画像解析を利用した短繊維強化複合材の 繊維配向分布推定に関する研究*

関根 英樹^{*1}, 鈴木 寛^{*1}, 山本 圭介^{*2}

Determination of Fiber Orientation Distributions in Short Fiber Reinforced Composites Using Image Analysis

Hideki SEKINE, Hiroshi SUZUKI and Keisuke YAMAMOTO

In this study, a method of determining fiber orientation distribution in short fiber reinforced composites using image analysis is proposed. First, the composite is irradiated with parallel rays from several directions and then the areas of regions on planes of projection, which are exposed to the parallel rays, are measured. Using only this information, we evaluate the fiber orientation distribution. We applied this method to the determination of fiber orientation distribution of a short fiber reinforced composite. Consequently, the validity of this method is proven.

Key Words: Composite Material, Short Fiber, Fiber Orientation Distribution, Probability Density, Image Analysis, Nonlinear Least Squares Method

1. 緒 言

短繊維強化複合材は、近年、広範囲の産業分野で実用に供されている。この一つの理由としては、従来用いられてきた金属などの材料に匹敵する機械的特性を備えている上に、成形性、寸法安定性等にも優れ、さらに軽量化が可能なことである。短繊維強化複合材の成形過程において繊維がマトリックスとともに流動する場合、製品の形状に応じて複雑な繊維配向分布を示すことがよく知られている⁽¹⁾⁽²⁾。繊維配向分布は繊維体積含有率、繊維のアスペクト比などとともに短繊維強化複合材の機械的特性に強く影響を及ぼす要素であり、また複雑な繊維配向によって引き起こされる短繊維強化複合材の問題点として成形過程における熱変形による成形品のそりや、ウェルドライン部で繊維が一方方向に並ぶことによって生じる強度低下⁽³⁾などの現象が知られている。したがって、短繊維強化複合材の機械的性質を予測して、複合材料設計を行うためには、短繊維強化複合材の内部構造を考慮した繊維強化複合材の変形および強度を解析する必要があるが、そのた

めには正確な繊維配向分布の評価が必須である。

これまで複合材の試料より繊維配向を測定する方法が数多く提案されている。最も一般的な方法としては試料の表面観察を行い映し出された繊維の断面像を用いる方法^{(4)~(7)}がある。しかしこの方法の問題点としては観察する試料表面の情報のみを用いて繊維配向を決定するので試料内部の情報を反映しているとはかぎらないこと、またより正確な繊維配向分布を得ようとすると膨大な計測が必要となる点が挙げられる。さらに横断面が円形等の定まった形状の繊維に対してのみ適用が可能であるという問題点もある。試料表面の繊維の像を用いない方法としては X 線回折を用いる方法^{(8)~(10)}がある。X 線回折法では繊維内の結晶の方向を測定して繊維配向分布を決定するので、繊維の横断面が円形等の定まった形状でない場合にも適用できるが、解析できる複合材がカーボン繊維、ケブラ繊維、SiC 繊維のような結晶性繊維を充てん材とした複合材に限られ、ガラス繊維のような非晶質の繊維を充てん材とする複合材に対しては適用できないという問題がある。

本研究では画像解析を利用して短繊維強化複合材中の繊維配向分布を近似的に推定する方法を提案した。具体的には短繊維強化複合材の平板状の試料にいくつ

* 原稿受付 1995 年 4 月 19 日。

^{*1} 正員、東北大学工学部(〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

^{*2} 東北大学大学院 [現: 日本電気(株)]。

かの方向から平行光線を照射し、試料を通して試料の後方の平行光線に垂直に置いた投影面上に平行光線が透過した部分(以下、透過領域と呼ぶ)の面積の割合を測定し、これを用いて繊維配向分布を推定する。本方法の特徴は試料内部の情報から繊維配向分布を推定するので、試料表面を研磨し、観察される繊維の断面像の形状を計測する方法よりも確に繊維配向を捉えられる点である。また、X線回折法が適用できない非晶質の繊維を充てん材とした短繊維強化複合材に対しても適用可能である。

本研究では、まず透過領域の面積の割合から繊維配向分布を推定する手法について述べる。次に、実際の短繊維強化複合材の繊維配向分布を本手法を用いて推定し、本手法の有効性について検証する。

