圧電アクチュエータを用いた積層板の静的変形制御*

福 永 久 雄^{*1}, 関 根 英 樹^{*1}, 松 野 靖 史^{*2}Static Deformation Control of a Laminated Composite
Plate with Piezoelectric Actuators

Hisao FUKUNAGA, Hideki SEKINE and Yasushi MATSUNO

The present paper deals with a deformation control of a laminated composite plate with piezoelectric actuators under static loading. Deflection of the plate is controlled using actuators bonded symmetrically to the plate surfaces. Static response of the plate with distributed actuators is calculated by a two-dimensional finite element analysis incorporating the effect of actuators. In order to minimize the deflection of the plate at the specified locations, the optimal voltage applied to the actuators is obtained by the least squares method. The effect of the geometry and the number of actuators on the deformation control is discussed through several numerical examples for cantilevered laminated plates.

Key Words: Adaptive Structure, Actuator, Optimum Design, Composite Material

1. 緒 言

アンテナ等の宇宙構造物においては高精度の形状保持が重要であり、製作時における形状誤差や、熱荷重・外力等の外乱による変形をアクチュエータを用いて変形制御することが要求される。動的変形に対する能動制御に関しては、近年、ロボットアーム等の柔軟構造物を対象として多数の研究が行われている⁽¹⁾⁽²⁾。一方、アンテナ構造のように長時間熱荷重を受ける場合や非常に周期の長い準静的荷重を受ける場合、静的変形に対する制御が必要となる。

静的な変形制御に関して、Haftka ら⁽³⁾⁽⁴⁾は、熱膨張係数の差を利用した熱による変形制御の研究を行い、多数のコントロール要素による宇宙用アンテナ構造の変形制御を検討した。一方、圧電材料は小形でかつ電圧を加えるだけで所望する制御力を得られるなどの利点から、近年、振動制御や変形制御のアクチュエータとして注目を集めている⁽⁵⁾。圧電材料を用いた静的変形制御について、Ghosh ら⁽⁶⁾はアクチュエータの

配置位置・面積と制御電圧の関係について研究を行っている。文献(6)では一つのアクチュエータに関する単純な問題を扱っているが、複数のアクチュエータを用いて複数の応答変位を最小化する研究はほとんど行われていない。

そこで、本研究では、静的荷重が作用する片持積層板について、指定した位置の応答変位を最小化するアクチュエータの印加電圧最適化の手法を示す。設計変数である印加電圧と構造の変位とは比例関係にあることに注目し、最小二乗法に基づいて構造変形の最小化を行う。また、種々の荷重に対する印加電圧の最適化結果を示し、効果的なアクチュエータの配置について検討する。

2. 基 礎 式

2・1 有限要素法による静的応答解析 図1に示すように、圧電アクチュエータを貼付した片持積層板について、アクチュエータの誘起ひずみによる板の変形解析を行う。圧電アクチュエータは z 方向に分極処理をした後、基板の上下面に対称に配置する。圧電アクチュエータと基板の接着層の影響は無視し、古典積層理論に基づいて定式化する。また、アクチュエータの xy 面内の誘起ひずみと印加電界の関係は、一般

* 原稿受付 1996年4月12日。

^{*1} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。^{*2} 東北大学大学院 [現：セイコーエプソン (〒399 松本市寿小赤2070)]。

に非線形性を示す⁽⁷⁾が、本研究では線形モデルを仮定する。すなわち、アクチュエータの誘起ひずみと印加電界の関係は、次式で表される。

$$\Lambda = d_{31} \frac{V}{t_a} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 Λ は誘起ひずみ、 d_{31} は圧電定数、 t_a はアクチュエータの厚さ、 V は印加電圧を表す。

分極方向が上下のアクチュエータで反対のとき、図1に示す上下のアクチュエータに正の電圧を印加した場合、上面のアクチュエータは xy 面内に膨張し、下面のアクチュエータは xy 面内に収縮する。このとき、アクチュエータは基板に面内力を発生せず、曲げモーメントだけが作用する。このようなアクチュエータ/基板モデルの構成関係は、熱的荷重を受ける一般の積層板の場合と同様に、古典積層理論を用いて次式のように表すことができる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

$$\{M\} = [D]\{\kappa\} - \{M_A\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\{M_A\} = \int_t [Q]\{\varepsilon_A\} z dz \dots\dots\dots (3)$$

$$\{\varepsilon_A\} = \{\Lambda, \Lambda, 0\}^T \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 M は合モーメント、 M_A はアクチュエータの誘起ひずみによる合モーメント、 D は基板とアクチュエータの曲げ剛性、 Q はアクチュエータの剛性マトリックス、 κ は曲率を示す。

