。

2. 試験円筒容器および実験装置

試験円筒容器は遷移現象の詳細な過程を把握するため、ポリエステルフィルム製の円筒モデルを用いた。モデルは容器半径 R と肉厚 h との比 R/h を一定に L を変化させ、形状係数 $Z(=\sqrt{1-\nu^2} \cdot L^2/R \cdot h)$ を 1 000、2 000(以後それぞれ $Z1$ 、 $Z2$ と略称する)に設定した。この容器の諸元を表1および容器の座標系と各寸法の記号を図1(a)にそれぞれ示す。また補強円筒容器は座屈強度で評価すれば、補強材の剛性が強すぎると容器全体で生じる座屈よりも補強材間のパネルで生じる局部座屈が限界値となりやすいため⁽³⁾、かえって強度低下をまねきかねない。そのため本実験では容器の材質と比較的機械的性質の近いアクリル製正方形角材

* 1995年3月18日 北陸信越支部第32期総会・講演会において講演、原稿受付 1995年4月24日。

^{*1} 正員、東海大学工学部 (〒259 12 平塚市北金目1117)。

^{*2} 准員、いすゞ自動車(株) (〒252 藤沢市土棚8)。

^{*3} 学生員、東海大学大学院。

(一辺 4 mm) を、Z1 の容器に継目部を $\theta=0^\circ$ として等間隔に 4 本取付けた補強容器(以後 SZ1 と略称する)を使用した。この容器および補強材の材料定数を表 2 に示す。

図 1 (b) は実験装置系の概略図である。上記の試験円筒容器を板厚 30 mm のアルミニウム製の加振台に取付け、加振機に固定した。また本実験では内部液体圧が大きく構造上危険度の高い満液近くを想定し、内部液量は液位比 H/L (液位/円筒容器有効長さ) を 0.9 に設定した。加速度は上下端板に加速度ピックアップセンサを取付け、加速度計によりその値を記録した。このときの下端板の加速度を加振加速度 α_B とし、上端板の加速度を上端板加速度 α_U とした。容器の面外変位 w は、円筒長の中心 ($x/L=0.5$) で円周方向が $\theta=180^\circ$ に設置した渦電流式非接触形変位センサと変位計により測定した。また補強円筒容器に関しては、補強材間の中心となるように $\theta=135^\circ$ の位置で測定した。 α_B および w は、ローパスフィルタにより 2 kHz 以上の高周波成分を除去し、パーソナルコンピュータに取り込み、その入力波形よりトラジェクトリおよび分岐図を求めた。なお、 w については FFT アナライ

ザによる周波数分析も同時に行っている。

3. 実験結果および考察

3.1 遷移現象の過程とその分類 本研究では、垂直方向の比較的高い加速度が作用する動的問題の一つである円筒容器の遷移現象に着目し、この現象の解明およびその発生の予測・感知を行うために、従来までの遷移の判定方法に加え、カオスの挙動への過程を視覚的にとらえることのできる分岐図、トラジェクトリにより、これまでに明らかにされていない遷移現象の発生メカニズムおよび遷移過程の把握とその分類を行った。その結果、遷移現象には、3 種類の遷移過程 (Type I, II, III) が存在することを確認した。

図 2 は加振振動数 $f=100$ Hz の試験円筒容器 Z1 における実験結果で、遷移過程は Type I に相当する。印は横軸を加振加速度 α_B 、縦軸を面外変位 w の板厚 h による無次元量 w/h で表した分岐図であり、この図は α_B の位相 π のときの w/h の値を縦軸にプロットしたものである。また○印は f を一定とした条件で、 α_B を徐々に増加させたときの上端板加速度 α_U の応答を表した加速度応答である。これまでには α_U に不連続な変化を生じる直前の加振加速度 α_B を、遷移加速度 α_T の判定基準の一つとして取り扱ってきた。図 3~6 は図 2 の (a)~(d) 点にそれぞれ対応する壁面の面外変位 w の振動特性(以後スペクトルと略称する)であり、この図の右上は壁面の面外変位 w を微分形の二次元位相空間 ($w, dw/dt$) で示したトラジェクトリである。図 2 における (a) 点 ($\alpha_B=2350$ Gal) までの過程において、容器壁の振動状態は内部液体の動液圧などによる半径方向変位の振動成分に支配されてお