2. 繊維配向分布推定法

2.1 透過領域の面積の割合 図1に示すような、多数の円形断面の繊維を含む短繊維強化複合材の厚さ一定の平板状の試料を考える。平板状の試料の一方より平行光線を照射する。このとき光線の吸収や光線の散乱は考えない。試料の後方の平行光線に垂直に置いた投影面上には試料の内部に含まれる繊維の影ができる。試料の端の部分では平行光線が試料を透過する距離が短くなりさらに投影される繊維の本数も少なくなるが、その効果は無視できるものとする。

さて、透過領域の面積の割合を求めてみよう。長方形の平板状の試料中に n_f 本の繊維が存在する場合を考える。それぞれの繊維が単独に存在するときの投影面積を $S_{f1}, S_{f2}, \dots, S_{fn}$ 、平板状の試料の投影面積を S_{ob} とする。平板状の試料中に n_f 本の繊維が存在する場合の透過領域の面積の割合の期待値 s は、簡単な確率の計算より、繊維が単独に存在するときの透過領域の面積の割合 $1 - S_{fi}/S_{ob}$ の積の形で表せる。すなわち

Fig. 1 Schematic view of a plate-like sample of short fiber reinforced composites irradiated with parallel ray

$$s = \prod_{i=1}^{n_f} \left(1 - \frac{S_{fi}}{S_{ob}}\right) \dots\dots\dots (1)$$

平板状の試料の投影面積 S_{ob} に比べ繊維1本1本の投影面積 S_{fi} が十分小さい場合(すなわち $1 \gg S_{fi}/S_{ob}$ の場合)、式(1)の両辺の対数をとってテイラー展開し、一次の項で近似すると、透過領域の面積の割合 s は

$$s \cong \exp\left(-\frac{1}{S_{ob}} \sum_{i=1}^{n_f} S_{fi}\right) = \exp\left(-\frac{n_f \bar{S}_f}{S_{ob}}\right) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\bar{S}_f$ は繊維1本当たりの平均投影面積である。平行光線が試料を透過する距離を t 、繊維体積含有率を V_f 、繊維直径を d_f 、繊維の平均長さを $\bar{l}_f$ とすると、式(2)は次式の形に書ける。

$$s = \exp\left(-\frac{4tV_f\bar{S}_f}{\pi d_f^2 \bar{l}_f}\right) \dots\dots\dots (3)$$

次に繊維1本当たりの平均投影面積 $\bar{S}_f$ について考えてみよう。平板状の試料中の繊維の方向が平行光線の方角に対して $\theta_{irr} \sim \theta_{irr} + d\theta_{irr}$ の角度の範囲にある確率を $f_{\theta_{irr}}(\theta_{irr})d\theta_{irr}$ とする。繊維の長さ分布と配向分布が互いに独立ならば繊維の1本当たりの平均投影面積 $\bar{S}_f$ は、繊維端の影はだ円の半分になることを考慮して、 $f_{\theta_{irr}}(\theta_{irr})$ を使って次式で表される。

$$\bar{S}_f = \int_0^{\pi/2} \left(\bar{l}_f d_f \sin \theta_{irr} + \frac{\pi d_f^2}{4} \cos \theta_{irr} \right) \times f_{\theta_{irr}}(\theta_{irr}) d\theta_{irr} \dots\dots\dots (4)$$

確率密度関数 $f_{\theta_{irr}}(\theta_{irr})$ が与えられれば、式(4)を通して式(3)より透過領域の面積の割合 s を求めることができる。逆に、いくつかの方向から平行光線を照射し透過領域の面積の割合 s を求めてやれば、繊維配向分布を推定できる。

2.2 繊維配向の確率密度関数 空間内に原点を O とする直角座標系 (x_1, x_2, x_3) を考える(図2)。さらに、この空間内に次の性質(1)、(2)および(3)を持つ閉曲面を考える。

(1) 原点 O を通る任意の直線は閉曲面と2点で交わるか、もしくは直線上の二つの線分が閉曲面に含まれる。

(2) 二つの交点あるいは二つの線分は原点 O に関して対称である。

(3) 閉曲面内部の体積は1である。

繊維配向分布は離散的なものであるが、本研究ではこれを上記の性質を持つ閉曲面を用いて近似する。極座標にならって図2のように角 θ_i, φ_i をとり、原点 O を始点として $(\sin \theta_i \cos \varphi_i, \sin \theta_i \sin \varphi_i, \cos \theta_i)$ の方向に直線を延ばし、閉曲面と交わる2点を R_{A1} および R_{A2} とする。同様に $\{\sin(\theta_i + d\theta_i) \cos \varphi_i, \sin(\theta_i + d\theta_i) \times \sin \varphi_i, \cos(\theta_i + d\theta_i)\}, \{\sin(\theta_i + d\theta_i) \cos(\varphi_i + d\varphi_i),$

