き裂を有する傾斜機能平板の熱応力解析*

野田 直 剛^{*1}, 倉田 哲 男^{*2}, 淵 山 隆^{*3}
辻 知 章^{*1}, 小 畑 良 洋^{*4}

Thermal Stress Analysis in Functionally Gradient Plate with a Crack

Naotake NADA, Tetsuo KURATA, Takashi FUCHIYAMA,
Tomoaki TSUJI and Yoshihiro OBATA

Functionally gradient materials (FGMs) are advanced high-temperature materials capable of withstanding extreme temperature environments, and are produced by continuous change of two material components. In this work a FGM plate of PSZ and Ti-6Al-4V is suddenly heated and suddenly cooled on the ceramic surface side and is kept cool on the metal surface side. The transient thermal stress and the stress intensity factors are calculated by a finite-element method (FEM). Crack propagation from an edged crack on the surface of ceramics side and the optimum distribution of materials are shown and discussed from the calculated thermal stress and stress intensity factors.

Key Words: Functionally Gradient Material, Thermal Stress, Thermal Shock, Crack Propagation, Stress Intensity Factor, Finite-Element Method

1. 結 言

宇宙・原子力等の分野において、超高温化・超高速化に対応した新しい材料として、熱応力緩和形傾斜機能材料(FGM)が研究開発されている。熱応力緩和形傾斜機能材料は、セラミックスから金属へ連続的に組成を変化させることによって、耐熱性・高強度・高遮熱性を兼ね備えることを目的とした材料である。

傾斜機能材料の研究については、野田・辻⁽¹⁾⁽²⁾は傾斜機能平板の定常熱応力について物性値の温度依存性を考慮しない場合と考慮した場合とについて理論解析を行っている。小畑⁽³⁾⁽⁴⁾は傾斜機能平板の非定常熱応力について理論解析を行い、最大引張応力が冷却時に発生することを示している。有限要素法を用いた研究では、淵山・野田⁽⁵⁾は、加熱・冷却1サイクル熱負荷を受ける円板の非定常熱応力解析を行っている。また、日比野・川崎⁽⁶⁾や、川崎・渡辺⁽⁷⁾は、傾斜機能材料の加熱実験を行い、加熱条件によっては熱応力により傾斜機能材料のセラミックス側表面にき裂が発

生することを報告している。このような熱衝撃を受ける傾斜機能材料に発生したき裂の進展を検討するには、破壊力学的検討が必要であるが、具体的な例について、破壊力学的検討はいまだ行われていない。

本論文では有限要素法を用いて、き裂を有する傾斜機能平板の非定常熱応力解析を行う。傾斜機能平板に発生するき裂は冷却初期にセラミックス表面で発生することを考慮して⁽⁷⁾、温度拘束によりセラミックス表面を加熱・冷却し、金属表面をつねに冷却する熱衝撃の解析を行う。さらに、セラミックス表面の加熱条件を変えた場合の最適組成について、応力分布から検討するとともに、き裂を有する場合について応力拡大係数からも検討する。

2. 解 析

図1に示すように、上面が部分安定化ジルコニウム(PSZ)、下面がTi-6Al-4Vからなるき裂を有する傾斜機能平板を考える。ただし図1において、 T_0 :初期温度、 T_a :Ti-6Al-4Vの表面温度、 T_b :PSZの表面温度、 a :初期き裂長さである。傾斜機能平板の組成成分は中心軸(x 軸)上に沿って連続的に傾斜しているとする。金属の体積分率 V_m は無次元化座標 $X(=x/h$, h :板厚)を用いて式(1)のように表されたとする。

