高分子材料のき裂先端周辺の変位場解析*

新 川 和 夫^{*1}, 高 橋 清^{*1}Experimental Analysis of Displacement Fields
around a Crack Tip in Polymers

Kazuo ARAKAWA and Kiyoshi TAKAHASHI

Moiré interferometry was utilized to determine the displacement fields around a crack tip in single-edge-cracked tensile PMMA and PA6/PPE/SBS alloy specimens. Vertical displacement v was expressed as a function of the distance r and the angle θ from a crack tip, and compared with the approximate solution of linear elastic fracture mechanics to study its applicability to polymers. The results showed that the solution agreed with the experimental results for the vicinity of a crack tip in the PMMA specimen. For the alloy specimen, however, the solution gave much smaller values than the experiments. The principle of superposition was employed for determining the values of $v^*(=v-v')$, i. e. the difference between two displacements v and v' which was related to a uniform strain field without a crack. The expression for v^* was also introduced to analyze the effects of r and θ . It was found that v^* was an important factor in increasing v values near the crack tip, and the v^* expression well represented the effects of r and θ for both the PMMA and alloy specimens.

Key Words: Polymer, Fracture, Displacement Fields, Moiré Interferometry, PMMA, PA6/PPE/SBS Alloy

1. 緒 言

高分子材料の破壊挙動に関する研究が種々の計測法を用いてなされている⁽¹⁾⁽²⁾。特に光弾性法⁽³⁾⁽⁴⁾やコースティック法^{(5)~(7)}が広く利用され、き裂先端近傍の応力場が計測されている。そして計測値と理論、とくに線形破壊力学⁽⁸⁾⁽⁹⁾との比較を行うことにより、応力拡大係数が評価されてきた。この理論は、き裂先端での応力とひずみが比例するという仮定、すなわち線形弾性論を基にして導かれたものである。一方、多くの高分子材料では、き裂先端での応力-ひずみ関係が線形ではなく、クレーズやシアバンディングのような局所降伏による非線形領域が出現する⁽¹⁰⁾。ただしこの領域がき裂長さや試料寸法などに比べて十分小さい場合、すなわち小規模降伏の状態では、若干の補正により線形破壊力学を適用できることが理論的に示唆されている。しかし非線形領域の大きさは、き裂先端の材料物性と関連するため、定量的に決定することは容易なことではない。またある種の高分子材料では粘弾性効果、すなわち材料の負荷速度ないしは時間依存性が顕著となる。したがって理論的に導かれた変位場や

応力場が実際の高分子材料でどの程度成立するものか明確な証明はなされていないのが現状である。

著者らは前報⁽¹¹⁾において、高分子材料のき裂周辺で生じる変位場をモアレ干渉法⁽¹²⁾を用いて計測した。また負荷方向の変位場 v をき裂先端からの距離 r と角度 θ の関数として表し、変位こう配を定量的に評価した。そして変位こう配の変化挙動が単純ではなく、 r と θ に依存して大きく変化することを明らかにした。

本研究では、脆性的な高分子材料であるメタクリル(PMMA)樹脂と延性的なポリマアロイを試料とし、その変位場を定量的に解析することを目的とした。得られた v 変位場を線形破壊力学の近似理論と比較し、その適応範囲を検討した。また重ね合わせの原理を応用して、き裂内面に表面力のみが作用する場合の変位の寄与分 v^* を分離した。さらに v^* の関数形を求め、 v 変位場の表示式を提案した。

2. 実 験

2・1 試験片 試料として脆性的な PMMA(アクリライト S-001)とポリアミド系の延性的なポリマアロイ(PA 6/PPE/SBS)を採用した。試料厚さ B は、PMMA 材が 5 mm、アロイ材が 3 mm である。材料