$\sin(\theta_i + d\theta_i) \sin(\varphi_i + d\varphi_i), \cos(\theta_i + d\theta_i)$ および $\{\sin\theta_i \cos(\varphi_i + d\varphi_i), \sin\theta_i \sin(\varphi_i + d\varphi_i), \cos\theta_i\}$ の方向に直線を延ばし、閉曲面と交わる点をそれぞれ $R_{B1}, R_{B2}, R_{C1}, R_{C2}, R_{D1}, R_{D2}$ とする。図に薄墨で示した $OR_{A1}R_{B1}R_{C1}R_{D1}$ および $OR_{A2}R_{B2}R_{C2}R_{D2}$ で囲まれる部分の体積で繊維の方向が $\theta_i \sim \theta_i + d\theta_i, \varphi_i \sim \varphi_i + d\varphi_i$ の角度の範囲にある確率を表すものとする。 $OR_{A1}R_{B1}R_{C1}R_{D1}$ で囲まれる部分と $OR_{A2}R_{B2}R_{C2}R_{D2}$ で囲まれる部分の体積は等しいので、 $OR_{A1}R_{B1}R_{C1}R_{D1}$ で囲まれる部分の体積を求め2倍した値は繊維の方向が $\theta_i \sim \theta_i + d\theta_i, \varphi_i \sim \varphi_i + d\varphi_i$ の角度の範囲にある確率を与える。本研究では確率密度関数の例として、一つのだ円体を用いて繊維配向分布を近似する場合を考える。

空間内に原点を O とする直角座標系 (x_1, x_2, x_3) および重心が原点 O と一致し主軸の長さが a, b, c であるだ円体を考える(図3)。まただ円体の三つの主軸の方向に x'_1 軸, x'_2 軸および x'_3 軸をとるもう一つの直角座標系 (x'_1, x'_2, x'_3) を考える。 x'_3 軸上に点 P をとり、 $x_1 - x_2$ 平面への射影を P' とする。さらに、線分 PP' の延長線上の点で、原点 O と結んだときにその線分が x'_3 軸と直角をなす点を P'' とする。 x_3 軸と x'_3 軸のなす角を θ , x_1 軸と線分 OP' とのなす角を φ , 線分 OP'' と x'_1 軸のなす角を ψ とする。このだ円体表面は直角座標系 (x'_1, x'_2, x'_3) を用いると次式で表される。

$$\frac{x_1'^2}{a^2} + \frac{x_2'^2}{b^2} + \frac{x_3'^2}{c^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

主軸の長さ c に対する主軸の長さ a の比 a/c を k_{ac} ,

主軸の長さ c に対する主軸の長さ b の比 b/c を k_{bc} とし、だ円体の体積が1であること、すなわち

$$\frac{4}{3}\pi abc = 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

を用いると、式(5)は次式のように表される。

$$\frac{x_1'^2}{\left(\frac{3k_{ac}^2}{4\pi k_{bc}}\right)^{2/3}} + \frac{x_2'^2}{\left(\frac{3k_{bc}^2}{4\pi k_{ac}}\right)^{2/3}} + \frac{x_3'^2}{\left(\frac{3}{4\pi k_{ac}k_{bc}}\right)^{2/3}} = 1 \quad \dots\dots\dots (7)$$

また x_i 軸に対する x'_j 軸の方向余弦を a_{ij} とすると

$$\begin{Bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\mathbf{A}$ は

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{A}$ の成分 a_{ij} は二つの直角座標系 (x_1, x_2, x_3) と (x'_1, x'_2, x'_3) の関係を示す三つの角 θ, φ および ψ を用いて次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \cos\theta \cos\varphi \cos\psi - \sin\varphi \sin\psi \\ a_{12} &= \cos\theta \sin\varphi \cos\psi + \cos\varphi \sin\psi \\ a_{13} &= -\sin\theta \cos\psi \\ a_{21} &= -\cos\theta \cos\varphi \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi \\ a_{22} &= -\cos\theta \sin\varphi \sin\psi + \cos\varphi \cos\psi \\ a_{23} &= \sin\theta \sin\psi \\ a_{31} &= \sin\theta \cos\varphi \\ a_{32} &= \sin\theta \sin\varphi \\ a_{33} &= \cos\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