* 原稿受付 1995年11月17日。

^{*1} 正員, 静岡大学工学部 (〒432 浜松市城北3-5-1)。^{*2} 静岡大学大学院。^{*3} 正員, スズキ(株)実験解析部 (〒432-91 浜松市高塚市300)。^{*4} 正員, 名古屋工業技術研究所 (〒462 名古屋市北区平手町1)。

$$V_m = X^m \dots \dots \dots (1)$$

体積分率パラメータ m の変化による金属の体積分率 V_m を図示すれば、図 2 のようになる。

傾斜機能平板の各位置における物性値は混合則⁽⁵⁾により与えられるとし、PSZ と Ti-6Al-4V の物性値は温度依存性を示し、図 3⁽²⁾ で与えられる。

温度の境界条件はセラミックス側上面が全面加熱され、定常状態に達した後、瞬時に表面温度を初期温度 300 K まで急冷した場合を考える。また、金属表面はつねに 300 K に保持され、側面は断熱状態とする。一方、力学的境界条件は自由境界条件とする。冷却初期にセラミックス側に大きな引張応力が発生するので、セラミックス表面に初期き裂長さ a を有する傾斜機能平板とする。

有限要素法に使用した要素は、8 節点二次のアイソパラメトリック要素を用い、き裂先端には特異要素を用いて解析を行った。物性値は節点に対し与え、要素内で二次の形状関数により補間した。

傾斜機能材料のような連続的に組成が変化する不均質材料の応力拡大係数については、Erdogan ら⁽¹⁰⁾、野田・Jin⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ が、き裂先端近傍の応力の特異性は均質材料の場合と同様に $r^{-1/2}$ の特異性をもつことを示している。図 4 のような局座標系において y 方向変位 v とモード I の応力拡大係数 K_I の関係は式 (2) で表されるから、応力拡大係数 K_I は、有限要素法で求めた変位から式 (2) を用いて、 $r \rightarrow 0$ に外挿して求めた。

Fig. 1 Functionally gradient plate with an edge crack

Fig. 2 Volumetric ratio of metal versus aposition

$$v = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} (2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2}) \dots \dots \dots (2)$$

ただし、 G : 横弾性係数、 ν : ポアソン比である。

3. 応力を基準とした最適組成分布

き裂を有する傾斜機能平板の非定常熱応力解析を行うにあたり、まずき裂がない場合の傾斜機能平板の非定常熱応力解析を行い、応力分布から傾斜機能平板の最適組成分布について解析を行う。セラミックス表面の加熱温度が $T_b = 1300$ K の場合、体積分率パラメータ m が 1.0 のとき、すなわち組成が直線的に変化する場合の傾斜機能平板の冷却時の中心軸上 ($y=0$) の熱応力の時間変化を図 5 に示す。また、応力を引張強さ

(a) PSZ

(b) Ti-6Al-4V

Fig. 3 Material properties

Fig. 4 Coordinate system from a crack tip

σ_b で除した応力比を図 6 に示す。両図より、最大引張応力は冷却初期にセラミックス表面に生じ、セラミックス表面上の引張熱応力は時間の経過とともに減少し、定常状態で零となっていくことがわかる。最大引張応力が引張強さ σ_b より大きい場合破壊が生じるとすれば、応力比が 1 より大きな場合に破壊が起きることになる。熱衝撃を受ける傾斜機能材料は冷却初期にセラミックス表面から破壊が起こり、図 6 よりセラミックス表面から約 0.7 mm まで破壊が進むと予想される。

最大引張応力がセラミックス表面に冷却初期に発生することより、セラミックス表面上の最大引張応力が体積分率パラメータ m (傾斜組成分布) によりいかに変化するかを考える。そこで、体積分率パラメータ m とセラミックス表面上の最大引張応力の関係を加熱温度 T_b をパラメータとして図 7 に示す。図 7 よりどの