* 原稿受付 1996 年 8 月 30 日。

*¹ 正員、九州大学応用力学研究所 (〒816 春日市春日公園 6-1)。

定数を表1に示す。またアロイ材の応力-ひずみ曲線を図1に表示した。アロイ材が室温下では著しく延性的であることが示されている。試料形状、寸法を図2に示す。試料幅 W は、PMMA 材で 40 mm、アロイ材で 30 mm とした。そして試料の片側中央部に長さ 5~7 mm の初期き裂をインパクト法⁽¹³⁾により導入した。この手法では、あらかじめ作製した切欠部にくさびを打ち込むことによりき裂を生じさせている。そのためき裂先端部の曲率半径が零、すなわち鋭い人工き裂を作製することが可能である。PMMA 材のき裂の作製は室温で、アロイ材は低温下で行った。なお試料として、き裂前縁が直線的なものを採用した。PMMA 材への引張負荷はピンジグにより、またアロイ材は平板つかみジグにより加えた。なお試験条件は、室温約 22°C、湿度約 45%、負荷速度 1 mm/min の変位制御とした。荷重 P と変位 δ の関係を計測した。そして PMMA 材が弾性的に変形した後に脆性的に破断すること、一方、アロイ材は延性的に破壊する傾向が得られている⁽¹¹⁾。

2・2 モアレ干渉法 き裂周辺の変位場計測にはモアレ干渉法を応用した。その光源として、アルゴン・レーザ(Spectra Physics 製, Model No. 2020-5, 波長 $\lambda=514.5$ nm)を使用した。本実験では、周波数 $F=600$ 本/mm と 300 本/mm からなる 2 種類の回折格子を作製した。これは変形の小さい PMMA 材には

周波数の高い格子を、一方、変形の大きいアロイ材には周波数の低い格子を使用するためである。回折格子の表面に厚さ約 0.1 μm のアルミニウムを蒸着し、それをエポキシ系の接着剤を用いて試料に転写した(図2参照)。転写した試料格子に平行光を 2 方向より入射した。そして一次の回折光により干渉じまを生じさせた⁽¹⁴⁾。なお干渉じまの撮影時には、試験機を 10 秒ほど停止した。

3. PMMA 材のき裂周辺の変位場

3・1 変位分布の測定値 図3に PMMA 材で得られたモアレ干渉じまを示す。この干渉じまは v 変位、すなわち負荷方向の変位場を表している。しま分布は等変位を表し、その間隔は 0.83 μm の変位に対応する。モアレじまから評価した変位 v を図4に示す。ここでは v をき裂先端からの距離 r 、き裂線上からの角度 θ の関数として次式で評価した。

$$v(r, \theta) = N(r, \theta) / 2F \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $N(r, \theta)$ は r, θ におけるしま次数、 F は回折格子の周波数である。 θ として 45°, 90°, 135°, 180°

Table 1 Material properties of PMMA and PA6/PPE/SBS alloy specimens

Specimen material	Young's modulus E	Poisson's ratio ν
PMMA	2.94 GPa	0.35
PA6/PPE/SBS	0.62 GPa	0.35

Fig. 1 Stress-strain curve for an uncracked tensile PA6/PPE/SBS alloy specimen

Fig. 2 Geometries of single-edge-cracked tensile PMMA and PA6/PPE/SBS alloy specimens

Fig. 3 Moiré fringe patterns of v displacement field in a PMMA specimen ($P=470$ N, $K_I=0.43$ MN/m^{3/2})

を採用し、おのおの□, △, ◇, ○印で表示した。この結果で明らかなことは、 v が r と θ に依存すること、また r と θ の増加により大きくなることである。

3・2 線形破壊近似理論との比較 線形破壊力学の近似式を用いて、変位 v を次式で与えた⁽¹⁵⁾。

$$v(r, \theta) = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで G はせん断弾性係数である。本研究では G を縦弾性係数 E とポアソン比 ν より次式で決定した。

$$G = E / 2(1 + \nu) \quad \dots\dots\dots (3)$$

また係数 κ は、平面応力状態を仮定し次式で求めた。

$$\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu) \quad \dots\dots\dots (4)$$