Fig. 2 Probability density function of fiber orientation distribution

Fig. 3 Probability density function expressed by using an ellipsoid

式(8)を式(7)に代入すれば、だ円体表面は直角座標系 (x_1, x_2, x_3) を用いて表すと

$$\frac{(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3)^2}{(3k_{ac}^2/4\pi k_{bc})^{2/3}} + \frac{(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3)^2}{(3k_{bc}^2/4\pi k_{ac})^{2/3}} + \frac{(a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3)^2}{(3/4\pi k_{ac}k_{bc})^{2/3}} = 1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

次に、直角座標系 (x_1, x_2, x_3) と原点 O を共通とする直角座標系 $(x_{irr1}, x_{irr2}, x_{irr3})$ を考え、 x_{irr3} 軸の正の方向から平行光線を照射するものとする(図4)。 x_i 軸に対する x_{irrj} 軸の方向余弦を b_{ij} とすると次式が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} x_{irr1} \\ x_{irr2} \\ x_{irr3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{B} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに $\mathbf{B}$ は

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

直角座標系 (x_1, x_2, x_3) での平行光線の照射方向は b_{31} , b_{32} および b_{33} のいずれか二つで規定される。 $(\mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^T$ なので、

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{irr1} \\ x_{irr2} \\ x_{irr3} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}^T \begin{Bmatrix} x_{irr1} \\ x_{irr2} \\ x_{irr3} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

だ円体表面上に点 R_{a1} をとり、 x_{irr1} - x_{irr2} 平面への射影を R' とする。線分 OR_{a1} の長さを r_{irr} , x_{irr3} 軸と線分 OR_{a1} のなす角を θ_{irr} , x_{irr1} 軸と線分 OR' のなす角

Fig. 4 Parallel ray and probability density function

を φ_{irr} とする。極座標系 $(r_{irr}, \theta_{irr}, \varphi_{irr})$ を用いると、 x_{irr1} , x_{irr2} および x_{irr3} は

$$\begin{Bmatrix} x_{irr1} \\ x_{irr2} \\ x_{irr3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_{irr} \sin \theta_{irr} \cos \varphi_{irr} \\ r_{irr} \sin \theta_{irr} \sin \varphi_{irr} \\ r_{irr} \cos \theta_{irr} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

だ円体表面を表す式(10)に式(12)および式(13)を代入し、 r_{irr} について解き、 $r_{irr} \geq 0$ とすれば、 r_{irr} は θ_{irr} および φ_{irr} の関数として次式で表される。

$$r_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) = \left\{ \frac{(a_{11}m_1 + a_{12}m_2 + a_{13}m_3)^2}{(3k_{ac}^2/4\pi k_{bc})^{2/3}} + \frac{(a_{21}m_1 + a_{22}m_2 + a_{23}m_3)^2}{(3k_{bc}^2/4\pi k_{ac})^{2/3}} + \frac{(a_{31}m_1 + a_{32}m_2 + a_{33}m_3)^2}{(3/4\pi k_{ac}k_{bc})^{2/3}} \right\}^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで

$$\begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{B}^T \begin{Bmatrix} \sin \theta_{irr} \cos \varphi_{irr} \\ \sin \theta_{irr} \sin \varphi_{irr} \\ \cos \theta_{irr} \end{Bmatrix}$$

直角座標系 $(x_{irr1}, x_{irr2}, x_{irr3})$ の座標軸に沿う方向の単位ベクトルを $\mathbf{i}_{irr}$, $\mathbf{j}_{irr}$, $\mathbf{k}_{irr}$ とすると、だ円体表面はベクトル関数として次式で表される。

$$\mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) = \{r_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \sin \theta_{irr} \cos \varphi_{irr}\} \mathbf{i}_{irr} + \{r_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \sin \theta_{irr} \sin \varphi_{irr}\} \mathbf{j}_{irr} + \{r_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \cos \theta_{irr}\} \mathbf{k}_{irr} \quad \dots\dots\dots (15)$$