Fig. 5 Thermal stress at cooling stage

 Fig. 6 Stress ratio (σ_x/σ_b) at cooling stage

加熱温度 T_b においても最大引張応力は、体積分率パラメータ m が 1.0 のとき、すなわち組成分布が直線的に変化するとき、最小となっていることがわかる。

引張強さ σ_b は温度の関数であるから、引張強さ σ_b で無次元化したセラミックス表面上の応力比と体積分率パラメータ m の関係を加熱温度 T_b をパラメータとして図 8 に示す。図 8 よりどの加熱温度 T_b においても応力比は、体積分率パラメータ m が 1.0 のとき、すなわち組成分布が直線的に変化する場合に最小となっており、引張強さを基準とした最適組成分布は直線分布であることがわかる。すなわち、組成分布を適切に選ぶことにより、熱衝撃によって傾斜機能平板に発生する熱応力が緩和されることがわかる。

4. き裂を有する傾斜機能平板

き裂を有する傾斜機能平板の非定常熱応力について考える。冷却時のき裂伝ばモデルを図 9 に示す。図 9 は時間をパラメータとし応力拡大係数と初期き裂長さの関係を示したものである。応力拡大係数が破壊靱性値より大きいときき裂が伝ばするとすれば、初期き裂長

 Fig. 7 Maximum stress versus parameter of volumetric ratio m

 Fig. 8 Maximum stress ratio versus m

さ a_0 を有する傾斜機能平板は冷却開始後時間 t_3 まではき裂は伝ばせず、時間 t_3 を経過し、応力拡大係数が破壊靱性値 K_{Ic} を越えてからき裂伝ばを開始し、瞬時にき裂長さ a_1 までき裂が伝ばする。すなわち不安定き裂伝ばを行う。その後、時間が経つにつれ安定き裂伝ばを行い、時間 t_4 においてき裂長さ a_2 までき裂伝ばした後、き裂成長は停止する。

本解析では、セラミックス表面を $T_b=1300\text{ K}$ で加熱し定常状態になった後、 300 K で急冷したときの、冷却時の応力拡大係数の変化から傾斜機能平板のき裂伝ばについて考える。ここでは、金属の体積分率パラメータ $m=1.0$ (き裂を有しない傾斜機能平板の最適組成分布) のとき傾斜機能平板と、PSZ 平板のき裂伝ばについて解析を行い、応力拡大係数の変化を求め、き裂伝ばモデルと同様に安定・不安定き裂伝ばについて検討し、FGM 平板と PSZ 平板の結果を比較・検討する。

図 10 と図 11 にき裂長さと応力拡大係数の関係の数値計算結果を示す。図 10 は体積分率パラメータ $m=$

1.0 の傾斜機能平板のき裂長さと応力拡大係数の関係について、図 11 には PSZ のみからなる平板のき裂長さと応力拡大係数の関係について、冷却時間をパラメータとして表示している。き裂伝ばは応力拡大係数が破壊靱性値 K_{Ic} 以上のときに起こるとし、傾斜機能平板の破壊靱性値は位置の関数であるので、体積分率 V_m を用いて式(3)で与えられるとする。

$$K_{Ic} = V_m K_{Ic \text{ metal}} + (1 - V_m) K_{Ic \text{ ceramics}} \quad \cdots \cdots (3)$$

ただし、 $K_{Ic \text{ metal}}$ は金属の破壊靱性値、 $K_{Ic \text{ ceramics}}$ はセラミックスの破壊靱性値である。PSZ の破壊靱性値は $14\text{ MPa}\sqrt{m}^{(13)}$ 、Ti-6Al-4V の破壊靱性値は $64\text{ MPa}\sqrt{m}^{(14)}$ であるとする。

図 10 の傾斜機能平板のき裂長さと応力拡大係数の関係から、熱衝撃を受ける傾斜機能平板は初期き裂長さが $a_0=0.04\text{ mm}$ のとき、時間 $t=0.032\text{ s}$ で不安定き裂伝ばを開始し、およそ 0.22 mm まで不安定き裂伝ばを行う。その後、安定き裂伝ばをセラミックス表面から約 0.9 mm 、時間 $t=1.76\text{ s}$ まで行い、き裂伝ばは停止する。一方、PSZ 単層平板のき裂伝ばは図 11 から、初期き裂長さ $a_0=0.02\text{ mm}$ 、時間 $t=0.032\text{ s}$ で不安定き裂伝ばを開始し、およそ 0.27 mm まで不安定き裂伝ばを行う。その後、安定き裂伝ばを約 2.7 mm 、時間 $t=3.2\text{ s}$ まで行い、き裂伝ばは停止する。

