ねじりをうけるバンド接着接合箱型断面部材の応力および剛性解析*

藤田 祥子^{*1}, 尾上 雅人^{*2}
浅野 明雄^{*3}, 佐藤 良一^{*4}Stress and Stiffness Analysis of Band Adhesive Box Section Beams
Subjected to Torsional LoadSachiko FUJITA, Masato ONOE,
Akio ASANO and Ryoichi SATO

Stresses and stiffnesses of band adhesive box section beams subjected to torsional loads have been studied analytically. The influences of pitches and width and thickness of the adhesives on the stress distributions and the torsional rigidities were investigated analytically and numerically. Maximum shear stress in the adhesives occurs at an intersection of the adhered boundary and the inner edge of flange, and it decreases with increase in the width and thickness of the adhesives. The analytical results were consistent with the results of finite element methods.

Key Words: Bonded Joints, Elasticity, Torsion, Structural Analysis, Stress, Stiffness

1. 緒 言

接着接合は被着体の特性を損なわずに接合できる利点をもっており接着剤の進歩とともにさまざまな分野での利用が期待されている。自動車車体においてはスポット溶接接合の場合の応力集中を軽減し、剛性や疲労強度の向上に効果があることから、車体構造に用いられる薄肉断面部材の接合法として注目されている^{(1)~(3)}。この接合法では被着体および接着剤の材料特性や継手寸法が接合部の応力分布に影響を及ぼすので、車体構造を構成する基本構造部材について、これらの接合条件が応力や剛性に与える影響を明らかにすることは強度設計上重要である。

車体構造の基本モデル部材である両ハット材および片ハット材が接着または接着とスポット溶接とを併用した接合法であるウェルドバンドによって接合され、それにねじりが作用する場合については、いくつかの研究がある。浅野ら^{(4)~(5)}はウェルドバンド接合の場合について、接合部の応力および部材のねじり剛性を弾性理論を用いて解析し、スポット溶接部材に比べて応力集中が軽減し、ねじり剛性が向上することを示している。吉上ら⁽⁶⁾は接着接合された隔壁付両ハット材について、ねじり剛性の理論解析を行い、継手寸法や接着剤のヤング率の影響を明らかにしている。

これらの接合面の全域にわたって接着する従来の方法に対して、部分的に接着するバンド接着接合は、小さい接着面積で効果的に荷重を伝達できる特長をもつ

ており、突合わせ継手の場合の杉林⁽⁷⁾、天摩⁽⁸⁾らの研究があるが、構造体についてはなされていない。

本研究では、バンド接着された両ハット型箱型断面部材にねじりが作用する場合の接合部の応力および部材のねじり剛性を弾性理論を用いて解析し、接合条件が接合材の応力分布および剛性に及ぼす影響を検討することを目的としている。まず、ハット材を平面応力および曲げ理論が適用できる薄板とみなし、また、接着剤を厚さ方向に一樣なひずみを生ずる弾性体と考え、接合部の応力および変形を求め、次に、これをねじり理論に適用しねじり剛性を算出した。さらに、数値計算により、接着ピッチ、接着幅および接着層厚さの影響を明らかにし、有限要素法による解析結果との比較検討を行った。

2. 理 論

2・1 接合部での力の伝達 図1に示すように、

Fig.1 Band adhesive box section beam

* 原稿受付 1996年3月19日。

*¹ 正員, 日本大学大学院 (〒274 船橋市習志野台7-24-1)。*² エアフライトジャパン(株) (〒041-14 北海道茅部郡鹿部町字本別450-1)。*³ 正員, 日本大学短期大学部。*⁴ 正員, 日本大学理工学部。

薄肉のハット材をそのフランジ部で等間隔、不連続に接着接合した箱型断面部材にねじりモーメントが作用する場合を取扱う。ねじりモーメント M_T によって、せん断応力 τ が部材断面の肉厚中央線に沿って生じ、接着層を介して伝達される。図2はこの様子を示した

Fig.2 Transmitted forces at joint

もので、接合面上の任意の点で伝えているせん断力を S とし、これをハット材のフランジ板厚中央面に移すと面内せん断力 S とねじりモーメント $St/2$ となる。このねじりモーメントによるフランジの曲げ変形が接着層によって拘束されるために接合面に垂直な力 Q を生ずる。したがって、ハット材は面内せん断力 S 、ねじりモーメント $St/2$ および垂直力 Q (ハット材に対しては横力と呼ぶこととする) をうけ、接着層は二つの面でせん断力 S および垂直力 Q をうける。