繊維の方向が $\theta_{irr} \sim \theta_{irr} + d\theta_{irr}$, $\varphi_{irr} \sim \varphi_{irr} + d\varphi_{irr}$ の角度の範囲にある確率は前述したように図に薄墨で示した原点 O とだ円体表面上の点 R_{a1} , R_{b1} , R_{c1} および R_{d1} で囲まれる部分の体積の2倍で表される。本研究ではこの領域の体積を底面を三角形 R_{a1} , R_{b1} , R_{c1} , 頂点を O とする三角すいと、底面を三角形 R_{a1} , R_{c1} , R_{d1} , 頂点を O とする三角すいの二つの三角すいの体積の和で近似して数値計算を行った。 R_{a1} の位置ベクトルを $\mathbf{r}_{a1}$ とすると $\mathbf{r}_{a1}$ は $\mathbf{r}_{a1} = \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr})$ である。同様に、 R_{b1} , R_{c1} および R_{d1} の位置ベクトルを $\mathbf{r}_{b1}$, $\mathbf{r}_{c1}$ および $\mathbf{r}_{d1}$ とすると $\mathbf{r}_{b1}$, $\mathbf{r}_{c1}$ および $\mathbf{r}_{d1}$ はそれぞれ $\mathbf{r}_{b1} = \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr})$, $\mathbf{r}_{c1} = \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr})$, $\mathbf{r}_{d1} = \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr})$ であり、この領域の体積 dV は

$$dV = \frac{1}{6}(\mathbf{r}_{a1} \times \mathbf{r}_{b1}) \cdot \mathbf{r}_{c1} + \frac{1}{6}(\mathbf{r}_{a1} \times \mathbf{r}_{c1}) \cdot \mathbf{r}_{d1} \\ = \frac{1}{6}[\{\mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \times \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr})\} \cdot \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr}) \\ + \{\mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \times \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr})\} \cdot \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr})] \dots \dots \dots (16)$$

繊維の方向が x_{irr3} 軸に対して $\theta_{irr} \sim \theta_{irr} + d\theta_{irr}$ の角度の範囲にある確率 $f_{\theta_{irr}}(\theta_{irr})d\theta_{irr}$ は式(16)を φ_{irr} について $0 \sim 2\pi$ の範囲で積分したものを2倍して求められる。すなわち

$$f_{\theta_{irr}}(\theta_{irr})d\theta_{irr} = 2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{6}[\{\mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \times \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr})\} \cdot \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr}) \\ + \{\mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr}) \times \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr} + d\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr})\} \cdot \mathbf{r}_{irr}(\theta_{irr}, \varphi_{irr} + d\varphi_{irr})]d\varphi_{irr} \dots \dots \dots (17)$$

この式(17)を式(4)に代入し、 θ_{irr} の値について数値積分を行って繊維1本当たりの平均投影面積 $\bar{S}_f$ を求め、これを式(3)に代入すれば透過領域の面積の割合 s が求められる。

2.3 計算方法 2.1節および2.2節では繊維配向の確率密度関数を仮定して透過領域の面積の割合を計算する方法について述べた。この一連の計算を行う順問題に対して、逆問題は透過領域の面積の割合を測定値で与え、繊維配向の確率密度関数に対応する形状を決定する独立なパラメータ(以下、形状決定パラメータと呼ぶ)を推定する問題となる。ここでは、この逆問題を解くことを考える。順問題において透過領域の

面積を計算する際に数値積分を行っているので、逆問題を解こうとした場合、透過領域の面積の割合から形状決定パラメータを求める連立方程式を構成することは不可能である。そこで本研究では、計算によって得られる透過領域の面積の割合と実験によって得られる透過領域の面積の割合の偏差を、実験によって得られる透過領域の面積の割合で基準化し、その二乗和を最小化して形状決定パラメータを推定するいわゆる非線形最小二乗法を用いて解を求めた。具体的な解法の流れを図5のフローチャートに示す。まず形状決定パラメータが n 個存在するとき、最小限 n 個の方向、すなわち、方向1、方向2、 $\dots$ 、方向 n から平板状の試料に平行光線を照射し、透過領域の面積の割合 $s_{m1}, s_{m2}, \dots, s_{mn}$ を実験により測定する。次に、 n 個の形状決定パラメータを与えて繊維配向の確率密度関数を仮定し、方向1、方向2、 $\dots$ 、方向 n から平行光線を照射した場合の透過領域の面積の割合 $s_1, s_2, \dots, s_n$ を計算により求める。そして次式で表される L を求める。

$$L = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{s_i}{s_{mi}}\right)^2 \dots \dots \dots (18)$$

