面内・面外荷重下のクラックまたは直線状剛体介在物を 有する粘弾性体の応力, 変位解析*

柴田 善 央^{*1}, 平 島 健 一^{*2}

Stress and Displacement Analysis of Viscoelastic Medium with Crack or Rigid Line Inclusion under In-Plane and Out-of-Plane Loadings

Yoshihisa SHIBATA and Ken-ichi HIRASHIMA

The stress and displacement fields for a viscoelastic medium with crack or rigid line inclusion are examined under in-plane and out-of-plane loads applied at infinity. The present analysis also gives stress intensity factors and stress singularity coefficients according to the time variations. The time-dependent behavior of the medium is assumed to be represented by the Burgers model of viscoelasticity for the cases of step-type loadings. Several numerical examples are given by graphical representations.

Key Words: Viscoelasticity, Crack or Rigid Line Inclusion, In-Plane and Out-of-Plane Problems, Stress Intensity Factors, Stress Singularity Coefficients

1. 緒 言

材料の破壊はクラックやその他の欠陥の発生, 成長, 合体等によって生じると考えられている。これらのクラックや内部に含まれる欠陥や介在物の挙動を把握することは線形破壊力学の基本的な分野である。例えば, 無限に広がった領域内にだ円形孔または剛体介在物(長半径を a , 短半径を b)を有する問題で, $b \rightarrow 0$ とすることにより, クラックまたは直線状の剛体介在物が存在する問題を扱うことができる。この種の線形弾性問題については Brussat-Westmann⁽¹⁾, Wang ら⁽²⁾をはじめとして数多く取り扱われている。

材料を線形粘弾性体とした取扱いとして粘弾性モデルのうち, Schapery⁽³⁾⁽⁴⁾は Maxwell モデルとしたクラック問題の解析を, また Sladek⁽⁵⁾らは境界要素法により, 材料を Standard モデル⁽⁶⁾としたクラック問題の解析を行っている。

さらに, 各種の介在物を有する粘弾性体問題に関する研究として, 例えば円形介在物を有する場合について Margetson⁽⁷⁾が一軸荷重問題を, Berry⁽⁸⁾が面内荷

重問題を, クリープ関数を用いて議論している。これらに対し, 著者らは先に面内および面外荷重下でのだ円形の空孔を有する線形粘弾性体の応力, 変位を求めるための解析理論を提示した⁽⁶⁾⁽⁹⁾。そこでは粘弾性モデルとして, Standard モデルや Burgers モデル⁽⁶⁾の場合に対し閉じた型の解析解と数値計算例を与えた。また, そこでの解析では孔境界として自由境界および固定境界の場合が扱えるものであった。このだ円形の形状として, 長半径を a , 短半径を b とした場合の理論結果で, $b \rightarrow 0$ とすることにより, クラックまたは直線状の剛体介在物が存在する問題をそのまま扱うことができる。

なお, 著者らはだ円形の弾性介在物を有する粘弾性体問題の解析も実施し, すでに発表している⁽¹⁰⁾。

ここでは, 上述の取り扱いを踏まえて, 線形粘弾性体内に存在するクラックおよび直線状剛体介在物問題について閉じた型の解析解を提示し, それらを用いた種々の数値計算を行い, その周辺の応力, 変位状態ならびに応力拡大係数の時間経過による変化について提示する。ここで媒体は応力成分のうち偏差成分に関し図1に示す Burgers モデルに, 体積成分に関し Elastic モデルに従うとする。

* 原稿受付 1995年5月29日。

^{*1} 正員, 山梨大学工学部 (〒400 甲府市武田4-3-11)。

^{*2} 山梨大学大学院。

Fig.1 Crack geometry, applied loads at infinity and burgers viscoelastic model

2. クラックまたは直線状剛体介在物を有する粘弾性体問題の基礎式と基本解

2・1 応力、変位を求める公式 著者らは介在物として、だ円形の空洞または剛体介在物を有する粘弾性体の応力、変位解析についての理論解を発表している⁽⁶⁾⁽⁹⁾。そこでは弾性体と線形粘弾性体の間に成立する“対応原理”を用い、弾性解中のせん断弾性係数、ポアソン比およびそれらの組み合わせられた係数に関し、採用する粘弾性モデルに対応する置き換えをすることにより、媒体の粘弾性特性として、応力成分のうち偏差成分に対し、図1に示す Burgers モデルを、体積成

