自由縁特異応力の減少に係わる知的形状設計について*

村田 雅人^{*1}, 高原 渉^{*1}

Intelligent Shape Design for Reduction of Free-Edge Singular Stress

Masato MURATA and Wataru TAKAHARA

Shape optimization is applied to dissimilar material joints to decrease free-edge singular stress using a CAE system of finite element-based shape optimization programs. The optimum shape of a joint with an interlayer is similar to the case of that without an interlayer. It is revealed that the free-edge singular stress decreases in the optimum shape. Shape optimization is a useful method for designing dissimilar material joints from the point of view of decreasing singular stress.

Key Words: Optimum Design, Finite Element Method, Adhesive Joints, Singular Stress, Free Edge Shape, CAE, Dissimilar Material Joints

1. 緒 言

異材接合体においては、その界面が自由縁と交わる所にいわゆる自由縁応力特異性が生じ、強度低下の原因となってしまうことが知られている⁽¹⁾。しかし、材料特性と接合部の形状によっては、この応力特異性が消失することが指摘されており、接合部の幾何形状を固定したときの材料特性の組み合わせや逆に材料特性が与えられたときの接合部形状について、応力特異性消失の条件という観点から議論されている⁽¹⁾⁽²⁾。接合部の形状設計を行う場合は、こうした特異性消失の条件を考慮に入れることが望ましい。しかしながら、実際の接合部には、中間層、接着層が入ることも多く、こういった複雑な状況になると、理論解をもとにした形状設計は困難になると考えられる。よって、接合部に中間層が入るなど複雑な場合にも適用可能な設計手法が求められる。汎用の数値解析手法である有限要素法を接合界面に応用する場合には、界面端に生じる応力特異性をどう扱うかといった問題がつかまとう⁽¹⁾。しかし、有限要素法を利用した接合体の形状最適化については、中間層がない場合ではあるが既に報告があり、有限要素法を組み合わせた形状最適化によって、応力集中を低減した継手設計の可能性が示唆されている⁽³⁾⁽⁴⁾。最近では、個人での使用が可能なエンジニアリングワークステーションやパーソナルコンピュータ

が著しく高性能化、低価格化しており、形状最適化に関しても、CAE システムプログラムが既に市販されている。こうした CAE システムは今後ますます充実してくるものと思われる⁽⁵⁾⁽⁶⁾。CAE による形状最適化では、応力特異性の問題はまだ十分に扱われていない状況にあるといえるが、今後もし接合体に対して、CAE システムによる知的形状設計が可能になれば、そのメリットは非常に大きいものがあると思われる。

そこで本研究では、CAE システムを利用した接合体の知的形状設計の可能性を探るため、自由縁特異応力を有限要素法における要素の自動除去法により減少させることを試み、得られる結果について検討した。

2. 解析手法およびモデル

本解析に使用した CAE システムは、E.M.R.C. (Engineering Mechanics Research Corporation) が供給する最適化 FEM プログラム NISA/SHAPE である⁽⁷⁾⁽⁸⁾。このプログラムは、構造解析には有限要素法、形状最適化には Lagrange 未定乗数法による最適性規準法を利用している。図 1 にこのプログラムの流れ図を示す⁽⁹⁾。初期モデルに対し、まず有限要素法により各要素の応力状態を求め、変位または応力の上限值を制約条件として、要素の有無そのものを設計変数とし、要素の除去により目的関数の体積もしくは重量を最小にしてい⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾。一般に要素除去による方法では、そのプロセスの中で、本来の最適形状解で残るべき要素まで取り去ってしまう可能

* 原稿受付 1996 年 10 月 28 日。

^{*1} 正員、大阪大学大学院工学研究科(〒565 吹田市山田丘 2-1)。

Fig.1 Macro flowchart of the shape optimization algorithm⁽⁹⁾.