L の値が最小となるまで形状決定パラメータの値を与え直す。 L が最小となったら、そのときの形状決定パラメータを用いて繊維配向の確率密度関数を決定する。

この形状決定パラメータの値を与え直し、 L を最小化する計算は L の最小値を探索する問題に帰着するので、最適化手法を適用することができる。実際の計算では、設計変数を形状決定パラメータ、目的関数を式(18)に表される L とし、最適化手法は制約条件のないBFGS法⁽¹¹⁾、一次元探索法は黄金分割法を用いて、 L の最小値を求めた。本研究で取扱った一つの円体を用いて近似した繊維配向の確率密度関数は円体の主軸の長さ比 k_{ac}, k_{bc} および主軸の方向を表す角 θ, φ, ψ という五つの形状決定パラメータで記述される。よって、 $n=5$ として図5のフローチャートに従い、これらの形状決定パラメータを求めた。

Fig. 5 Flow chart of determination method of fiber orientation distribution

3. 実際の複合材への適用

3.1 材料および試験片 本研究に使用した複合材は、日東紡績(株)製のガラス繊維(平均径 $13\ \mu\text{m}$, アクリルサイジング処理, グレード: 3 PE-331)と新日鐵化学(株)製の ABS(グレード: ABS-300)で作製したガラス短繊維強化 ABS である。ペレット化には $40\ \phi$ 単軸押出機(シリンダ長さ/シリンダ径=29, スクリュー: フルフライト形, シリンダ温度 230°C)を使用し, さらに $100\ \text{t}$ 射出成形機(シリンダ温度 230°C , 射出圧力 $600\ \text{kgf/cm}^2$, 金型温度 40°C , ゲート種類: サイド)により, ASTM D 790 規格⁽¹²⁾の曲げ試験片(長さ: $127\ \text{mm}$, 幅: $12.7\ \text{mm}$, 厚さ: $6.5\ \text{mm}$)を作製した。ガラス繊維の含有率は $5\ \text{wt.}\%$ ($2.11\ \text{vol.}\%$)である。試験片およびそれより採取した試料の模式図を図 6 (a) および (b) に示す。さらに図 6 (a) には射出成形時のゲートの位置もあわせ示した。図 6 (a) に一点鎖線で示した試験片の中央線上の端から $60\ \text{mm}$ の位置に原点 O をとり, 試験片の幅方向を x_1 軸, 厚さ方向を x_2 軸, 長手方向を x_3 軸とする直角座標系 (x_1 ,

(a) Specimen

(b) Samples

Fig. 6 Injection-molded short glass fiber reinforced composites

x_2, x_3) を考える。この試験片から図 6 (b) に示すように x_1 軸, x_2 軸および x_3 軸のそれぞれに垂直な面を持つ 3 種類の試料を切り出した。さらに, 各試料をプレパラートに固定し, 試料の厚さが均一に $0.5\ \text{mm}$ となるようにアルミナ砥粒を用いて研磨した。以下, x_1 軸に垂直な面を持つ試料を試料 1, 同様に x_2 軸, x_3 軸に垂直な面を持つ試料をそれぞれ試料 2, 試料 3 と呼ぶこととし, 以後の測定に用いた。

3.2 透過領域の面積の割合の測定と繊維配向の直接測定 本研究では繊維配向の確率密度関数をだ円体で近似しており, このだ円体は 5 個の形状決定パラメータで記述される。したがって形状決定パラメータを推定するには最小限 5 個の異なる方向から測定した透過領域の面積が必要となる。試料 1 について 5 個の異なる方向から軟 X 線が照射されるように試料を傾け, 照射方向に垂直に置いた X 線フィルムに繊維の影を撮影した。軟 X 線照射方向が x_1 軸となす角を θ_1 , x_2 軸となす角を θ_2 , x_3 軸となす角を θ_3 とした。照射方向の詳細については表 1 に示す。撮影条件はすべて X 線照射時間 10 秒, 電圧 $20\ \text{kV}$, 電流 $3\ \text{mA}$ とした。図 7 に撮影された画像を示す。図 7 において, 繊維の影は白く, 透過領域は黒く現れている。

