水圧破碎地殻応力計測におけるき裂の方位類似性と 地殻応力成分の信頼性評価*

林 一夫^{*1}, 佐藤 晃^{*2}, 伊藤 高敏^{*1}

Reliability of *In Situ* Stress Due to Similarity of Crack Orientation in Hydraulic Fracturing Stress Measurement

Kazuo HAYASHI, Akira SATO and Takatoshi ITO

Hydraulic fracturing rock stress measurement utilizing shut-in pressures of transverse cracks, the reliability of evaluated *in situ* stress state depends upon the independence of crack orientation, qualitatively speaking, the reliability improves when orientation of cracks differs significantly from each other. In order to evaluate the relationship between independence and reliability, we introduced the condition number of a matrix which is completely determined by the orientation of transverse cracks induced by hydraulic fracturing. We examined 30 sets of artificial data, each set of which consisted of ten cracks generated by random sampling, under two given stress states, and investigated the relationship between the condition number and the reliability of the estimated stress state. It was revealed that the reliability and the condition number had strong correlation and, thus, the condition number is a very useful measure of the reliability of the estimated stress state.

Key Words: Elasticity, Experimental Stress Analysis, Inverse Problem, Hydraulic Fracturing, *In Situ* Stress

1. 緒 言

高温乾燥岩体エネルギーの抽出 (HDR) ⁽¹⁾をはじめ、地下発電所の建設や核廃棄物の地下保管等の地下空間を積極的に利用する新たな計画が実現しつつある。このような地下空間の利用において、地殻応力は地下の流体の経路や坑井の安定性等の諸特性を決定するなど地下空間設計の第一因子である。そのため、上述の新しい技術の開発に当たっては地殻応力を正確に評価することが必要不可欠である。

現在のところ、HDR 等で想定しているような大深度での地殻応力を評価できる方法の中で最も有力であると考えられている方法として水圧破碎法⁽²⁾⁻⁽⁴⁾がある。Cornet and Valette⁽⁵⁾ および Hayashi and Ito⁽⁶⁾ は、水圧破碎実験によって得られる水圧データのうち、き裂閉口圧

(Shut-in pressure) のみを用いて地殻応力場を評価する方法を提示し、具体的にフィールドデータを解析している。また、林ら⁽⁷⁾ は水圧破碎法によって定められた応力場の信頼性を評価する方法を提示し、数値実験によってその有効性を検討している。具体的には、水圧破碎によって複数の斜めき裂 (坑井軸を横切るようなき裂) が発生した場合を想定し、応力評価に用いたこれらのき裂の組み合わせと応力評価結果の信頼性について検討している。しかし、任意のき裂の組み合わせと応力評価結果の信頼性との関係を定量的に評価するには至っていない。そこで本研究では、応力評価に用いるき裂の組み合わせの良否を示す指標として、応力場を決定するための連立一次方程式の係数行列に関する条件数⁽⁸⁾ (この係数行列はき裂面の方位のみにより決まるので、以下ではき裂面方位に関する条件数と呼ぶことにする) を導入し、数値実験によって任意のき裂の組み合わせと応力評価結果の信頼性との関係について検討する。具体的には、き裂面の方位は正規分布に従うと仮定し正規乱数を用いて作成し、これらのき裂の組み合わせについて条件数を求

* 1996年3月16日 第31期東北支部総会において講演、原稿受付 1996年4月16日。

^{*1} 正員、東北大学流体科学研究所 (〒980-77 仙台市青葉区片平2-1-1)。

^{*2} 准員、東北大学大学院。

める。さらに林ら⁽⁷⁾と同様に、き裂面に垂直に作用する応力成分がき裂開口圧に等しいという関係⁽⁹⁾を用いて地殻応力場を決定し、条件数と主応力ならびに主応力軸方向の誤差範囲との関係について検討する。なお、一般的に岩体は圧縮応力下にある。そこで、垂直応力成分は圧縮を正とするものとする。