Table 1 Geometry of test vessel

Shape factor <i>Z</i>	Length <i>L</i> (mm)	Radius <i>R</i> (mm)	Thickness <i>h</i> (mm)	<i>L/R</i>	<i>R/h</i>
1000	148.4	84.0	0.25	1.76	336
2000	209.8	84.0	0.25	2.50	336

Table 2 Mechanical properties of test specimens

	Materials	Young's modulus <i>E</i> (GPa)	Poisson's ratio ν
Test Vessel	Polyester film	5.4	0.3
Stiffener	Acrylic resin	1.5	0.3

Fig. 1 Configurations of test vessel and test apparatus

Fig. 2 Bifurcation diagram

り、分岐図は周期運動であるため一点となる。そのときのスペクトル(図3)は、 $F=f$ の成分とその整数倍の調和成分が卓越した調和振動を示している。またトラジェクトリ(図3右上)もリミットサイクルとなり、周期性の強さが認められる。 α_B を図2の(b)点($\alpha_B=2600\text{ Gal}$)まで増加させると、そのスペクトル(図4)は f と F_{b2} を基本振動数とし、その卓越成分がこの二つの和と差で表される二重周期運動⁽⁴⁾を呈する。トラジェクトリ(図4右上)も F_{b2} による横ぶれが生じ、壁面の挙動の不安定性が確認できる。この二重周期運動は容器の軸方向の伸縮による壁面の半径方向の振動成分に支配された調和振動(f の調和成分)に、円周方向の比較的低い振動成分(F_{b2})が連成するために発生すると予想される。この円周方向の振動成分を引き起こす現象として、容器全体に生じる曲げやねじり振動などの連成が考えられる。その後分岐図は $\alpha_B=2720\text{ Gal}$

で、 w/h の増大とともに複数の点の分布がみられる図2の(c)点に変化する。このスペクトル(図5)は、その卓越部分が f と F_{c2}, F_{c3}, F_{c4} の四つの基本振動数をもつ四重周期運動を呈する。トラジェクトリ(図5右上)はこの F_{c2}, F_{c3}, F_{c4} の三つの成分の影響で(b)点の二重周期運動に比べ、軌道が位相空間を広範囲に覆いつくし、挙動の不安定化の進展が認められる⁽⁴⁾。この四重周期運動はさらに α_B を増加させることによりカオスの挙動へと変化し、図2の加速度応答における遷移加速度 α_T の位置で α_B の不連続な変化と同時に、壁面の挙動は振動モードとは判断しがたい大きな面外変位[(d)点]とともに著しい発生音を生じる遷移現象が発生する。この遷移後の図2の(d)点の面外変位 w/h は瞬時に10倍程度飛躍し、スペクトル(図6)は $F=f/2$ とその整数倍の成分が卓越した連続スペクトルになり、トラジェクトリ(図6右上)は不規則な軌道

Fig. 3 Power spectrum and trajectory of surface deformation

Fig. 4 Power spectrum and trajectory of surface deformation

Fig. 5 Power spectrum and trajectory of surface deformation

Fig. 6 Power spectrum and trajectory of surface deformation

を呈する非周期運動へと変化する。この α_T 以前にトラジェクトリに横ぶれが認められ、壁面の挙動の不安定性が生じる準周期運動(二重周期運動および四重周期運動など)が発生する直前の加振加速度を、周期運動から他の振動状態へと変化する臨界値として、本研究では新たに臨界加速度 α_P と定義した。この α_P と α_T の間の加速度領域は、遷移現象が発生するまでの遷移領域を示している。