次に, 軟 X 線を照射し得られたネガフィルムに映し出されている画像を光学顕微鏡を用いて拡大し,

Table 1 Values of $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ and s_{mi}

Irradiation direction	θ_1 deg.	θ_2 deg.	θ_3 deg.	s_{mi}
1	0.0	90.0	90.0	0.436
2	30.0	90.0	60.0	0.384
3	30.0	90.0	120.0	0.409
4	30.0	60.0	90.0	0.366
5	30.0	120.0	90.0	0.370

Fig. 7 Micro radiograph of sample 1

CCD カメラを用いて画像解析装置(旭化成工業(株)製, IP-1 000)に取り込み, 透過領域の面積の割合を測定した。取り込まれた画像は 256 階調の濃度階調をもった画素の集合として表される。ある濃度階調をしきい値として定め, 画像におけるしきい値に対して濃度階調が低い領域を繊維部分, 高い領域を透過領域とみなすことによって, 繊維の影の部分と透過領域とを分離した。濃度階調の高い領域の画素数の全体の画素数に対する割合を求め, その値を透過領域の面積の割合とした。この方法で方向 1, 方向 2, ..., 方向 5 についての透過領域の面積の割合 $S_{m1}, S_{m2}, \dots, S_{m5}$ を測定した。結果を表 1 に示す。

さらに, 本研究で提案した手法を用いて得られる結果の検証のために, 試料 1, 試料 2 および試料 3 について試料に垂直な方向から軟 X 線を照射し得られたネガフィルムを用いて繊維の方向を直接測定した。具体的には画像解析装置に取り込まれ, モニタ上に映し出された繊維の像を 1 本 1 本をなぞるようにして手作業で繊維の二次元的な方向を直接測定した。繊維の方向を表す角の取り方は, 試料 1 については, x_1 軸の正の方向から見て, 試料の長手方向である x_3 軸に対して繊維がなす角を時計回りを正として測定した。同様に, 試料 2, 試料 3 についてはそれぞれ x_2 軸, x_3 軸の正の方向から見て, 試料の長手方向である x_3 軸, x_1 軸に対して繊維がなす角を時計回りを正として測定した。測定位置は試料 1, 試料 2 については図 6 (b) に一点鎖線で示した試験片の中央線に沿った部分とし, 試料 3 については図 6 (b) の原点 O 付近とした。試料 1, 試料 2 および試料 3 について繊維の方向を直接測

定した結果を確率密度として, それぞれ図 8 (a), (b) および (c) に実線で示した。図 8 (a) および (c) において繊維方向の確率密度は 0° 付近にピークを示しており, 試料中の繊維配向分布が x_2 軸に垂直な板状であることがわかる。

3・3 計算結果および考察 図 5 に示すフローチャートに従って繊維配向の確率密度関数を推定した。計算には測定された透過領域の面積の割合として表 1 に示した値を用いた。山田ら⁽¹³⁾ は本研究の供試材であるガラス短繊維強化 ABS の作製に用いた射出成形機でガラス短繊維強化ナイロンを作製し, それをギ酸で溶かしガラス繊維を分離して, ガラス繊維の長さを測定し, 平均長さとして $243 \mu\text{m}$ 値を得ている。ここでは, 平均繊維長さ $\bar{L}_f$ としてこの値を用いた^{**1}。形状決定パラメータ, すなわち円体の主軸の長さの比 k_{ac}, k_{bc} および主軸の方向を表す角 θ, φ, ψ の初期値として $k_{ac}=0.80, k_{bc}=0.30, \theta=30.0^\circ, \varphi=135.0^\circ, \psi=0.0^\circ$ を与え, 式(18)で定義される L の最小値を最適化プログラム ADS を用いて探索した。その結果, $k_{ac}, k_{bc}, \theta, \varphi$ および ψ がそれぞれ $k_{ac}=0.76, k_{bc}=0.35, \theta=21.6^\circ, \varphi=178.0^\circ$ および $\psi=0.2^\circ$ のときに L は最小値 5.41×10^{-5} となった。求められた形状決定パラメータによって決定された確率密度関数を用いて x_1 軸の正の方向から見て繊維が x_3 軸に対してなす角の分布を計算した。同様に x_2 軸, x_3 軸の正の方向から見て繊維が x_3 軸, x_1 軸に対してなす角の分布を計算した。 x_1 軸の正の方向から見た場合を例に取り説明すると, 図 4 において x_1 軸と x_{irr3} 軸, x_3 軸と x_{irr1} 軸を一致させ, 図に薄墨で示した領域の体積を表す式(16)を θ_{irr}