式(2)の解析には、長方形板曲げ要素を用いた有限要素法を適用する。図1に示す片持積層板に J 個のアクチュエータを配置したとき、板の有限要素法による平衡方程式は次式で与えられる⁽⁹⁾。

$$[K]\{u\} = \{F_0\} + \sum_{j=1}^J \{b_j\} V_j \dots\dots\dots (5)$$

ここで、剛性マトリックス K は、アクチュエータが貼

Fig. 1 Cantilevered laminated plate ($L=305$ mm, $c=152$ mm, $t_s=0.83$ mm, $t_a=0.25$ mm) (stacking sequence: $[0/45/-45]_s$)

付されている要素については基板とアクチュエータの両方の剛性を考慮する。 V_j は j 番めのアクチュエータの電圧、 F_0 は外荷重ベクトル、 u は変位ベクトルを示す。また、 b_j は j 番めのアクチュエータによる集中モーメントベクトルを表し、単位電圧を印加したときアクチュエータの端の節点に作用する式(3)の合モーメントベクトルである。式(5)から静的な応答変位は、次式により与えられる。

$$\{u\} = \{u_0\} + \sum_{j=1}^J \{B_j\} V_j \dots\dots\dots (6)$$

ここで、

$$\{u_0\} = [K]^{-1}\{F_0\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\{B_j\} = [K]^{-1}\{b_j\} \dots\dots\dots (8)$$

式(6)の右辺第1項は外力による応答変位を示し、第2項は J 個のアクチュエータの集中モーメントによる応答変位を示している。

2・2 有限要素モデルの検証

本研究に用いた二次元有限要素法解析の妥当性を検証するために、Crawley らが行った実験⁽⁸⁾との比較を行う。図1に示す形状の積層板に圧電アクチュエータを板全面に一樣に貼付したとき、394 V/mm の電界が印加されている場合の次式で示される変形特性を比較する。

$$W_L = \frac{M_2}{c}$$

$$W_T = \frac{M_2 - (M_1 + M_3)/2}{c} \dots\dots\dots (9)$$

$$W_R = \frac{M_1 - M_3}{c}$$

ここで、 M_2 は板の x 軸上のたわみ、 $M_1(y=c/2)$,

Fig. 2 Comparison of deflection response ($\square$: experiment⁽⁸⁾, $\cdots$: 3-dim. FEM⁽¹⁰⁾, $-$: present)

$M_3(y=-c/2)$ は板の両端のたわみである。 W_L , W_T , W_R はおのの、 x 方向曲げ, y 方向曲げ, ねじり変形に対応する。

図2に実験結果と本研究で用いた有限要素解析を比較して示す。また、図2にはHaら⁽¹⁰⁾による三次元有限要素解析結果も合わせて示す。図2より、本研究で用いた二次元板曲げ要素の有限要素解析は三次元解析結果とほぼ一致した妥当な結果を与えることがわかる。

2・3 最適化問題の定式化 式(6)に示すように印加電圧とアクチュエータによる応答変位は比例の関係にあることから、複数の節点の応答変位を同時に最小化する問題に最小二乗法を適用することが可能である。アクチュエータの配置および板の剛性マトリックスは既知とし、外力による制御点のたわみ応答はセンサ等により測定されるものとする。このとき、 J 個の独立したアクチュエータを用いて、指定した N 個の制御点の応答変位を最小二乗の意味で最小化する最適

化問題は、次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \text{〔目的関数〕} & \{u'\}^T \{u'\} \\ \text{〔設計変数〕} & V_j \quad (j=1, 2, \dots, J) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで、 $\{u'\}$ は式(6)に示す変位ベクトルのうち、指定した $N(N \geq J)$ 個の制御点のたわみベクトルを示す。式(10)に対する最小二乗解より最適印加電圧は次式で与えられる。

$$\{V\} = -([C]^T [C])^{-1} [C]^T \{u_0\} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $\{u_0\}$ は式(6)の外力による応答変位 $\{u_0\}$ のうち、指定した N 個の制御点に対応するたわみベクトルである。また、