2. き裂方位に関する条件数

本研究で用いる応力評価法は Cornet and Valette⁽⁵⁾ および Hayashi and Ito⁽⁶⁾ の方法と同一である。計測対象領域内では地殻応力は場所によらず一定であると仮定する。直角座標 (x_i) に関する応力成分を τ_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) と表示する。ただし、以下では x_1 軸を東方向に、 x_2 軸を北方向に、 x_3 軸を鉛直方向上向きにとるものとする。斜めき裂のき裂面垂直方向の地殻圧縮応力成分はき裂開口圧に等しい⁽⁹⁾という条件から、

$$\sum_{i,j=1}^3 \tau_{ij} v_i^{(k)} v_j^{(k)} = P_s^{(k)} \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (1)$$

ここで、 K は水圧破砕によって開口したき裂の総数、 $v_i^{(k)}$ および $P_s^{(k)}$ はそれぞれ k 番目のき裂の外向き単位法線ベクトル成分およびき裂開口圧である。式 (1) は式 (2) の様に変換えられる。

$$\sum_{l=1}^6 g_{kl} s_l = P_s^{(k)} \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{k1} &= v_1^{(k)} v_1^{(k)}, & g_{k2} &= v_2^{(k)} v_2^{(k)}, & g_{k3} &= v_3^{(k)} v_3^{(k)} \\ g_{k4} &= 2v_1^{(k)} v_2^{(k)}, & g_{k5} &= 2v_2^{(k)} v_3^{(k)}, & g_{k6} &= 2v_1^{(k)} v_3^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \tau_{11}, & s_2 &= \tau_{22}, & s_3 &= \tau_{33} \\ s_4 &= \tau_{12}, & s_5 &= \tau_{23}, & s_6 &= \tau_{13} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式 (2) をマトリクス表示して次のように表わす。

$$\mathbf{G}\mathbf{s} = \mathbf{P}_s \quad (5)$$

行列 $\mathbf{G}$ は $K \times 6$ 行列である。この行列 $\mathbf{G}$ は特異値分解によって次のように表すことができる⁽⁸⁾。

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T \quad (6)$$

ここで、行列 $\mathbf{U}$ および $\mathbf{V}$ は固有ベクトル $\mathbf{u}_i$ ($i=1, 2, \dots, K$) および $\mathbf{v}_j$ ($j=1, 2, \dots, 6$) を成分とする直交行列である。また、 $\mathbf{\Lambda}$ は次の形の“対角”行列である。

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & 0 \\ & \lambda_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \lambda_6 & & \\ & & & & & \\ 0 & & & & & \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、 λ_i ($i=1, 2, \dots, 6$; $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_6 \geq 0$) は行列 $\mathbf{G}$ の特異値である。ここでこの特異値を用いて次の指標 (条件数 (Condition number)) を導入する⁽⁸⁾。

$$N_c = \frac{\lambda_1}{\lambda_6} \quad (8)$$

行列 $\mathbf{G}$ は式 (3) に表されるようにき裂面の方位によって定義される行列である。計測されたき裂面の方位は必然的に誤差を持つので、行列 $\mathbf{G}$ も誤差を含むことになる。ここで行列 $\mathbf{G}$ の誤差を $\Delta\mathbf{G}$ と表す。また、式 (2) で示す連立方程式の解の相対誤差の最大値は、行列 $\mathbf{G}$ の相対誤差ならびにき裂開口圧の相対誤差と条件数の積によって推定することができる⁽⁸⁾。ここで解 $\mathbf{s}$ の誤差ベクトルを $\Delta\mathbf{s}$ 、 $\mathbf{P}_s$ の誤差ベクトルを $\Delta\mathbf{P}_s$ 、ベクトルのユークリッドノルムならびに行列のスペクトルノルムを $\|\cdot\|$ と表すとすると、行列 $\mathbf{G}$ の相対誤差ならびに $\mathbf{P}_s$ の相対誤差と解の相対誤差との関係は次のように表すことができる。

$$\frac{\|\Delta\mathbf{s}\|}{\|\mathbf{s} + \Delta\mathbf{s}\|} \leq N_c \frac{\|\Delta\mathbf{G}\|}{\|\mathbf{G}\|}, \quad \frac{\|\Delta\mathbf{s}\|}{\|\mathbf{s}\|} \leq N_c \frac{\|\Delta\mathbf{P}_s\|}{\|\mathbf{P}_s\|} \quad (9)$$