Fig. 8 Fiber orientation distributions

^{**1} 試料の厚さは 0.5 mm であり平均繊維長さの 2 倍程であるので, 試料作製時に多数の繊維が切断され, 当然試料中の平均繊維長さは $243 \mu\text{m}$ より短くなる。切断された繊維の端の影の影響を考慮しても, 繊維長さに比べ繊維直径が十分小さいために最終的な結果にはほとんど影響しない。すなわち, 切断されたことによる結果への影響はほとんどないと言える。

について $0 \sim 2\pi$ の範囲で積分することにより, x_1 軸の正の方向から見て繊維の方向が x_3 軸に対して $\varphi_1 \sim \varphi_i + d\varphi_i$ の角度の範囲にある確率が求められる。結果をそれぞれ図 8 (a), (b) および (c) に点線で示した。図 8 (a) および (c) において, 透過領域の面積の割合を用いて求めた繊維方向分布は 0° 付近にピークを示しており, 実験結果と一致して, 繊維方向分布が x_2 軸に垂直な板状であるという傾向を相当よく捉えている。

4. 結 言

本研究では, 短繊維強化複合材の平板状の試料にいくつかの方向から平行光線を照射し, 試料を通して試料の後方の平行光線に垂直に置いた投影面上に平行光線が透過した部分の面積の割合を測定し, これを用いて繊維配向分布を推定する方法を提案した。さらにこの方法を用い実際の短繊維強化複合材料の繊維配向分布を推定した。このとき, 繊維配向分布の確率密度関数を一つのだ円体を用いて近似することにより繊維配向分布は実際の繊維配向分布を相当よく捉えることができた。このことは, 一つの試料をいくつかの方向から平行光線を照射し, 得られる透過領域の面積の割合を用いて短繊維強化複合材中の繊維配向分布の推定が可能であることと, 本研究に使用したガラス短繊維強化 ABS 中のガラス繊維の配向分布を一つのだ円体を用いて仮定したことが妥当であることを示している。

本研究は, 旭化成工業(株)との共同出願特許, 発明の名称「繊維配向分布計測方法および装置」特許平 7-47631 の一部であることを付記し謝意を表する。また, 試料の作製において協力を得た日野 功氏(東北大学工学部)に謝意を表する。

文 献

- (1) Darlington, M. W. and McGinley, P. L., *J. Mater. Sci.*, **10**-5 (1975), 906-910.
- (2) Bright, P. F., ほか 2 名, *J. Mater. Sci.*, **13**-11 (1978), 2497-2506.
- (3) 濱田泰以・ほか 6 名, 高分子論文集, **44**-9 (1987), 649-656.
- (4) Hille, D., ほか 2 名, *Comp. Sci. Technol.*, **35**-2 (1989), 195-206.
- (5) O'Connell, P. A. and Duckett, R. A., *Comp. Sci. Technol.*, **42** 4 (1991), 329-347.
- (6) Hine, P. J., ほか 3 名, *Comp. Sci. Technol.*, **47** 1 (1993), 65-73.
- (7) Toll, S. and Andersson, P. O., *Composites*, **22** 4 (1991), 298-306.
- (8) Menendez, H. and White, J. L., *Polym. Eng. Sci.*, **24**-13 (1984), 1051-1055.
- (9) Sandlin, M. S., ほか 2 名, *J. Am. Ceram. Soc.*, **75**-6 (1992), 1522-1528.
- (10) 赤津隆・ほか 4 名, 日本複合材料学会誌, **20**-6 (1994), 236-244.
- (11) Vanderplaats, G. N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, (1984), 92, McGraw-Hill Book Company.
- (12) ASTM Standard D 790, *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 08.01 (1987), 392, ASTM.
- (13) 山田勝弘・ほか 2 名, 日本複合材料学会誌, **21** (1995), 61-68.