$$\{V\} = \{V_1, V_2, \dots, V_J\}^T \dots\dots\dots (12)$$

$$[C] = [\{B_1\}, \{B_2\}, \dots, \{B_J\}] \dots\dots\dots (13)$$

式(13)における $\{B_j\}$ は式(8)の $\{B_j\}$ のうち制御点のみで構成されるベクトルを示す。

式(10)の目的関数は、アクチュエータを配置したことによる補強効果の影響があるため、目的関数の値はアクチュエータの制御効果を直接表していない。そこで、アクチュエータの制御効果を表す無次元量として式(14)に示すような最適電圧を印加した場合の応答変位 $\{u'\}$ と、電圧を印加しない場合の応答変位 $\{u_0\}$ の比(駆動率と呼ぶことにする)を用いる。

$$g = \frac{\{u'\}^T \{u'\}}{\{u_0\}^T \{u_0\}} \dots\dots\dots (14)$$

Table 1 Material Properties

CFRP				
E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_L	ρ (kg/m ³)
98.0	7.90	5.60	0.28	1520

PZT G1195N			
E (GPa)	ν	ρ (kg/m ³)	d_{31} (pm/V)
63.0	0.3	7700	265

Fig. 3 Locations and sizes of piezoelectric actuators

Fig. 4 Loading condition

3. 数値計算例および考察

本研究では、図1に示す片持積層板に J 個の独立した圧電アクチュエータを配置し、アクチュエータの印加電圧の最適化を行う。表1にCFRP一方向材の材料特性と、PZT G 1195 N 圧電アクチュエータの材料特性を示す。アクチュエータの配置は、図3に示すA～Eの五つの配置モデルを用い、図4に示す三つの荷

重ケースについて、最適電圧および駆動率を比較する。また、それぞれの配置モデルと荷重ケースについて、自由端のみを制御点とした場合と、全節点を制御点とした場合との数値例を示し、効果的なアクチュエータの配置について考察する。

3・1 荷重ケース1 図4(a)に示す荷重ケース1のときの最適印加電圧結果を表2、3に示す。ここで、表2は板の自由端7節点のたわみ(たわみ角は含

Table 2 Optimal voltage (loading condition: case 1, control points: 7 nodes at free edge)

Results	
$g = 7.55 \times 10^{-7}$
$V_1 = 30.38$, $V_2 = 45.60$	
Initial $ \mu _{\max} = 8.01 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 1.17 \times 10^{-3}$	
$g = 1.19 \times 10^{-3}$
$V_1 = 326.82$, $V_2 = -100.42$	
Initial $ \mu _{\max} = 9.64 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 5.82 \times 10^{-2}$	
$g = 8.78 \times 10^{-8}$
$V_1 = 39.20$, $V_3 = -39.84$	
$V_2 = 31.37$, $V_4 = 29.97$	
Initial $ \mu _{\max} = 6.80 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 2.81 \times 10^{-4}$	
$g = 5.15 \times 10^{-5}$
$V_1 = 27.52$, $V_2 = 11.85$	
Initial $ \mu _{\max} = 6.80 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 9.85 \times 10^{-3}$	
$g = 1.20 \times 10^{-4}$
$V_1 = 7.82$, $V_2 = 7.21$	
Initial $ \mu _{\max} = 3.92 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 6.65 \times 10^{-3}$	

(unit voltage : V , deflection : mm)

Table 3 Optimal voltage (loading condition: case 1, control points: all nodes)

Results	
$g = 3.97 \times 10^{-2}$
$V_1 = 25.28$, $V_2 = 38.43$	
Initial $ \mu _{\max} = 8.01 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 1.28 \times 10^{-1}$	
$g = 8.25 \times 10^{-2}$
$V_1 = 160.82$, $V_2 = 64.89$	
Initial $ \mu _{\max} = 9.64 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 3.87 \times 10^{-1}$	
$g = 1.34 \times 10^{-2}$
$V_1 = 19.34$, $V_3 = 43.27$	
$V_2 = 11.72$, $V_4 = 22.72$	
Initial $ \mu _{\max} = 6.80 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 8.96 \times 10^{-2}$	
$g = 1.41 \times 10^{-2}$
$V_1 = 16.27$, $V_2 = 30.70$	
Initial $ \mu _{\max} = 6.80 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 9.30 \times 10^{-2}$	
$g = 1.82 \times 10^{-2}$
$V_1 = 6.79$, $V_2 = 6.41$	
Initial $ \mu _{\max} = 3.92 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 5.19 \times 10^{-2}$	

(unit voltage : V , deflection : mm)

(a) Control points: 7 nodes at free edge

(b) Control points: all nodes

Fig. 5 Optimal voltage and g (loading condition: case 1)

Table 4 Optimal voltage (loading condition: case 2, control points: 7 nodes at free edge)