2・2 ハット材の応力と変形 接合材は一つの接着ピッチでの変形が長さ方向に繰り返されると考え、今後は、1 接着ピッチのみを取扱う。ハット材は上述のような接合面から伝達される力 S および Q をうけて

Fig.3 Introduce of forces on hat member

応力および変形を生ずる。これらの力は、後に、接合部の変形の連続と力の釣合条件から求めることになるが、すべての点でこれらの条件を満足させることは困難なので、図3 (a) に示すように、接合部を n 個の区画に分割し、各区画の中央点 $1 \sim n$ でのみ満足するようにする。同図 (b) に示すように、一つのハット材 (ここではハット材1を示してある) を接合面上の点 j を通る断面で切断し、点 j を含む長さ c_j の小面積に作用する面内せん断力を p_j 、ねじりモーメントを $p_j c_j t^2 / 2$ 、横力を q_j とし、 p_j および q_j はこの小面積の中では一定であるとする。ハット材はこれら3つの力が単独に作用する場合の重ね合わせとして応力および変形を求める。

2・2・1 面内せん断力 p_j が作用する場合

図4に示すように、折れ曲がったハット材を展開して平板とし、 $y = y_j$ の切断面で面内せん断力 p_j が上下対称に作用する平面応力問題を考える。この切断面から y の負側を領域①、正側を領域②で表す。同図に示すように、 p_j は1 接着ピッチ間で対称のステップ状分布をしているとし、これを区間 $0 < x < d$ でフーリエ級数に展開すると次のようになる。

$$p(x) = \frac{2c_j}{d} p_j + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4p_j}{m\pi} \cos \alpha x_j \sin \frac{\alpha c_j}{2} \cos \alpha x \quad (1)$$

ここで

$$\alpha = \frac{2m\pi}{d} \quad (2)$$

Fig.4 Introduce of in-plane forces

平面応力問題の基礎式は

$$\nabla^4 \Phi_i = 0 \quad (3)$$

式 (3) を満足する応力関数 Φ_i を次のようにおく。

$$\Phi_i = C_{\alpha} xy + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\begin{matrix} A_i \sinh \alpha y + B_i \cosh \alpha y \\ + C_i y \sinh \alpha y + D_i y \cosh \alpha y \end{matrix} \right) \sin \alpha x \quad (4)$$

ここで、 $i=1, 2$ とし領域①、②を表す。

応力および変位成分は次式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2}, \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \partial y}, \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} &= \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}), \frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}), \\ \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(4)の任意定数 A_i, B_i, C_i, D_i および C_{oi} は次のような境界条件および領域①, ②の板の連続条件から得られる。

$$\left. \begin{aligned} y=y_j \text{ で } & \sigma_{y1} = \sigma_{y2}, \tau_{xy1} - \tau_{xy2} = -p(x) \\ & u_1 = u_2, v_1 = v_2 \\ y=\frac{b}{2} \text{ で } & \sigma_{y2} = \tau_{xy2} = 0 \\ y=-\left(a_1 + \frac{B}{2} + \frac{b}{2}\right) \text{ で } & u_1 = v_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2・2・2 ねじりモーメント $p_j c_j t^2/2$ および横力 q_j が作用する場合 ハット材は折れ曲がった部分の剛性が高いので、フランジは、図5に示すように、

Fig.5 Introduce of twisting moments and lateral forces

内縁で固定した板の曲げ問題として取扱う。 $y=y_j$ の任意の断面で切断し、固定辺側を領域①、自由辺側を領域②で表す。ねじりモーメント $p_j c_j t^2/2$ は、同図(a)のように、断面内で板面に垂直に作用するこれと等価な偶力によるモーメント $\bar{q}_j c_j^2/4$ で置き換えて作用させると次の関係がある。

$$\bar{q}_j = \frac{2t^2 p_j}{c_j} \quad (7)$$

また、横力 q_j の分布を図5(b)のように表し、 $\bar{q}_j$ および q_j を区間 $0 < x < d$ でフーリエ級数に展開するとそ

れぞれ次式のように書くことができる。

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8\bar{q}_j}{m\pi} \cos \alpha_j \sin^2 \frac{\alpha_j}{4} \sin \alpha x \quad (8)$$