Type II は Type I と後述する Type III の中間の振動数帯域で発生するが、その一例である $f=140$ Hz の分岐図を図 7 に示す。(a) 点 ($\alpha_B=857$ Gal) までの挙動は周期運動を呈し、(b) 点で加速度応答に α_U の飛躍的变化が生じる。さらに α_B を増加させると (b) 点を遷移加速度 α_T として、分岐図はパラメトリック主不安定振動⁽⁵⁾ を表す二つに分かれる現象と、準周期運

動あるいは非周期運動を表す複数の点が現れる現象が同時に生じる混合形の特徴を示す(c) 点の挙動へ遷移する。この Type II の α_P は α_U が線形性を失う直前の (a) 点とし、(c) 点以後の挙動には目視にて振動モードが観察できた。

Type III の例として $f=160$ Hz の結果を図 8 に示す。このタイプでは周期運動から (a) 点を α_T として、分岐図が 2 点に分かれるパラメトリック主不安定振動の (b) 点への遷移が確認できる。さらに α_B を増加させると (c) 点で $f/4$ の成分が基本振動数となる周期倍分岐を生じ、(d) 点において複数のプロットが現れる Type I, II と同様な準周期化が認められる。それ以後の壁面の挙動には、振動モードを伴う大きな面外変位が生じる。

このように、分岐図、トラジェクトリを用いることにより、これまで主にスペクトルで把握してきた遷移過程における容器壁面の挙動をより明確にとらえることができ、特に α_P および α_T の判定が容易になった。

3.2 遷移領域に対する検討 図 9 は遷移加速度 α_T および臨界加速度 α_P と加振振動数 f との関係を示したもので、図中には $Z1$ における Type I, II, III の生じる振動数帯域を示している。この両曲線に挟まれる領域は著しい壁面の変動を呈する遷移現象の発生前に生じる遷移領域とする。 α_P の境界線よりも低い領域では周期運動、 α_P と α_T の間の領域では準周期運動、 α_T の境界線より高い領域では非周期運動あるいはパラメトリック主不安定振動となる。特に準周期運動が生じる遷移領域は常に非周期運動へと変化する可能性を有しており、構造設計に应用する場合 α_P の境界線以下となるような加速度での想定が望ましい。また、Type II の領域は準周期運動から非周期運動とな

Fig. 7 Bifurcation diagram

Fig. 8 Bifurcation diagram

Fig. 9 α_P - f and α_T - f curves

る Type I の遷移過程と、パラメトリック主不安定振動となる Type III の境界域となり、この領域では Type I あるいは Type III の両過程が発生することも予想される。Type II の過程は分岐図によれば、Type I および Type III の遷移過程の特徴をそれぞれ持つ混合形の遷移過程を呈していた。さらに Type II の発生する振動数帯域は掃引試験で加速度応答が最大値を示すことから、この帯域が内部液体を含んだ円筒容器系全体の固有振動数付近と考えられる。Shih⁽⁶⁾ らおよび長島⁽⁷⁾ らの動的座屈に関する研究において、座屈加速度と加振振動数との関係は固有振動数付近でその傾向線が極小値を示しており、本研究の傾向と定性的に一致する。これは動的座屈もこの遷移に関連して発生する現象であることを意味するものである。そのため動的座屈についても、本研究で取り上げた遷移領域および臨界加速度 α_P の発生領域を考慮した検討は、挙動の解明に有力な手段になるものと考えられる。

3.3 遷移現象に対する補強の効果 実際の円筒容器は薄肉化による座屈強度やその剛性の低下を防ぐために、縦通材や補強リングなどの各種補強方法により補強して使用されている場合が多い。一般に軸圧縮など軸方向に負荷が加わるものに対して縦通材、内外圧など受ける場合に対して補強リングが用いられる。そこで本研究では加える外力が垂直方向の加振であることから、容器の軸方向の剛性を増加させる縦通材による補強を施し、その補強の効果を実験的に検討した。