さらに応力拡大係数 K_I は次式で評価した。

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(\xi) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで σ は一様引張応力、 a はき裂長さである。ただし $\sigma = P/BW$ とした。補正係数 $F(\xi) = F(a/W)$ は

$$F(\xi) \approx 1.12 - 0.231\xi + 10.55\xi^2 - 21.72\xi^3 + 30.39\xi^4 \quad \dots\dots\dots (6)$$

を採用した⁽¹⁶⁾。

Fig. 4 Values of v for a PMMA specimen as functions of r and θ ($P=471$ N, $K_I=0.43$ MN/m^{3/2})

Fig. 5 Values of v at $\theta=180^\circ$, i.e. COD for a PMMA specimen as a function of r ($P=471$ N)

式(2)で得られた理論値を図4に実線で表示した。理論値は r と θ が増加すると大きくなっている。すなわち計測結果とほぼ同様な傾向を示している。しかし両者の値には、 r の大きな領域で差が発生した。例えば $\theta=45^\circ$, 90° の結果では、式(2)は計測値より小さな値を与えている。一方 $\theta=135^\circ$, 180° の結果では、式(2)は計測値よりも若干大きな値を生じている。これは、式(2)が近似解であること、すなわち高次項の影響が無視されていることがその原因として挙げられる。しかし破壊理論が示唆するように、 r が小さくなるに伴い式(2)が計測値に漸近する傾向が存在した。その詳細例を図5に示す。ここでは $\theta=180^\circ$ での v 値、すなわちき裂開口変位(COD)を表示した。 r が2 mm近くになると、式(2)が計測値とほぼ一致した。しかしき裂先端から $r < 0.5$ mmの近傍では、両者の結果に再び差が発生した。すなわち実際のCODが式(2)より小さな値を生じている。この結果は、Dugdale-Barenblattモデルが示唆するCODの先端形状とほぼ対応するものである⁽¹⁰⁾。したがってこの原因を明らかにするためには、き裂先端で生じる非線形領域の影響を検討することが必要である。以下では得られた計測結果を式(2)とは異なる見地からの考察を試みた。

3・3 変位 v^* の定義 重ね合わせの原理に従うと、図6(a)の問題は(b)と(c)の和として表される。これは、き裂がなく外力 σ のみが作用する場合(b)と、き裂内面に表面力のみが作用する場合(c)の問題に分離できることを意味するものである⁽¹⁷⁾。本研究では、変位 v を v' と v^* に分離し、 v^* に関する考察を行った。

図7に変位 v, v', v^* を表示した。ここで△印で示す v は、図4の結果($\theta=90^\circ$)と同じものである。一方 v' は破線で表した。ただし図6(b)のような一様

Fig. 6 Displacements of v, v' and v^* derived by the principle of superposition

ひずみ場 $\varepsilon' (= \sigma/E)$ を仮定し, v' を次式で与えた.

$$v'(r, \theta) = \varepsilon' r \sin \theta \quad (7)$$

いま v と v' の差をとると

$$v^* = v - v' \quad (8)$$

が得られる. その結果を図7に◆印で表示した. ここで明らかなことは, r の小さい領域で v^* が著しく増加し, その後 r の大きな領域でほぼ一定値に漸近していることである. これは, 変位場に及ぼすき裂の影響が r の増加により小さくなること, すなわちき裂先端から十分離れた位置では $v^* \ll v'$ となることを意味するものである.

3.4 v^* に及ぼす r と θ の効果 図8にPMMA材で得られた v^* 値を表示した. ここで明らかなように, v^* は r と θ とともに変化した. 本研究ではこのような v^* の変化挙動を定量的に考察するために, 次式のような関数形を導入した.

$$v^*(r, \theta) = Ca\varepsilon' f(\theta)(1 - e^{-\lambda r/a}) \quad (9)$$

ここで C, λ は係数, $f(\theta)$ は θ のみの関数とした. これらは材料の物性値と関連する量である. しかし解析

的にこれらを評価することは容易なことではない. 以下では図7, 8の結果を用いて, $C, \lambda, f(\theta)$ を評価した.