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4q_j}{m\pi} \sin \alpha_j \sin \frac{\alpha_j}{2} \sin \alpha x \quad (9)$$

板の曲げ問題の基礎式は

$$\nabla^4 w_i = 0 \quad (10)$$

式(10)を満足するたわみ w_i を次のようにおく。

$$w_i = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\bar{A}_i \sinh \alpha y + \bar{B}_i \cosh \alpha y + \bar{C}_i y \sinh \alpha y + \bar{D}_i y \cosh \alpha y \right) \sin \alpha x \quad (11)$$

ここで、 $i=1, 2$ とし領域①, ②を表す。

板の曲げモーメント、せん断力および曲げ応力は次式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_{xi} &= -D \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right) \\ M_{yi} &= -D \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right) \\ M_{xyi} &= -M_{yxi} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{xi} &= -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right) \\ Q_{yi} &= -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xi} &= \pm \frac{6M_{xi}}{t^2}, \sigma_{yi} = \pm \frac{6M_{yi}}{t^2} \\ \tau_{xyi} &= \pm \frac{6M_{xyi}}{t^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで、 D は板の曲げ剛性を表し、

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (15)$$

フランジの傾斜によって生ずる接合面の x 方向変位を $\bar{u}_i$ とすると

$$\bar{u}_i = -\frac{t}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \quad (16)$$

式(11)の任意定数 $\bar{A}_i, \bar{B}_i, \bar{C}_i$ および $\bar{D}_i$ は次に示す境界条件および領域①, ②の板の連続条件から求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} y=-\frac{b}{2} \text{ で } & w_1 = \frac{\partial w_1}{\partial y} = 0 \\ y=y_j \text{ で } & Q_{y1} - Q_{y2} = \bar{q}(x) + q(x) \\ & M_{y1} = M_{y2} \\ & w_1 = w_2 \\ & \frac{\partial w_1}{\partial y} = \frac{\partial w_2}{\partial y} \\ y=\frac{b}{2} \text{ で } & M_{y2} = 0 \\ & V_{y2} = Q_{y2} - \frac{\partial M_{xy2}}{\partial x} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

後の計算のために式(17)で、 $\bar{q}(x)$ および $q(x)$ が

それぞれ単独に作用する場合を考え、式(11)～(16)の $w_i, M_{xi}, \dots$ などの右肩にそれぞれ $\bar{q}$ および q を付けて区別し、 $w_i^{\bar{q}}, w_i^q, M_{xi}^{\bar{q}}, M_{xi}^q, \dots$ などと表すことにする。

2・3・3 重ね合わせ法 図3(a)で、任意の区画 j に $p_j = 1, q_j = 1$ が作用したときの他の区画の点 k での面内せん断力、ねじりモーメントおよび横力による応力をそれぞれ $f_{kj}^p, f_{kj}^{\bar{q}}$ および f_{kj}^q とすると、 $1 \sim n$ のすべての区画に $p_j, q_j (j=1, 2, \dots, n)$ が作用した場合の合応力 σ_k は、それらを重ね合わせて、次式で表すことができる。

$$\sigma_k = \sum_{j=1}^n \left\{ (f_{kj}^p + f_{kj}^{\bar{q}}) p_j + f_{kj}^q q_j \right\} \quad (18)$$

接合面の x 方向変位についても、同様に、区画 j に $p_j = 1, q_j = 1$ が作用したときの点 k での面内せん断力、ねじりモーメントおよび横力による変位をそれぞれ $g_{kj}^p, g_{kj}^{\bar{q}}$ および g_{kj}^q とすると、区画 $1 \sim n$ に $p_j, q_j (j=1, 2, \dots, n)$ が作用した場合の点 k の変位は

$$u_k = \sum_{j=1}^n \left\{ (g_{kj}^p + g_{kj}^{\bar{q}}) p_j + g_{kj}^q q_j \right\} + u_o \quad (19)$$

で与えられる。ここで、 u_o はねじりによるフランジの一樣変位を表す。フランジのたわみ w_k も同様に考えて

$$w_k = \sum_{j=1}^n (h_{kj}^{\bar{q}} p_j + h_{kj}^q q_j) \quad (20)$$

ここで、 $h_{kj}^{\bar{q}}$ および h_{kj}^q は $p_j = 1, q_j = 1$ だけが作用した場合のねじりモーメントおよび横力によるたわみを表す。