分として Elastic モデルとした場合の厳密解を導出した。また、作用荷重として、だ円形介在物の外径と比べて、十分遠方より無限遠荷重が作用するものとした。

図1に示す直線状のクラックは、だ円形の介在物の長径と短径の比 $b/a=0$, i. e. ($b=0$) としたものと考えられる。したがって、 z 平面を ζ 平面に写像する関数 $\omega(\zeta)$ を次式のように設定すればよい。

$$z = \omega(\zeta) = \frac{a}{2} \left(\zeta + \frac{1}{\zeta} \right), \quad \zeta = \xi + i\eta. \quad (1)$$

最終的に、応力、変位を求める公式は面内荷重問題 ($\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$) に対して、次式のように与えられる⁽⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \text{Re} \left[\{ 2R_1(\zeta, t) - R_2(\zeta, t) + R_3(\zeta, t) \} e^{2i\theta} \right], \\ \sigma_y &= \text{Re} \left[\{ 2R_1(\zeta, t) + R_2(\zeta, t) + R_3(\zeta, t) \} e^{2i\theta} \right], \\ \tau_{xy} &= \text{Im} \left[R_2(\zeta, t) + R_3(\zeta, t) \right], \\ u_x &= \text{Re} \left[\frac{1}{2} \{ R_4(\zeta, t) - R_5(\zeta, t) - R_6(\zeta, t) \} e^{i\theta} \right], \\ u_y &= \text{Im} \left[\frac{1}{2} \{ R_4(\zeta, t) - R_5(\zeta, t) - R_6(\zeta, t) \} e^{i\theta} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、

$$e^{2i\theta} = \frac{\zeta}{|\zeta|} \cdot \frac{\omega'(\zeta)}{|\omega'(\zeta)|}, \quad e^{i\theta} = \frac{\zeta}{|\zeta|} \cdot \frac{\omega'(\zeta)}{|\omega'(\zeta)|}. \quad (3)$$

式(2)中の $R_1(\zeta, t) \sim R_6(\zeta, t)$ は弾性厳密解中に現れる弾性定数に関する項を前述の‘対応原理’を用いて置き換えをした部分である。それらは自由境界(クラック)または固定境界(直線状剛体介在物)の場合に対し、後に示す $F_1(t) \sim F_4(t)$ を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R_1(\zeta, t) &= \frac{a}{2\omega'(\zeta)} \left[A + \frac{1}{2} \{ (1+k_1)F_1(t) - (1-k_1) \} \frac{1}{\zeta^2} (m\bar{A} + 2\bar{B}) \right], \\ R_2(\zeta, t) &= \omega(\zeta) \left[- \frac{\omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^2} R_1(\zeta, t) - \frac{a}{2[\omega'(\zeta)]^2} \{ (1+k_1)F_1(t) - (1-k_1) \} \frac{2}{\zeta^3} (m\bar{A} + 2\bar{B}) \right], \\ R_3(\zeta, t) &= \chi'(\zeta) - 1 - \zeta R_2(\zeta, t) - \frac{\omega'(1/\zeta)}{\omega'(\zeta)} R_1(\zeta, t), \\ R_4(\zeta, t) &= \frac{a}{2} \left[F_2(t)A\zeta + \frac{1}{2} \{ (1+k_1)F_3(t) - (1-k_1)F_2(t) \} \frac{1}{\zeta} (m\bar{A} + 2\bar{B}) \right], \\ R_5(\zeta, t) &= \frac{a}{2} \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \left[F_3(t)A\zeta + \frac{1}{2} \{ (1+k_1)F_4(t) - (1-k_1)F_3(t) \} \frac{1}{\zeta} (m\bar{A} + 2\bar{B}) \right], \\ R_6(\zeta, t) &= \frac{a}{2} \left[F_3(t)(m\bar{A} + 2\bar{B})\zeta - \frac{1}{2} \{ (1+k_1)F_2(t) - (1-k_1)F_3(t) \} \frac{\bar{A}}{\zeta^2} \right] - \bar{\omega}(1/\zeta)R_5(\zeta, t). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