まず $f(\theta)$ の関数形を求めた. 図9に v^* を θ の関数として表示した. ここでは $r = 3 \text{ mm} (= 0.5a)$ で得られた v^* 値を用い, $\theta = 180^\circ$ の値で無次元化を行った(図8参照). これは, き裂先端での三次元応力場および試料の自由端での縁効果の影響を避けるためである. v^* は, 低 θ 域では小さく, その後, 急激に増加した. 本研究ではそのような関数形として

$$f(\theta) = \sin^3(\theta/2) \quad (10)$$

を採用した. その結果を図9に示す. 式(10)が v^* の変化挙動をよく表現することが示されている.

式(10)を式(9)に代入すると, 次式が得られる.

$$v^*(r, \theta) = Ca\varepsilon' \sin^3 \frac{\theta}{2} (1 - e^{-\lambda r/a}) \quad (11)$$

係数 C, λ は以下の手法で評価した. まず式(11)の C 値を適当に仮定する. そして得られた計算値が図7の v^* の漸近値 ($r = 15 \text{ mm}$) を満足するように決定した. 一方 λ は, 低 r 域 ($r < 5 \text{ mm}$) における v^* の増加挙動をよく表現するような値を採用した. その結果, $C = 2.8, \lambda = 3.9$ が得られた.

得られた係数 C, λ を用いて, 他の θ での v^* を計算

Fig. 7 Values of v, v' and v^* for a PMMA specimen as a function of r ($\theta = 90^\circ$ and $P = 470 \text{ N}$)

Fig. 8 Values of v^* for a PMMA specimen as functions of r and θ ($P = 470 \text{ N}$)

Fig. 9 Normalized values of v^* for a PMMA specimen as a function of θ ($P = 470 \text{ N}$)

Fig. 10 Moiré fringe patterns of v displacement field in PA6/PPE/SBS alloy specimen ($P = 456 \text{ N}, K_I = 0.91 \text{ MN/m}^{3/2}$)

した。その結果を図8に鎖線で示す。計測と計算値には若干の差が生じる領域が存在した。しかし全体的には両者が比較的によく一致した。これは、式(11)の関数形が v^* を表示できる可能性を示唆している。

4. アロイ材のき裂周辺の変位場

4.1 アロイ材の変位場 図10にアロイ材で得られたモアレじまを示す。このしまは v 変位場を表し、その間隔は $1.67\text{ }\mu\text{m}$ の変位に相当する。全体的には、PMMA材とほぼ同様なしま分布が得られている。しかしき裂先端部で明確な塑性変形が発生した。モアレじまから評価した変位 v を図11に、またCOD分布の詳細を図12に示す。さらに理論式(2)の結果を各図に実線で表示した。 v の計測、理論値とも r と θ の増加により大きくなっている。しかしここで明らかのように、 v およびCODの理論値は計測結果より小さな値を生じている。これはアロイ材が顕著な粘弾性挙動を呈すること、すなわち負荷応力が時間に依存して変化することがその原因として挙げられる。したがって高分子材料へ式(2)を適用する場合には、材料固有の粘性をあらかじめ検討することが重要である。

Fig. 11 Values of v for a PA6/PPE/SBS alloy specimen as functions of r and θ ($P=456\text{ N}$, $K_I=0.91\text{ MN/m}^{3/2}$)

Fig. 12 Values of v at $\theta=180^\circ$, i.e. COD for a PA6/PPE/SBS alloy specimen as a function of r ($P=456\text{ N}$)