式 (9) が示すように、条件数が大きいほど行列の相対誤差ならびにき裂開口圧の相対誤差が解の相対誤差に与える影響が大きいことを示している。つまり、行列 $\mathbf{G}$ の条件数は、式 (2) で示す連立方程式の係数行列の誤差およびき裂開口圧の持つ誤差が応力評価結果に与える影響を示す量である。よって以下では、応力評価に用いるき裂の組み合わせの良否を表す指標として N_c を採用し、これと応力評価結果の誤差範囲との関係を調べるものとする。

3. き裂面方位に関するデータの作成

フィールドにおいては岩体は多数の弱面を有する場合が多い。このような岩体を対象とした水圧破砕地殻応力計測では、弱面に沿う斜めき裂が形成される場合が圧倒的に多い。フィールドにおける弱面の分布の例として、東北大学釜石フィールドにおける KF-1 井ならびに KF-2 井のコアサンプルより観察された弱面の単位法線ベクトル密度分布を下半球等面積投影した結果を Fig.1 および Fig.2 に示す。この結果より、弱面の方位はほぼ一方向に集中していることがわかる。そのため、水圧破砕によって開口するき裂の方位分布も Fig.1 ならびに Fig.2 の示す分布に影響され、従って全くランダムに開口する訳ではない。そこで本研究では、き裂面外向き単位法線ベクトル密度分布が正規分布に従うと仮定し、正規乱数を用いて任意のき裂面の方位を作成した。ここでは、10 枚のき裂を一組とする全 30 組のき裂面方位データを作成した。なお、データ数が多い方がより信頼性の高い応力評価結果を得られることが予想されるが、フィールドにおいて水圧破砕を実施し、き裂面の方位ならびにき裂開口圧を計測するためには莫大な費用と日時を必要とする。そこで、ここでは実用上の観点から、Hayashi and Ito⁽⁶⁾ の実施例を参考にして用いるき裂データを

10とした。上記の方法で作成したき裂面の方位に対し、各組み合わせごとに前章で定義したき裂面方位に関する条件数を求めた。本研究で用いたき裂の組み合わせの例を Fig.2 に示す。条件数が小さいき裂の組み合わせでは Fig.2 (a) で示すように各き裂面の方位がそれぞれ独立しており、逆に条件数が大きい組み合わせでは、Fig.2 (b) または (c) で示すように類似したき裂面方位を持つき裂を多く含んでいるという事がわかる。このように、き裂面の方位によって定義される行列 G の条件数は応力評価に用いるき裂の組み合わせの方位類似性を表している。

4. き裂間の相対方位と信頼性

ボアホールを掘削し、深度の異なる多数の箇所でも水圧破碎実験を行い、斜めき裂が得られた場合を考え、開口したき裂面の方位とき裂閉口圧から応力場を評価する場合を想定する。具体的には、まず、Fig.3 (a) および (b)

Fig.1 Distribution of poles of the planes of weakness and cracks observed in the core samples retrieved from wellbore KF-1 and KF-2 at the Kamaishi field are described on the lower hemisphere Schmidt net. (Each scale on the right represents the percentage with respect to the total number of planes of weakness and cracks.)

に示すような二つの応力場を想定する。ここで、 σ_1 、 σ_2 および σ_3 はそれぞれ最大、中間および最小の圧縮主応力である。また各主応力軸の作用方向は図中+印として示してある。き裂面に垂直に作用する応力成分はき裂閉口圧に等しいことがわかっているので⁽⁹⁾、想定した応

Fig.2 Great circles of cracks used for stress evaluation. (lower hemisphere Schmidt net)