傾斜機能平板と PSZ 平板のき裂伝ばについて比較すると、き裂伝ばを開始するための最小初期き裂長さは傾斜機能平板のほうが長く、き裂伝ばが停止する距離は傾斜機能平板のほうが短い。また、応力拡大係数の最大値は傾斜機能平板が $22.5\text{ MPa}\sqrt{m}$ 、PSZ 平板が $30.0\text{ MPa}\sqrt{m}$ と傾斜機能平板のほうが小さい。これらから、傾斜機能平板は PSZ 単層平板よりき裂伝

Fig. 9 Model of crack propagation

Fig. 10 Stress intensity factor K_I at various crack length with time

Fig. 11 Stress intensity factor of a ceramic plate

ばが開始しにくく、き裂伝ばしにくい材料であるといえる。

5. き裂を有する傾斜機能平板の最適組成分布

セラミックス表面が瞬時に T_b まで加熱され、定常状態に達した後、セラミックス表面を瞬時に初期温度まで冷却される傾斜機能平板の最適組成分布について破壊力学的立場から検討する。まず体積分率パラメータ $m=1.0$ の傾斜機能平板の加熱温度 T_b を変化させた場合、加熱温度 T_b がき裂伝ばに及ぼす影響について検討をする。図 12 に加熱温度 T_b がき裂長さと応力拡大係数の関係に及ぼす影響を示す。加熱温度 T_b を 800 K, 900 K, 1000 K, 1300 K と変化させたとき、加熱温度が高くなるほど応力拡大係数は大きくなり、またき裂伝ばが開始する初期き裂長さは短くなり、さらにき裂伝ばが停止する距離は長くなる。つまり、加熱条件 T_b が高いほど、き裂伝ばしやすく、かつき裂

Fig. 12 Maximum stress intensity factor at various crack length

Fig. 13 Maximum stress intensity factor of a ceramic plate

長さが長くなることがわかる。また図 12 より、直線組成分布の傾斜機能平板に破壊が生じる加熱温度 T_b は約 1000 K 以上のときであることがわかる。

一方 PSZ 単層平板に対し、加熱温度 T_b を変えた場合のき裂長さと応力拡大係数の関係を図 13 に示す。加熱温度 T_b を 600 K, 800 K, 1300 K と変化させた場合、傾斜機能平板の場合と同様に、加熱温度 T_b が高いほど応力拡大係数は大きくなり、き裂伝ばが開始する初期き裂長さは短くなり、き裂伝ばが停止する距離は長くなる。図 13 より、PSZ 単層平板に破壊が起こるのは加熱温度 T_b が約 800 K 以上のときであることがわかる。

直線組成分布の傾斜機能平板と PSZ 平板の応力拡大係数を比較して、破壊が起こるときの加熱温度 T_b は直線組成分布の傾斜機能平板は約 1000 K, PSZ 単層平板は約 800 K と、直線組成分布の傾斜機能平板のほうが破壊が開始する温度が高く、また同一温度条件のとき、傾斜機能平板は PSZ 単層平板よりき裂長さが短いことがわかる。このことより、傾斜機能平板は PSZ 単層平板より高温に耐え、かつき裂が伝ばしにくい材料であるといえる。

次に、加熱条件 T_b ・体積分率パラメータ m を変えた場合の最大応力拡大係数について解析を行い、加熱温度を変えた場合に最適組成分布を与える体積分率パラメータ m について検討する。図 12 において、応力拡大係数の最大値を最大応力拡大係数 $K_{I\max}$ とし、加熱温度 T_b を 800 K, 1000 K, 1300 K とした場合の体積分率パラメータ m と最大応力係数 $K_{I\max}$ の関係を図 14 に示す。図 14 から m が一定のときに、加熱温度 T_b が高いほど $K_{I\max}$ は大きくなることがわかる。ま