図 10 は Z1, Z2, SZ1 における臨界加速度 α_P と加振振動数 f との関係を表したものである。Z2 の傾向線は Z1 の結果より低振動数側に移動し、このときの Z2 の Type I における α_P の値は Z1 と同一加振振

動数の約 1/2 の値となる。遷移加速度 α_T に関する傾向線は容器の形状係数 Z の増加に伴い低振動数側に移行することがすでにわかっている⁽¹⁾⁽²⁾。それに対し、 Z による α_P の変化は上記のとおり α_T と類似な傾向で変化することが本研究で確認できた。これより α_P と α_T との関連を十分に把握できれば、 α_P より危険側で生じる α_T の傾向を事前に予測することも可能である。そこで補強円筒容器に関してはこの α_P の傾向線により比較を行い、補強の効果を評価する。

この補強容器 SZ1 の結果には、Z1 における Type I の発生領域、特に $f=120$ Hz 以下の低い振動数領域で Z1 の約 1.5~2.0 倍程度の α_P 値における上昇がみられる。その効果を検討するために、補強の影響が明らかな Type I の分岐図を Z1 の結果とともに図 11 に示す。濃いプロットが SZ1、薄いプロットが Z1 の結果(図 2 に相当)である。SZ1 の壁面の挙動は、Z1 が準周期運動を呈する遷移領域においてもプロットが 1 点である周期運動のままである。これは SZ1 が遷移過程において準周期運動の生じる遷移領域がほとんど認められず、周期運動から非周期運動(カオス的挙動)へと瞬時に遷移することを意味するものである。上記挙動は Z1 の容器を 4 本の縦通材により補強することで、準周期運動時に発生する曲げ振動などの連成効果を抑制したことによるものと考えられる。

4. 結 言

円筒容器を垂直正弦波加振した場合に生じる遷移現象に対して、壁面の挙動をその位相空間に示された軌道から視覚的に把握することができる分岐図およびトラジェクトリを用いて、遷移現象の発生メカニズムの詳細な検討と遷移過程の分類を実験的手法により行っ

Fig. 10 α_P - f curves

Fig. 11 Bifurcation diagram

た。またこの遷移現象を抑制するために、容器を縦通材で補強した効果についても検討した。以下に本研究の成果を列記する。

(1) 円筒容器に加える加速度の増加により、加速度応答の線形性または壁面の振動が周期運動から他の振動状態へ変化する臨界値を臨界加速度 α_P と定義し、この α_P と遷移加速度 α_T との間には準周期運動を呈する遷移領域が存在することがわかった。

(2) α_P および α_T の発生する傾向線は容器形状を変化させても定性的に一致し、 α_P による評価を行えば危険側で生じる α_T の傾向を事前に予測することも可能である。

(3) 遷移現象は、低い振動数帯域で周期運動から準周期運動を経てカオス化する Type I, 高い振動数帯域で周期運動からパラメトリック主不安定振動に遷移する Type III, この振動数間で発生した Type I と Type III が混在する混合形の Type II の 3 種類のパタ

ーンに分類できる。

(4) 円筒容器を縦通材により補強した場合、容器全体の剛性の増加により準周期運動の発生を抑制し、 α_P を上昇させる補強の効果が認められた。

今後はデータの蓄積とともに、実機への応用を考慮してスケールおよび材料定数等のパラメータを含む相似則の検討も進める必要がある。

文 献

- (1) 康井義明・ほか 2 名, 機論, 57-539, A(1991), 1625-1629.
- (2) 菊川久夫・ほか 3 名, 東海大学紀要工学部, 31-1(1991), 105-110.
- (3) 植村益次, 航空学会誌, 12-23(1964), 109-125.
- (4) 木田重雄, 機誌, 91-840(1988), 1145-1150.
- (5) 千葉正克・谷順二, 機論, 51-471, C(1985), 2980-2987.
- (6) Shin, C. F. and Babcock, C. D., ASME, 80-C2/PVP-66 (1980).
- (7) 長島英明・ほか 3 名, 機論, 52-479, A(1986), 1649-1654.