4.2 アロイ材の変位 v^* 図6の重ね合わせの原理を用いてアロイ材の変位 v' と v^* を評価した。その結果例を図13に示す。この材料では応力緩和が発生した。そのため式(7)の ε' は、荷重点変位 δ と試料長さ L の比で評価した。アロイ材に対する v^* 値も r の小さい領域で著しく増加し、 r の大きな領域ではほぼ一定値に漸近した。また他の角度 θ で得られた v^* を図14に表示した。ここで注目すべきことは、 v^* の変化挙動がPMMA材とほぼ同様な傾向を示したことである。

アロイ材に対する v^* の関数形として式(9)を採用し、 $C, \lambda, f(\theta)$ を評価した。図15に v^* と θ の関係を示す。ただしこの関係は、 $r=3\text{ mm}$ での v^* 値を無次元化したものである(図14参照)。ここで注目すべきことは、式(10)がアロイ材にも有効に適用できることである。図13の結果を用いて、係数 C, λ を評価した。その結果、アロイ材に対し $C=3.2$, $\lambda=3.9$ が得られている。式(11)にこれらの係数 C, λ を代入して、他の θ での v^* を計算した。その結果を図14に表示

Fig. 13 Values of v, v' and v^* for a PA6/PPE/SBS alloy specimen as a function of r ($\theta=90^\circ$ and $P=456\text{ N}$)

Fig. 14 Values of v^* for a PA6/PPE/SBS alloy specimen as functions of r and θ ($P=456\text{ N}$)

した。計算値が v^* の変化挙動をよく表現することが示されている。しかしアロイ材の P - δ 関係は、かなり延性的な挙動を呈している(図1参照)。以下ではこの影響を調べるために、負荷の増加に伴う変位場 v 、 v^* の変化を PMMA 材とともに検討した。

Fig. 15 Normalized values of v^* for a PA6/PPE/SBS alloy as a function of θ ($P=456$ N)

Fig. 16 Values of v for a PMMA specimen as functions of r and θ ($P=683$ N, $K_I=0.62$ MN/m^{3/2})

Fig. 17 Values of v for a PA6/PPE/SBS alloy specimen as functions of r and θ ($P=1\,315$ N, $K_I=2.63$ MN/m^{3/2})

5. 変位場 v , v^* に及ぼす P の影響

図16, 17に負荷が増加した際のPMMAおよびアロイ材の v 値を表示した。ただし荷重 P はPMMA材で683 N, アロイ材で1315 Nである。 P が増加すると、対応する r, θ 点での v 値は増加した(図4, 11参照)。しかし定性的には低負荷の場合とほぼ同様な変位分布が示されている。また両図には式(2)で得られた理論値を表示した。式(2)がき裂先端近傍でのPMMAの v 値をある程度近似できること、しかしアロイ材では小さな値を生じることが示されている。

図16, 17の実験値から v^* を評価した。その結果を図18, 19に示す。また式(11)を用いて v^* を計算した。ただし係数 C, λ は低負荷で得られた値、すなわちPMMAに対し $C=2.8, \lambda=3.9$, アロイ材に対し $C=3.2, \lambda=3.9$ を採用した。ここで注目すべきことは、異なる P で評価した係数を用いたにもかかわらず、式(11)が v^* 値をよく表現していることである。これは、式(11)が v^* の関数形として有効に適用できるこ

Fig. 18 Values of v^* for a PMMA specimen as functions of r and θ ($P=683$ N)

Fig. 19 Values of v^* for a PA6/PPE/SBS alloy specimen as functions of r and θ ($P=1\,315$ N)

と、すなわち v' との重ね合わせを用いることにより v が評価できることを示唆するものである。

式(7)と式(11)の和をとると、次式が得られる。

$$v(r, \theta) = \varepsilon' r \sin \theta + Ca\varepsilon' \sin^3 \frac{\theta}{2} (1 - e^{-\lambda r/a})$$

……………(12)