力場と前章で作成したき裂面の方位から各き裂面に作用するき裂面垂直方向の応力を求め、これをき裂閉口圧として与える。このように作成した模擬データに対して、林ら⁽⁷⁾が示した信頼性評価法を適用し主応力の誤差の最大値ならびに主応力軸の方向についての誤差の最大の範囲を求める。さらに、第2章で導入したき裂の方位に関する条件数と比較することによって、応力評価に用いたき裂の組み合わせと応力評価結果の誤差範囲との関係について検討する。なお、誤差範囲を求める際のき裂閉口圧ならびにき裂面の方位に関する誤差としては、実フィールドにおける水圧破碎実験で得られる誤差の最大値を与えた^{(6),(7)}。

上述の方法で評価した応力場と信頼性評価結果の代表例を Table 1, Fig.4 および 5 に示す。Table 1 は主応力ならびに主応力の大きさの誤差の最大値を示す。また Fig.4 および 5 は主応力軸の誤差の最大の範囲を下半球等面積投影した図である。条件数が小さいき裂の組み合わせでは、主応力の大きさの誤差の最大値は主応力の大

きさに対して十分小さい値であることがわかる。また、主応力軸の誤差の最大の範囲は各主応力軸のごく近傍に限られていることがわかる。一方、条件数が大きい場合には、主応力の誤差の最大値ならびに主応力軸の誤差の最大の範囲はともに大きくなっていくことがわかる。この結果は林ら⁽⁷⁾が示した傾向と同様である。

ここで、き裂方位に関する条件数と誤差範囲の関係を明らかにするために、主応力の誤差の最大値の主応力値に対する比の平均値として次の量を定義する。

$$\varepsilon_{\text{mag}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{\Delta \sigma_i}{\sigma_i} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 σ_i および $\Delta \sigma_i$ ($i=1,2,3$) は主応力の大きさならびに主応力の誤差の最大値である。同様に、各主応力軸の誤差の最大の範囲を表現する量として次の量を定義する。

$$\varepsilon_{\text{arc}} = \frac{1}{6\pi} \sum_{i=1}^3 S_i \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 S_i ($i=1,2,3$) は各主応力軸の誤差範囲が占めるシュミットネット上での面積である。なお、シュミットネット全体の面積は 2π である。前述の 30 組の模擬データについて、誤差範囲を示す量 ε_{mag} および ε_{arc} とき裂面の方位に関する条件数との関係を Fig.6 および Fig.7 に示す。この結果が示すように、二つの異なる応力場のいずれに対しても条件数が小さい場合には主応力の大きさならびに主応力軸の誤差の最大の範囲は小さく、逆に条件数が大きい場合には誤差の範囲は大きくなる傾向にある。これは次の理由によるものと考えられる。本研究で用いた応力評価法は、式 (1) で示すようにき裂面に垂直に作用する応力成分がき裂閉口圧に等しいという関係に基づいている。したがって、各き裂面の平行な方向に作用する垂直応力に関する情報を考慮することができない。先に示した通り、条件数が小さい組み合わせではき裂面がそれぞれ独立した方位を持っていることがわかる。よって、それぞれ互いに大きく異なった方向に対して式 (1) が成り立つために、全ての方位に対して高い信頼性を持つことになる。一方、条件数が大きい場合、き裂の組み合わせには類似した方位を持つき裂が多く存在する。そのため、式 (1) で示す連立方程式の各式相互の独立性が低くなるために評価結果の信頼性は低くなる。Fig. 6 および 7 の結果から、Cornet and Valette⁽⁵⁾ および Hayashi and Ito⁽⁶⁾ の方法で応力場を評価する場合、水圧破碎によって開口したき裂の条件数が 10 未満であれば、応力評価結果は比較的高い信頼性を持つと予測することができる。一方、たとえ得られたき裂データ数が多い場合でも、条件数が 20 以上であるならばその評価結果は非常に大きな誤差を含んでいると考えなければならない。よって、

Fig.3 Magnitude [MPa] and orientation of principal stresses. The orientation is shown on the lower hemisphere Schmidt net.