また、面外荷重問題 (τ_{xz}, τ_{yz}) に対しても同様に、複素関数 $F(\zeta)$ を用いて次式のように与えられる⁽⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} - i\tau_{yz} &= (\tau_{xz} - i\tau_{yz})e^{i\theta} = F'(\zeta)e^{i\theta}, \quad u_z = \frac{1}{2} F_3(t) \{ F(\zeta) + F(\bar{\zeta}) \} = F_3(t) \text{Re} [F(\zeta)], \\ F(\zeta) &= \frac{a}{2} (C\zeta - k_1\bar{C}/\zeta), \quad F'(\zeta) = \frac{a}{2} (C + k_1\bar{C}/\zeta^2), \quad C = \tau_{xz}^\infty - i\tau_{yz}^\infty. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(4)、(5)の係数 k_1 は領域内部の境界条件により次の値をとる。

$$k_1 = \begin{cases} -1: \text{自由境界(クラック)の場合,} \\ 1: \text{固定境界(直線状剛体介在物)の場合.} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6)$$

作用荷重としては時刻 $t=0$ において瞬時に作用し、その後一定に保たれるような Step 型とした場合に対し、上式中の $F_1(t) \sim F_4(t)$ は最終的に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_1(t) &= \frac{1}{\kappa} H(t) \equiv f_1(t), \\ F_2(t) &= \frac{\kappa}{G} H(t) = 6 \frac{1}{E} H(t) - 2 \frac{\nu}{E} H(t) - 8 \frac{\nu^2}{E} H(t) \equiv 6f_2(t) - 2f_3(t) - 8f_4(t), \\ F_3(t) &= \frac{1}{G} H(t) = 2 \left(\frac{1}{E} H(t) + \frac{\nu}{E} H(t) \right) \equiv 2(f_2(t) + f_3(t)), \\ F_4(t) &= \frac{1}{\kappa G} H(t) \equiv f_5(t). \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

上式中の κ は平面応力状態のとき、 $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ を、平面ひずみ状態のとき、 $\kappa = 3-4\nu$ をとる。 G, ν はせん断弾性係数、ポアソン比である。また、 $H(t)$ は Heaviside の単位階段関数であり、次式で与えられる。

$$H(t) = \begin{cases} 0, & \text{for } t < 0, \\ 1, & \text{for } t \geq 0. \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