Fig. 14 Maximum stress intensity factor versus m

た, 各加熱温度 T_b において $K_{I\max}$ が最小となる m の値は $m=1.0$ のとき, すなわち線形組成分布のときであることがわかる。以上より, 加熱・冷却を受ける傾斜機能材料の最適組成は線形組成分布であると言える。このように, セラミックスと金属の組成分布を適切に選ぶことにより最大応力拡大係数を減少させることができる。

6. 結 言

セラミックス側に PSZ, 金属側に Ti-6Al-4V を用いたき裂を有する傾斜機能平板が加熱・冷却を受ける場合について, 物性値の温度依存性を考慮して非定常熱弾性解析を行い, 熱衝撃を受ける傾斜機能平板のき裂伝ばと, 各種加熱温度に対する傾斜機能平板の最適組成分布を求めた結果以下の結論を得た。

(1) き裂(初期き裂長さ $a_0=0.04$ mm)を有する直線組成分布の傾斜機能平板が加熱温度 $T_b=1\,300$ K の熱衝撃を受けるとき, 傾斜機能平板はき裂長さ $a=0.22$ mm まで不安定き裂伝ばを起こし, その後安定き裂伝ばに変化し, き裂伝ばは $a=0.9$ mm で停止する。

(2) 熱衝撃を受ける直線組成分布の傾斜機能平板と PSZ 単層平板のき裂伝ばについて比較すると, 熱衝撃に対して直線組成分布の傾斜機能平板は PSZ 単層平板より高温に耐え, かつき裂が伝ばしにくい材料であるといえる。

(3) 傾斜機能平板の組成分布を適切に選ぶことにより, 最大引張応力および最大応力拡大係数とも緩和することが可能である。

(4) 引張強さおよび破壊靱性を強度基準としても, 傾斜機能平板の最適組成分布は線形組成のときであると言える。

文 献

- (1) 野田直剛・辻知章, 機論, 57-533, A(1991), 98-103.
- (2) 野田直剛・辻知章, 機論, 57-535, A(1991), 625-631.
- (3) 小畑良洋・野田直剛・辻知章, 機論, 58-553, A(1992), 1689-1695.
- (4) 小畑良洋・野田直剛・辻知章, 機論, 59-560, A(1993), 1090-1103.
- (5) 淵山 隆・野田直剛・辻知章・小畑良洋, 機論, 59-564, A(1993), 131-136.
- (6) 日比野敦・川崎亮, 渡辺龍三, 第4回傾斜機能材料シンポジウム講演集, (1991-10), 311-314.
- (7) Kawasaki, A. and Watanabe, R. (Schneider, G. A. and Retzow, G. 編), *Thermal Shock and Thermal Fatigue Behavior of Advanced Ceramics*, (1993), 509-520, Kluwer Academic Pub.
- (8) H-ABahr, ほか4名 (Schneider, G. A. and Petzow, G. 編), *Thermal Shock and Thermal Fatigue Behavior of Advanced Ceramics*, (1993), 105-107, Kluwer Academic Pub.
- (9) Schneider, G. A., ほか3名 (Schneider, G. K. and Petzow, G. A. 編), *Thermal Shock and Thermal Fatigue Behavior of Advanced Ceramics*, (1993), 229-244, Kluwer Academic Pub.
- (10) Erdogan, F., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 58, (1991), 410-418.
- (11) Noda, N., and Jin, J.-H., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 61-3, (1994), 738-740.
- (12) 野田直剛・Jin, J.-H., 機論, 60-572, A(1994), 921-925.
- (13) 阿部弘・ほか3名(山口喬・柳田博明編), エンジニアリングセラミックス, (1976), 24, 技報堂出版.
- (14) 矢川元基, 破壊力学, (1988), 263, 培風館.