2・3 接合部の力の釣合と変形の連続条件 図6は区画 k でハット材1, 2が接着層を介して力を伝達している様子を示したもので、ハット材の点 k を含

Fig.6 Equilibrium of forces at joint

む面積 $c_k t$ には面内せん断力 p_k と横力 q_k が、一方、接着層の点 k を含む面積 $c_k c_k$ にはせん断応力 τ_{ak} とはくり応力 σ_{ak} が生ずる。力の釣合から次式が得られる。

$$p_k t = \tau_{ak} \bar{c}_k \quad (21)$$

$$q_k = \sigma_{ak} \bar{c}_k \quad (22)$$

図7は接合部の変形を示したもので、ハット材1お

よび2は式(19)による変位 u_{k1} および u_{k2} を生じ、接着層ではせん断ひずみ γ_{ak} を生ずる。接着剤のせん断弾性係数を G_a とすると、図から

$$\gamma_{ak} = \frac{u_{k2} - u_{k1}}{t_a} = \frac{\tau_{ak}}{G_a} \quad (23)$$

Fig.7 Deformation of joint

式(21) (23) から

$$\frac{u_{k2} - u_{k1}}{t_a} = \frac{p_k t}{G_a \bar{c}_k} \quad (24)$$

z 方向変位の連続条件は、接着剤のヤング率を E_a とすると

$$w_{k2} - w_{k1} = \frac{q_k t_a}{E_a \bar{c}_k} \quad (25)$$

一方、ねじりモーメント M_T によって部材断面の中央線に沿って生ずるせん断応力 τ_o は次式で与えられる。

$$\tau_o = \frac{M_T}{2Ft} \quad (26)$$

ここで、 F は断面の中央線によって囲まれる面積を表す。1接着ピッチ間で伝達する面内せん断力の合計は式(26)の共役せん断応力の合力と釣合しなければならぬことから次式が得られる。

$$\sum_{k=1}^n p_k c_k t = \frac{M_T d}{2F} \quad (27)$$

未知量は p_k および q_k がそれぞれ n 、そのほかに u_o があり、総計は $2n + 1$ となる。それに対して、式(24) (25)が $k=1, 2, \dots, n$ まで成り立ち、式(27)と合わせて式の総数は $2n + 1$ となり、この連立方程式を解いて p_k, q_k および u_o が定まる。

2・4 ねじり剛性 接合部の変形によって生ずる2枚のフランジ間の長さ方向の相対変位は断面のゆがみを増加させ、部材のねじり剛性を低下させる。この相対変位 Δu は外力によって断面に生ずるせん断流 $\tau_o t$ に比例することから、次のようにおく。

$$\Delta u = K \tau_o t \quad (28)$$

ここで、 K はばね定数の逆数(コンプライアンス)を表す。

接合材はねじりモーメントが一定で、ゆがみが長さ方向に変化しない一樣ねじり率をもつとする Saint Venant の単純ねじり理論に従うものとし、図8に示す

Fig.8 Model of jointed section

ように、接合部をばねで置き換えて接合材の断面をモデル化して表す。中央線に沿う座標を ξ 、その方向のせん断応力を τ_ξ 、軸方向変位（ゆがみ）を u_ξ とする。ねじり中心から中央線の接線までの垂直距離を r_ξ とすると、ねじり率 ω のときに、せん断ひずみとの間に次の関係がある。

$$\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + r_\xi \omega = \frac{\tau_\xi}{G} \quad (2.9)$$

中央線上では $\tau_\xi = \tau_0$ で一定であるとし、上式を積分して式(2.8)で表される接合部での相対変位が2ヶ所存在することを考慮すると、ゆがみ u_ξ は次式で表される。

$$u_\xi = \omega \left(-\int_0^\xi r_\xi d\xi + C_0 \right) + \frac{\tau_0}{G} \int_0^\xi \frac{d\xi}{t} + 2K\tau_0 t \quad (3.0)$$

ここで、 C_0 は一樣な平行移動であるので除き、 ξ が断面を一周したときにゆがみがもとの値に戻らなければならないことから次式が得られる。

$$\tau_0 t = \frac{2F\omega Gt}{l_\xi + 2\Delta u / \gamma_0} \quad (3.1)$$

ここで、 $F = B(a_1 + a_2 + t_a)$ 、 l_ξ は中央線の長さで、 $l_\xi = 2(a_1 + a_2 + t_a + B)$ となり、 γ_0 は τ_0 に対応する板面の一樣なせん断ひずみを表す。