したがって、媒体の応力のうち偏差成分に関し図1に示す Burgers モデルで、また体積成分に関し Elastic モデルで表示できるとし、平面ひずみ状態とした場合、係数 $f_1(t) \sim f_5(t)$ は最終的に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= \frac{3K\tau_1\tau_2 + \tau_1\eta_2}{3K\tau_1\tau_2 + 7\tau_1\eta_2} \left(\frac{b_0}{\alpha_1\beta_1} + \frac{\alpha_1^2 - a_0\alpha_1 + b_0}{\alpha_1(\alpha_1 - \beta_1)} e^{-\alpha_1 t} + \frac{\beta_1^2 - a_0\beta_1 + b_0}{\beta_1(\beta_1 - \alpha_1)} e^{-\beta_1 t} \right), \\ a_0 &= \frac{3K(\tau_1 + \tau_2 + \eta_2/G_1) + \eta_2}{3K\tau_1\tau_2 + \tau_1\eta_2}, \quad b_0 = \frac{3K}{3K\tau_1\tau_2 + \tau_1\eta_2}, \\ a_1 &= \frac{3K(\tau_1 + \tau_2 + \eta_2/G_1) + 7\eta_2}{3K\tau_1\tau_2 + 7\tau_1\eta_2}, \quad b_1 = \frac{3K}{3K\tau_1\tau_2 + 7\tau_1\eta_2}, \\ \alpha_1 &= -\frac{1}{2}(-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1}), \quad \beta_1 = -\frac{1}{2}(-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4b_1}). \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} f_2(t) &= \frac{6K\tau_1\tau_2 + 2\tau_1\eta_2}{18K\tau_1\tau_2} \left\{ \frac{\alpha^2 - a_2\alpha + b_2}{\alpha^2} e^{-\alpha t} + \frac{b_2}{\alpha} t + \frac{a_2\alpha - b_2}{\alpha^2} \right\}, \\ a_2 &= \frac{6K(\tau_1 + \tau_2 + \eta_2/G_1) + 2\eta_2}{6K\tau_1\tau_2 + 2\tau_1\eta_2}, \quad b_2 = \frac{6K}{6K\tau_1\tau_2 + 2\tau_1\eta_2}, \\ a_3 &= \frac{3K(\tau_1 + \tau_2 - \eta_2/G_1) - 2\eta_2}{3K\tau_1\tau_2 - 2\tau_1\eta_2}, \quad b_3 = \frac{3K}{3K\tau_1\tau_2 - 2\tau_1\eta_2}, \\ \alpha &= \frac{1}{\tau_1}, \quad \beta = -\frac{1}{2}(-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4b_2}), \quad \beta = -\frac{1}{2}(-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4b_2}). \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$f_3(t) = \frac{3K\tau_1\tau_2 - 2\tau_1\eta_2}{18K\tau_1\tau_2} \left\{ \frac{\alpha^2 - a_3\alpha + b_3}{\alpha^2} e^{-\alpha t} + \frac{b_3}{\alpha} t + \frac{a_3\alpha - b_3}{\alpha^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} f_4(t) &= \frac{(3K\tau_1\tau_2 - 2\tau_1\eta_2)^2}{18K\tau_1\eta_2(6K\tau_1\tau_2 + 2\tau_1\eta_2)} \left[\frac{\alpha^2}{(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} e^{-\alpha t} + \frac{\beta^2}{(\alpha - \beta)(\gamma - \beta)} e^{-\beta t} + \frac{\gamma^2}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)} e^{-\gamma t} \right. \\ &\quad + \frac{b_3}{\alpha\beta\gamma} - b_2 \frac{\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma}{(\alpha\beta\gamma)^2} + \frac{-\alpha^3 + a_4\alpha^2 - b_3\alpha + b_4}{-\alpha^2(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} e^{-\alpha t} + \frac{-\beta^3 + a_4\beta^2 - b_3\beta + b_4}{-\beta^2(\alpha - \beta)(\gamma - \beta)} e^{-\beta t} \\ &\quad \left. + \frac{-\gamma^3 + a_4\gamma^2 - b_3\gamma + b_4}{-\gamma^2(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)} e^{-\gamma t} \right] \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f_5(t) &= \frac{\tau_2(3K\tau_1\tau_2 + \tau_1\eta_2)}{\eta_2(3K\tau_1\tau_2 + 7\tau_1\eta_2)} \left\{ \frac{\alpha^2}{(\alpha_1 - \alpha)(\beta_1 - \alpha)} e^{-\alpha t} + \frac{\alpha_1^2}{(\alpha - \alpha_1)(\beta_1 - \alpha_1)} e^{-\alpha_1 t} + \frac{\beta_1^2}{(\alpha - \beta_1)(\alpha_1 - \beta_1)} e^{-\beta_1 t} \right. \\ &\quad + (a_0 + c_0) \left(\frac{g_0}{\alpha\alpha_1\beta_1} t + \frac{f_0}{\alpha\alpha_1\beta_1} - G_0 \frac{\alpha\alpha_1 + \alpha\beta_1 + \alpha_1\beta_1}{(\alpha\alpha_1\beta_1)^2} + \frac{-\alpha^3 + e_0\alpha^2 - f_0\alpha + g_0}{\alpha^2(\alpha_1 - \alpha)(\beta_1 - \alpha)} e^{-\alpha t} \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{-\alpha_1^3 + e_0\alpha_1^2 - f_0\alpha_1 + g_0}{\alpha_1^2(\alpha - \alpha_1)(\beta_1 - \alpha_1)} e^{-\alpha_1 t} + \frac{-\beta_1^3 + e_0\beta_1^2 - f_0\beta_1 + g_0}{\beta_1^2(\alpha_1 - \alpha)(\beta_1 - \alpha)} e^{-\beta_1 t} \right) \right\}, \\ c_0 &= \frac{\tau_1 + \tau_2 + \eta_2/G_1}{\tau_1\tau_2}, \quad d_0 = \frac{1}{\tau_1\tau_2}, \quad e_0 = \frac{b_0 + d_0 + a_0c_0}{a_0 + c_0}, \quad f_0 = \frac{a_0d_0 + b_0c_0}{a_0 + c_0}, \quad g_0 = \frac{b_0d_0}{a_0 + c_0}. \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

なお、作用荷重に関して時間経過に対し線形に変化する場合についても取り扱うことができ、例えば図2に示す

ような時刻 $t=0$ において荷重は零で、その後 $t=t_0$ まで直線的に増加し、それ以降一定に保たれるような、いわゆる Ramp 形荷重が作用する場合、式(4)で用いた関数 $F_p(t)$ を次のように設定し直すことにより所要の解析解を求めることができる。

$$F_p(t) \rightarrow \frac{1}{t_0} \{F_p(t) - F_p(t-t_0)\}, (p=1 \sim 4), \dots (14)$$