得られた係数 C, λ を用いて、 v を計算した。PMMA 材に対する結果を図4, 16に、またアロイ材に対する結果を図11, 17に点線で表示した。またき裂先端近傍の COD の計算値を図5と図12に表示した。式(12)が v および COD の実験値とほぼ一致した。すなわちこの結果は、式(12)が高分子材料の変位場 v を表示できる可能性を示唆している。しかし式(11)で採用した v^* の関数形、また係数 C, λ の物理的な意味を明らかにするためには今後の研究が必要である。

6. 結 言

モアレ干渉法を応用して、PMMA とポリアミド系アロイ材のき裂周辺での v 変位場を計測した。 v をき裂先端からの距離 r 、き裂の線上からの角度 θ の関数として表し、線形破壊理論の近似式との対応関係を調べた。また重ね合わせの原理を応用して、き裂による変位の寄与分 v^* を分離した。そして v^* に関する表示式を提案し、その適応性を検討した。そして以下の結論を得た。

(1) き裂先端近傍での PMMA の v 値は、線形破壊理論である程度近似することができる。しかしアロイ材では大きな差が発生した。

(2) PMMA とアロイ材の v^* 値は、式(9)の関数形で表示することができる。

(3) 式(9)の $f(\theta)$ として、 $\sin^3(\theta/2)$ が得られた。

(4) また PMMA に対する係数として $C=2.8, \lambda$

$=3.9$ 、一方、アロイ材に対して $C=3.2, \lambda=3.9$ が得られた。

(5) 得られた係数と式(12)を用いることにより、 v 変位場を表現することが可能である。

実験を行うにあたり楠元淳一氏(当時九州大学大学院)の助力を得た。また研究をまとめるにあたり九州大学工学部の村上敬宜教授の助言をいただいた。記して謝意を表する。

文 献

- (1) Sih, G. C. 編, Experimental Evaluation of Stress Concentration and Intensity Factors, *Mechanics of Fracture*, 7 (1981), 163-347, Martinus Nijhoff Publishers.
- (2) Smith, C. W. and Kobayashi, A. S. (Kobayashi, A. S. 編), *Handbook on Experimental Mechanics*, (1987), 891-956, Prentice-Hall.
- (3) Kobayashi, A. S. (Kobayashi, A. S. 編), *Experimental Techniques in Fracture Mechanics*, (1973), 126-145, Iowa State University Press.
- (4) Smith, C. W., 文献(1)の163-187ページ.
- (5) Theocaris, P. S., 文献(1)の189-252ページ.
- (6) Kalthoff, J. F., 文献(2)の430-500ページ.
- (7) Rosakis, A. J. (Epstein, J. S. 編), *Experimental Techniques in Fracture*, (1993), 327-425, VCH Publishers.
- (8) Irwin, G. R., *J. Appl. Mech.*, **24** (1957), 361-364.
- (9) Williams, M. L., *J. Appl. Mech.*, **24** (1957), 109-114.
- (10) Williams, J. G., *Fracture Mechanics of Polymers*, (1984), 123, Ellis Horwood Limited.
- (11) 楠元淳一・新川和夫・高橋清, 機論, **62**-599, A (1996), 1577-1581.
- (12) Post, D., Han, B. and Ifju, P., *High Sensitivity Moiré*, (1994), 135, Springer-Verlag.
- (13) 高橋清・桜田泰弘・小松治男, 九州大学応用力学研究所報, No. 48 (1978), 69-75.
- (14) 新川和夫, Drinnon, R. H. Jr., Wang, F. X. and Kobayashi, A. S., 機論, **58**-545, A (1992), 59-63.
- (15) Kanninen, M. F. and Popelar, C. H., *Advanced Fracture Mechanics*, (1985), 145, Oxford University Press.
- (16) Tada, H., Paris, P. C. and Irwin, G. R., *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, (1973), 2-11, Del Research Corporation, Hellertown, Pa., U.S.A..
- (17) Murakami, Y., *Eng. Fract. Mech.*, **8** (1976), 643-655.