(a) $N_c=2.6$

(a) $N_c=2.6$

(b) $N_c=17.7$

(b) $N_c=17.7$

(c) $N_c=38.8$

(c) $N_c=38.8$

Fig.4 Principal axes of stresses and their ranges of error for State 1 are shown on the lower hemisphere Schmidt net.

Fig.5 Same as Fig.4 for State 2.

Table 1 Magnitude of principal stresses and their maximum ranges of errors.

	State 1				State 2			
	Magnitude [MPa]	Range of error in magnitude [MPa]			Magnitude [MPa]	Range of error in magnitude [MPa]		
		$N_c=2.6$	$N_c=17.7$	$N_c=38.8$		$N_c=2.6$	$N_c=17.7$	$N_c=38.8$
σ_1	16.6	± 1.0	± 3.2	± 11.6	20.9	± 1.4	± 4.6	± 11.1
σ_2	6.1	± 0.8	± 0.9	± 3.1	14.2	± 1.3	± 1.5	± 4.2
σ_3	2.7	± 0.4	± 4.8	± 5.6	9.0	± 0.8	± 4.6	± 11.9

より信頼性の高い評価結果を得るためには、条件数ができるだけ小さくなるようなき裂の組み合わせを用いることが望ましい。先に述べたように、実フィールドにおける水圧破碎実験では岩体中に多数存在する弱面が開く場合が圧倒的に多い。このようなフィールドでは、コアサンプルならびにボアホールテレビューア等を用いてボアホール壁面に存在するき裂または弱面の方位をあらかじめ観察した後、できるだけ互いに方位の異なるき裂または弱面を抽出し、各き裂または弱面を含む区間を水圧破碎区間として設定することにより、より条件数の

小さいき裂の組み合わせを水圧破碎を実施する前に選定することができる。なお、条件数は大きいものの、条件数がほぼ等しい組み合わせと比較して誤差範囲が比較的小さいき裂の組み合わせが存在する。これは、条件数は式(2)で示す連立方程式の解の相対誤差の最大値を推定する指標であるため、条件数の大きさから予想されるほど応力評価結果の誤差範囲が大きくないき裂の組み合わせが存在するためである。

5. 結 言

本研究で得られた知見をまとめると次のようになる。

(1) 斜めき裂のき裂開口圧を用いて応力場を評価する場合、応力評価に用いるき裂の組み合わせの良否を表す指標としてき裂方位に関する条件数を導入した。

(2) 条件数が小さい場合には評価結果の信頼性は高いことがわかった。また、条件数が大きい場合にも比較的信頼性の高い評価結果が得られる場合があるものの、条件数が大きくなるにつれて評価結果の信頼性は低くなることがわかった。

(3) 水圧破碎実験前にボアホール壁面に存在するき裂および弱面の方位を観察することにより、応力評価に用いるき裂の組み合わせの条件数を求めることができる。この条件数を比較することによって、水圧破碎実験以前にあらかじめ応力評価結果の信頼性を予測できることがわかった。

文 献

- (1) Abé, H., Hayashi, K., *Geother. Resour. Coun. Bull.*, **21** (1992), 149.
- (2) Haimson, B.C., *J. Geophys. Res.*, **83** (1978), 5857.
- (3) Mizuta, Y., Sano, O., Ogino, S., Katoh, H., *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, **24** (1987), 15.
- (4) Baumgärtner, J. and Rummel, F., *Proc. 2nd Int. Wkshp Hydr. Fract. Stress Measur.*, Minneapolis, (1988), 168.
- (5) Cornet, F.H. and Valette, B., *J. Geophys. Res.*, **89** (1984), 11527.
- (6) Hayashi, K. and Ito, T., *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, **30** (1993), 951.
- (7) 林, 佐藤, 伊藤, 機論, 61-592, A (1995), 2599.
- (8) 日本機械学会編, 逆問題のコンピュータアナリシス, コロナ社, (1991), 31
- (9) Haimson, B.C., *Annual Book of ASTM Standards*, **04.08** (1989), 851.

Fig.6 Variation of error ranges of principal stresses with condition number for two stress states.

Fig.7 Variation of error ranges of principal axes of stress with condition number for two stress states.