上式中の $f_1(t) \sim f_5(t)$ は Step 形荷重とした場合の式(9)～(13)と同様に求めることができるので、ここで

Fig. 2 Loading conditions depending on time

(a) σ_y^{∞} (Mode I)

(b) τ_{xy}^{∞} (Mode II)

(c) τ_{yz}^{∞} (Mode III)

Fig. 3 Time variations of shape of the crack boundary in each loading mode

はその具体的な式の提示を省略する。

2・2 応力拡大係数 次に、モード I、モード II およびモード III の応力拡大係数(応力特異係数)をそれぞれ K_I , K_{II} および K_{III} とすると、解析関数 $\Phi(\zeta)$ を用いて次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_I - iK_{II} &= \lim_{\zeta_0 \rightarrow \pm 1} 2\sqrt{2\pi} [\omega(\zeta) - \omega(\zeta_0)] \cdot \Phi'(\zeta) \\ &= 2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \lim_{\zeta \rightarrow \pm 1} \frac{d\Phi(\zeta)}{d\zeta} = 2\sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \Phi'(\pm 1), \\ K_{III} &= i\sqrt{\pi} \frac{a(C + k_1 \bar{C})}{2\sqrt{a}}. \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

ここに、係数 C は式(5)₅ に与えられている。したがって、無限遠荷重が作用した場合、最終的に次式が得られる。

固定境界(直線状剛体介在物)の場合:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \frac{1}{4} \sqrt{\pi a} \{ (1 + f_1(t)) \sigma_x^{\infty} + (1 - 3f_1(t)) \sigma_y^{\infty} \}, \\ K_{II} &= -\sqrt{\pi a} f_1(t) \tau_{xy}^{\infty}, \\ K_{III} &= \sqrt{\pi a} \tau_{xz}^{\infty}. \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

(a) Case of crack

(b) Case of rigid line inclusion

Fig. 4 Displacement u_y along the y -axis in the matrix under σ_y^{∞} (Mode I)

自由境界(クラック)の場合:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \sqrt{\pi a} \sigma_y^\infty, \\ K_{II} &= \sqrt{\pi a} \tau_{xy}^\infty, \\ K_{III} &= \sqrt{\pi a} \tau_{yz}^\infty. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

これから、固定境界の場合の K_{III} および自由境界のクラックの場合には時間経過にかかわらず弾性体の場合と同様に一定となるのに対し、固定境界の直線状剛体介在物の場合の K_I および K_{II} には時間依存性の応力特異係数が得られることになる。

3. 数 値 計 算 例

3・1 クラック周辺の変位状態について 以上に示した解析を用い、クラックまたは直線状剛体介在物周辺の応力、変位状態、および応力拡大係数(応力特異係数)を表す数値計算例を示す。ここでは、粘弾性定数

として Goodman の著書⁽¹¹⁾ で用いられている次の値を採用する。

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= 2.07 \text{ GPa}, \eta_1 = 4.83 \times 10^3 \text{ GPa} \cdot \text{min.}, \\ G_2 &= 6.90 \text{ GPa}, \eta_2 = 5.73 \times 10^5 \text{ GPa} \cdot \text{min.}, \\ K &= 5.52 \text{ GPa}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

(a) Case of crack

(b) Case of rigid line inclusion

Fig. 5 Deformation around the crack or the rigid line inclusion under τ_{xy}^∞ Mode II

(a) $t=0$

(b) $t=7 \text{ days}$

Fig. 6 Contour lines of displacement u_z around the crack under τ_{yz}^∞ (Mode III)

(a) $t=0$

(b) $t=7 \text{ days}$

Fig. 7 Contour lines of displacement u_z around the rigid line inclusion under out-of-plane shear load τ with inclination angle θ from x -axis

(a) $t=0$ (b) $t=7 \text{ days}$ Fig. 8 Contour lines of maximum shear stress around the rigid line inclusion under σ_y^∞ (Mode I) Fig. 9 Variation of normalized stress intensity factor K_I with time variations

また、荷重は Step 型 の作用荷重であるとする。

図 3(a), (b), (c) は、それぞれモード I, II, III の場合における時間経過によるクラックの形状変化を表したものである。時間経過とともにクラックの変形が生じ、収束することはない。これは、粘弾性モデルとして採用した Burgers モデルの特徴である。図 4(a), (b) は、モード I において、クラックおよび直線状剛体介在物を有する場合の媒体内部の y 軸上 ($x=0$) の変位 u_y について表したものである。時間経過とともに変形は進行しているが、境界付近においてその影