性があるので、このプログラムでは、一旦除去した要素を場合によっては回復させるプロセスも含んでいる。すなわち、まず、制約条件下でラグランジュ乗数法により形状最適化がなされ、制約臨界状態にある最適要素面積に関する情報を得る。しかし、それをそのまま実行すると形状変化に伴う応力状態の変化のために、場合によっては最適化がうまくいかない可能性がある。よって、制約臨界状態にある要素は感度解析にかけられ、要素回復により最大の効果をあげる位置探索がなされ、その要素は復活させる。こうして1ステップが終了し、もういちど最初に戻って次のステップに移行していく⁽⁹⁾。本解析では、このステップ数は15回を限度とすることにした。このプログラムではモデルの内部からの要素除去も可能となっているが、ここでは、要素除去は境界部のみを対象として行うこととした。なお、構造解析はすべて弾性解析で行っている。

図2に、本研究での解析の初期モデルの基本的形状を示す。ここでは Al_2O_3 ・Kovar 接合体を想定し、その間に中間層 Ag が存在する接合体モデルも解析の対象とした。ただし、図中 NB と記した部分は接合されていないものとしている。荷重は引張荷重として矢印をつけた部分に 40N を負荷した。用いた材料定数については、ヤング率は Kovar が 156GPa, Al_2O_3 は 294GPa, Ag は 81GPa とした⁽¹¹⁾。またポア

Fig.2 Finite element model of dissimilar material joints.

ソン比は、ここでは久保・大路の理論解⁽²⁾との比較を容易にするために、どの材料も 0.3 であるとした。弾性解析は、3 角形要素を使用した平面応力、平面ひずみ、軸対称モデルで行った。制約条件には相当

応力 $\bar{\sigma} = \left[\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right]^{1/2}$ を用い、初期モデルの弾性解

析の結果得られる最大の相当応力値よりは大きいがそれになるべく近いような値を選び、どの要素の相当応力値もこの値を越えないという制約条件を与えた。なお、ここでは CAE システムを利用した接合体の形状設計として、要素の自動除去法により自由縁特異応力を減少させることを試みているが、要素除去は、Kovar からのみ行い、Kovar 中でも荷重負荷部およびその近傍の領域からの除去は行わず、また、 Al_2O_3 および Ag の部分からの除去も行わないものとした。そして、中間層のあるモデルにおける界面の比較検討は、材料 1 と中間層の界面について行い、中間層と材料 2 の界面の方は考慮しないものとした。

3. 解析結果および考察

まず、中間層のない $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{Kovar}$ 接合体について、特異性が現れない幾何形状がどうかを、久保・大路の方法⁽²⁾により求めてみる。2次元等方性弾性体の異材モデルを考え、Kovar のヤング率、ポアソン比をそれぞれ E_1, ν_1 、 Al_2O_3 のヤング率、ポアソン比をそれぞれ E_2, ν_2 として、図 3 のような接合体を想定し、これに本解析における図 2 (a) の A 部をあてはめて考えてみる。 Al_2O_3 の部分では $\theta_2 = 90^\circ$ となっているが、久保・大路によれば、 $\theta_2 = 90^\circ$ の場合の自由縁特異性の消失条件について、

$$2 \sin \theta_1 (\theta_1 \cos \theta_1 - \sin \theta_1) (1 - \alpha) (\alpha - 4\beta - 1) \\ = [\sin \theta_1 \cos \theta_1 (1 - \alpha) + 2(1 + \alpha) + 8 \sin^2 \theta_1] (1 + \alpha) \quad (1)$$

が得られている⁽²⁾。ただし、 α, β は Dunders パラメータで、

$$\alpha = [(\mu_2/\mu_1)(\chi_1 + 1) - (\chi_2 + 1)] / [(\mu_2/\mu_1)(\chi_1 + 1) + (\chi_2 + 1)] \quad (2)$$

$$\beta = [(\mu_2/\mu_1)(\chi_1 - 1) - (\chi_2 - 1)] / [(\mu_2/\mu_1)(\chi_1 + 1) + (\chi_2 + 1)] \quad (3)$$

であり、せん断弾性係数 μ_i は

$$\mu_i = E_i / 2(1 + \nu_i) \quad (4)$$

であり、 χ_j は

$$\chi_j = 3 - 4\nu_j \quad (\text{平面ひずみ}) \\ = (3 - \nu_j) / (1 + \nu_j) \quad (\text{平面応力}) \quad (5)$$

である^{(1),(2)}。

これらの式(1)~(5)に、材料定数を代入して θ_1 を求めると、

平面ひずみのとき、 $\theta_1 = 118^\circ$

平面応力のとき、 $\theta_1 = 121^\circ$

となる。

Fig.3 Schematic drawing of dissimilar material joint.