式(2.6) (3.1) から、ねじり剛性は

$$GJ_T = \frac{4F^2 Gt / l_\xi}{1 + 2\Delta u / (\gamma_0 l_\xi)} \quad (3.2)$$

同一断面形状でフランジのない閉じ断面材のねじり剛性は式(3.2)で $\Delta u = 0$ とにおいて

$$(GJ_T)_0 = \frac{4F^2 Gt}{l_\xi} \quad (3.3)$$

となり、式(3.2)との比をとると、ねじり剛性比は次式で表される。

$$\frac{GJ_T}{(GJ_T)_0} = \frac{1}{1 + 2\Delta u / (\gamma_0 l_\xi)} \quad (3.4)$$

3. 数値計算および結果

二軸対称断面の両ハット材を用いて数値計算を行った。ハット材の板厚を0.8mmで一定とし、接着ピッチ、接着幅および接着層厚さをそれぞれ3通りに変え、 $M_T = 196 \text{ Nm}$ を作用させた。モデルの寸法および材料定数を表1および表2に示す。

Table 1 Dimensions of model mm

l	540, 550, 560	t	0.8
$a_1 (=a_2)$	24.6	t_a	0.2, 0.5, 1.0
B	49.2	d	30, 50, 70
b	15.4	b_a	10, 20, 30

Table 2 Material constants

	Materials	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio
Adherend	SPCE	206	0.33
Adhesive	Epoxy	4.9	

図9は接着ピッチ 50mm、接着幅 20mm、接着層厚さ 0.2mm の場合について、フランジ内縁での接着層せん断応力を理論と有限要素法（数値計算に用いたものと同一形状寸法のモデルを用い、アイソパラメトリック6面体要素で、5550要素）とで比較したもので、両者はほぼ一致している。

図10および図11は図9と同様の接合条件の場合のハット材の垂直応力および接着層のせん断応力を τ_0 に対して無次元化したもので、フランジ内縁および接

Fig.9 Shearing stress distribution at flange edge

Fig.10 Normal stress distribution

Fig. 11 Shearing stress distribution

Fig. 12 Influence of joint condition on normal stress

Fig. 13 Influence of joint condition on shearing stress

着端で応力集中を生じている。図 1 2 および図 1 3 は接合部でのそれらの最大値の接着ピッチ，接着幅および接着層厚さによる影響を示したもので，接着ピッチが大きいほど，また，接着幅および接着層厚さが小さいほど大きい。また，図 1 2 をスポット溶接接合の場合と比較すると，応力集中が著しく軽減している。図 1 4 はねじり剛性比 $GJ_T/(GJ_T)_0$ を示し，接着幅 20mm の場合をスポット溶接と比較している。

fig. 14 Influence of joint condition on torsional rigidity ratio

4 結 言

フランジでバンド接着接合した箱型断面部材がねじりをうける場合の応力および剛性を弾性理論を用いて解析し，検討した結果，次のことが明らかとなった。

(1) 接合フランジの接着層せん断応力の理論値は有限要素法の結果とほぼ一致し，本解析法の有効性が確認された。

(2) ハット材フランジの垂直応力および接着層のせん断応力は接着端およびフランジ内縁で最大となり，それらの最大値は接着ピッチが大きいほど，また，接着幅および接着層厚さが小さいほど大きい。

(3) 部材のねじり剛性は接着ピッチおよび接着層厚さが大きいほど，また，接着幅が小さいほど低下し，同一ピッチのスポット溶接の場合と比べ高くなる。

文 献

- (1) 山田, 他, 日本接着協会誌, Vol. 19, No. 11 (1983), 491
- (2) 三浦, 他, 自動車技術, Vol. 38, No. 4 (1984), 446
- (3) 北川, 自動車技術会シンポジウム, No. 12 (1990), 3
- (4) 浅野, 他, 自動車技術会論文集, Vol. 22, No. 2 (1991), 108
- (5) 浅野, 他, 機論 (A 編), Vol. 59, No. 558 (1993-2), 109
- (6) 書上, 他, 機論 (A 編), Vol. 60, No. 569 (1994-1), 80
- (7) 杉林, 他, 機論 (A 編), Vol. 50, No. 451 (1984-3), 373
- (8) 天摩, 他, 機論 (A 編), Vol. 56, No. 525 (1990-5), 169