(a) K_I (b) K_{II} Fig. 10 Normalized stress singularity coefficients versus applied in plane load σ with inclination angle θ from x axis Fig. 11 Normalized stress intensity factor K_I, K_{II} versus applied in plane load σ with inclination angle θ from x axis

響が現れた結果となっている。図5(a), (b)はモードIIにおいて、それぞれクラックおよび直線状剛体介在物周辺の変形についてクラックおよび介在物からの距離として、 $y/a=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ の地点の合成変位(その点での法線方向と接線方向変位をベクトル合成したもの)を表したものである。モードI, IIのどちらの場合についても、自由境界のクラックの場合にはその中心付近において変形が大きいのにに対し、固定境界の直線状剛体介在物の場合にはその影響によりその周辺部に比べて変形が小さくなっている。

また、モードIIIにおけるクラック周辺の奥行方向変位 u_z について、等しい変位を結んだ等位線が図6(a), (b)である。同様に、固定境界周辺について無限遠から 60° 傾斜した一軸性の面外荷重が作用した場合を図7(a), (b)に示す。時刻 $t=0$ および7日における変位を示したが、変形は時間経過とともに進行している。また、クラックおよび剛体介在物周辺でのそれらの影響が現れた結果となっている。

図8(a), (b)はそれぞれ時刻 $t=0, t=7$ 日におけるモードIの場合の直線状剛体介在物周辺の最大せん断応力の分布を示したものである。この図も最大せん断応力の大きさは剛体介在物周辺において変化している。

3.2 応力特異係数の時間経過による変化 直線状剛体介在物が線形粘弾性体内に存在する場合、モードIおよびモードIIの場合の応力特異係数は式(16)に示したとおり時間経過とともに変化する。そのことについて示したものが図9である。時間経過とともに応力特異係数 K_I, K_{II} は減少していくことが観察される。

次に、面内問題について、一軸荷重の作用方向角 θ に対する応力特異係数 K_I, K_{II} をそれぞれ図10(a), (b)に示す。また、面内荷重問題においてクラックを有する場合、および面外荷重が作用する場合は K_I, K_{II}, K_{III} は時間経過に対し変化しない。それらの荷重の作用方向角 θ に対する影響を図11, 図12に示す。

以上のように、応力特異(拡大)係数の時間依存性および荷重の作用方向による影響を解明することができた。

Fig. 12 Normalized stress intensity factor K_{III} versus applied in-plane load σ with inclination angle θ from x axis

4. 結 言

本論文では、線形粘弾性体内にクラックおよび直線状剛体介在物が存在し、クラック長に比較して十分遠方より一様な面内および面外荷重が作用する問題に対し、閉じた形の解析解を用いて、種々の数値計算を行い、その時間依存性の特性を示した。このことにより、クラックおよび直線状剛体介在物周辺の最大せん断応力の分布や、変形状態などの時間経過による変化を解明するとともに、その応力拡大係数および応力特異係数の変化を示した。

文 献

- (1) Brussat, T. R. and Westmann, R. A., *Int. J. Solids Struct.*, **11** (1975), 665-677.
- (2) Wang, Z. Y., Zhang, H. t. and Chou, Y. T., *J. Appl. Mech.*, **52** (1985), 818-822.
- (3) Schapery, R. A., *Int. J. Fract.*, **11** 1 (1975), 141-159.
- (4) Schapery, R. A., *Int. J. Fract.*, **11** 1 (1975), 369-388.
- (5) Sladek, J., Sumec, J. and Sladek, B. V., *Ing. Arch.*, **54** (1984), 275-282.
- (6) 平島健一・熊坂博夫・桜井英行・柴田善央, 土木学会論文集, No. 475/III 24 (1993), 29-37.
- (7) Maegsetson, J., *Int. J. Eng. Sci.*, **9** (1971), 639-650, Pergamon Press.
- (8) Berry, D. S., *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, **4** (1967), 181-187, Pergamon Press.
- (9) 平島健一・熊坂博夫・三谷泰浩・柴田善央, 土木学会論文集, No. 475/III 24, (1993), 143-146.
- (10) 柴田善央・平島健一・木村清和・熊坂博夫, 機論, **60**-578, A (1994), 2303-2311.
- (11) Goodman, R. E., *Introduction to Rock Mechanics*, 2nd ed., (1989), 562, John Wiley and Sons.