Results	
$g = 1.02 \times 10^{-4}$	
$V_1 = 27.92 \quad , \quad V_2 = -5.52$	
Initial $ u _{\max} = 2.77 \times 10^{-1}$
Final $ u _{\max} = 2.98 \times 10^{-3}$	
$g = 2.91 \times 10^{-5}$	
$V_1 = 172.65 \quad , \quad V_2 = -110.78$	
Initial $ u _{\max} = 3.14 \times 10^{-1}$
Final $ u _{\max} = 2.31 \times 10^{-3}$	
$g = 1.67 \times 10^{-6}$	
$V_1 = 44.31 \quad , \quad V_3 = -55.73$ $V_2 = -20.52 \quad , \quad V_4 = 47.88$	
Initial $ u _{\max} = 2.33 \times 10^{-1}$
Final $ u _{\max} = 3.27 \times 10^{-4}$	
$g = 8.41 \times 10^{-3}$	
$V_1 = 22.29 \quad , \quad V_2 = -28.63$	
Initial $ u _{\max} = 2.33 \times 10^{-1}$
Final $ u _{\max} = 3.41 \times 10^{-2}$	
$g = 6.50 \times 10^{-4}$	
$V_1 = 8.01 \quad , \quad V_2 = -3.71$	
Initial $ u _{\max} = 1.48 \times 10^{-1}$
Final $ u _{\max} = 3.99 \times 10^{-3}$	

(unit voltage : V deflection : mm)

(unit voltage: V , deflection: mm)

まない)を制御点とした場合, 表3は板の全節点のたわみ(たわみ角は含まない)を制御点とした場合である。最適化後, 制御点のうち最大たわみ $|u|_{\max}$ となる節点を表中・で示す。図5に表2, 3の最適電圧と駆動率の関係をグラフにして示す。横軸の V は $V = \{V_1, V_2, \dots, V_f\}^T$ を表す。

図5(a)において五つの配置モデルは, すべて g の値が十分小さく, どの配置でも自由端の制御が可能であることがわかる。圧電アクチュエータに印加する電界には上限が存在することから, 電圧の値は小さいことが望まれる。印加電圧が小さいという点では, モデルEが最小であり, 効果的な配置であることがわかる。

片持板の全節点を制御点とした場合, 図5(b)からわかるように, モデルBの配置では g の値が他のモデルより大きく十分な制御ができない。モデルAとモデルBを比べると, アクチュエータの面積は同じであるのに対し, 片持板の固定端近傍に配置したモデルAのほうが駆動率, 電圧ともに小さくなりモデルAのほうが有効な配置となる。アクチュエータを四つ配置したモデルCは, 制御点数の数によらず g の値を小さくすることができる。これは, アクチュエータの数

(a) Control points: 7 nodes at free edge

(b) Control points: all nodes

Fig. 6 Deflection response before and after control

(a) Control points: 7 nodes at free edge

(b) Control points: all nodes

Fig. 7 Optimal voltage and g (loading condition: case 2)

が他のモデルよりも多いため、アクチュエータのモーメントによって、多様な変形を表すことができるためである。このように、効果的な制御を行いたいときには、アクチュエータ個数を増やすことが重要となる。

図6にモデルAにおける制御前後での応答変位を示す。板の自由端を制御点とした場合は、板の自由端で変形を抑えているが、板の中央部において大きな変形を示している。板の全節点を制御点とした場合は、板全体の応答変位を平均的に抑えていることがわかる。

3・2 荷重ケース2 図4(b)に示す荷重ケース2に対する最適印加電圧結果を表4に示す。表4は制御点を板の自由端7節点とした場合の結果である。また、このときの最適電圧と駆動率の関係を図7(a)に示す。外荷重により、板は一次曲げだけでなく一次ねじりの変形もするため、表4に示すようにモデルA、B、Eの配置においては、 V_1 が正、 V_2 が負の値をとることで、板の自由端のねじり変形を制御している。モデルDの配置は、板の幅方向にアクチュエータを分割配置していないため、図7(a)からわかるように、十分な変形制御ができないことがわかる。

図7(b)に片持板の全節点を制御点とした場合の最

Table 5 Optimal voltage (loading condition: case 3, control points: all nodes)

Results	
$g = 9.21 \times 10^{-1}$	
$V_1 = -0.26$, $V_2 = 2.62$	
Initial $ \mu _{\max} = 1.21 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 9.33 \times 10^{-2}$	
$g = 2.77 \times 10^{-1}$	
$V_1 = -56.21$, $V_2 = -8.45$	
Initial $ \mu _{\max} = 2.14 \times 10^{-1}$	
Final $ \mu _{\max} = 1.97 \times 10^{-1}$	
$g = 3.63 \times 10^{-1}$	
$V_1 = -5.88$, $V_3 = 23.35$ $V_2 = -12.02$, $V_4 = 14.05$	
Initial $ \mu _{\max} = 7.60 \times 10^{-2}$	
Final $ \mu _{\max} = 6.10 \times 10^{-2}$	
$g = 3.82 \times 10^{-1}$	
$V_1 = -8.47$, $V_2 = 17.17$	
Initial $ \mu _{\max} = 7.60 \times 10^{-2}$	
Final $ \mu _{\max} = 6.91 \times 10^{-2}$	
$g = 9.67 \times 10^{-1}$	
$V_1 = -1.08$, $V_2 = 1.38$	
Initial $ \mu _{\max} = 7.88 \times 10^{-2}$	
Final $ \mu _{\max} = 6.03 \times 10^{-2}$	

(unit voltage: V, deflection: mm)

適電圧と駆動率の関係を示す。図7(b)はモデルDを除いて、図5(b)と同様な傾向を示しており、板の固定端近傍にアクチュエータを配置するモデルが有効であることがわかる。

3・3 荷重ケース3 図4(c)に示す荷重ケース3に対する最適印加電圧結果を表5に示す。表5は、板の全節点を制御点とした場合の結果である。また、図8には最適印加電圧と駆動率の関係を示す。自由端を制御した場合、図8(a)からわかるようにモデルDの配置は g の値がかなり大きく、十分な変形制御ができない。これは、基板の異方性のため、荷重ケース3で生じる板の自由端のねじり変形を十分に制御できないためである。

全節点を制御する場合は表5に示すように、モデルCとモデルDの配置において固定端近くの電圧は負の値を、板の中央部の電圧は正の値をとることで、板全体の曲げ変形を制御していることがわかる。そのため、図8(b)に示すように、 x 軸方向にアクチュエータを分割配置しないモデルAやモデルEでは g の値が1に近く、二次曲げ変形をまったく制御できないことがわかる。また、この荷重ケースでは、モデルBの

(a) Control points: 7 nodes at free edge

(b) Control points: all nodes

Fig. 8 Optimal voltage and g (loading condition: case 3)

ように板の中央部にアクチュエータを配置したほうが、モデル A のように板の固定端近傍にアクチュエータを配置するより効果があることがわかる。

4. 結 言

本研究では、静的荷重を受ける片持積層板の変形を最小化する圧電アクチュエータの最適印加電圧問題について、最小二乗法による解法を示した。3種類の荷重ケースに対して、板の自由端を制御点とした場合と、板の全節点を制御点とした場合について、アクチュエータの数や配置が最適解に及ぼす影響を調べた。まず、一次曲げ変形に近い場合には、板の固定端近傍にアクチュエータを配置することで、印加電圧を大きくせずに変形制御が可能であることを示した。一次ねじりの変形をする場合は、板の幅方向に二つのアクチュエータを配置する必要があるが、また、二次曲げの変形をする場合では、長手方向に二つのアクチュエータを配置することで板全体の変形制御が可能となることを明らかにした。

本研究では、アクチュエータの配置はあらかじめ決定した後に印加電圧を最適化して制御効果を調べたが、アクチュエータの最適配置については今後の検討課題としたい。

文 献

- (1) 江鐘偉・長南征二・井林純, 機論, **60**-570, C(1994), 430-437.
- (2) 谷順二・ほか5名, 機論, **56**-525, C(1990), 1147-1154.
- (3) Haftka, R. T. and Adelman, H. M., *AIAA J.*, **23**(1985), 450-457.
- (4) Haftka, R. T., *AIAA J.*, **22**(1984), 1293-1298.
- (5) Crawley, E. F., *AIAA J.*, **32**(1994), 1689-1699.
- (6) Ghosh, K. and Batra, R. C., *AIAA J.*, **33**(1995), 1354-1357.
- (7) Crawley, E. F. and Anderson, E. H., *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, **1**(1990), 4-25.
- (8) Crawley, E. F. and Lazarus, K. B., *AIAA J.*, **29**(1991), 944-951.
- (9) Hwang, W. S. and Park, H. C., *AIAA J.*, **31**(1993), 930-937.
- (10) Ha, S. H., Keilers, C. and Chang, F. K., *AIAA J.*, **30**(1992), 772-780.