Fig.4 Distribution of the largest principal stress in the optimum shape for plain strain model of dissimilar material joint without interlayer.

図 4 は、中間層のない平面ひずみモデルで、接合部の形状最適化処理を行った結果を、最大主応力分布図として示したものである。ただし、図は初期基本形状の図 2 (a) の A 部にあたる部分を主に示している。また、図 5 はこの最適化過程において、モデルの体積減少がどのように進むかを比で示した図である。図中には、各段階で、要素中もっとも大きい最大主応力が初期モデルに対してどう変化しているかも、比の形で示してある。これをみると、形状最適化の最初の段階での体積減少効果には著しいものがあるが、ステップが進むにつれて、体積の減少の割合は緩やかになることがわかる。また、最大主応力値も最適化の進行にともない、途中一時的に増加する場合がみられるものの、基本的には減少の方向に

Fig.5 Variation of material volume and maximum principal stress of the plain strain model of dissimilar material joint without interlayer.

Fig.6 Variation of principal stress at interface before and after shape optimization for the plain strain model of dissimilar material joint without interlayer.

Fig.7 Distribution of the largest principal stress in the optimum shape for axisymmetric model of dissimilar material joint with interlayer.

向かうことがわかる。すなわち、形状最適化により、最大主応力値を下げる事が可能であることを示している。

図6は、中間層のない平面ひずみモデルの形状最適化で、界面での主応力の分布が、初期モデルからどのように変化したかを示した図である。形状最適化により、応力の分布状態が変化して、自由縁近傍での主応力の増加が抑制されるようになることが認められる。これは、この形状最適化には、自由縁の特異応力を減少させる効果があることを示している。

図7は、中間層のある軸対称モデルで、最適化の結果得られた形状を、その最大主応力分布図として示したものである。ただし、図は初期基本形状の図2(b)のB部にあたる部分を主に示している。図8は、中間層のある軸対称モデルの場合の界面での主応力

Fig.8 Variation of principal stress at interface before and after shape optimization for the axisymmetric model of dissimilar material joint with interlayer.

Fig.9 Optimum shape of the axisymmetric models of dissimilar material joint with and without interlayer.

の分布の変化を示している。特異応力の減少が中間層が存在する接合体でも認められることがわかる。

図9は、軸対称モデルにおいて、中間層がある場合とない場合で、最適化後の形状がどうなるかを示した図であるが、得られる形状は両者でほとんど差がないことがわかる。他の材料の組み合わせではどうなるかという点についての詳細な検討は行っていないが、最適化の観点からみると、界面に中間層が存在した場合にその形状をどうするかという問題については、基本的には中間層のない場合と同様に対処できる可能性があることを示唆している。

図10は、中間層のない場合で、平面ひずみもしくは平面応力モデルで、最適化により得られる形状を、既に述べた久保・大路の理論的考察⁽²⁾により得られる形状と比較したのものである。また、図には軸対称モデルにおける本解析結果も示してある。これを見ると、平面ひずみ、平面応力、軸対称モデルの違いによる、最適化形状の違いはほとんどみられないことがわかる。また、平面ひずみ、平面応力モデルで、久保・大路の理論解⁽²⁾との比較をすると、最適化処理により得られる形状の開き角 θ は理論解に近く、これは最適化に処理により、接合体の自由縁形状が、特異性消失の条件を満たす方向に近づいて変化していくことを示唆している。以上のように、異材接合体の形状の設計については、有限要素最適化CAEシステムを利用することにより、その自由縁特異応力を減少させた形状設計が可能であることが明らかとなり、その実用性と将来への発展性が認められる。

4. 結 論

異材接合体の自由縁特異応力を減少させた形状設計を、有限要素最適化CAEシステムを利用して試みた。セラミックス・金属接合体として、 Al_2O_3 ・Kovar接合体をモデル化し、中間層としてAgが存在する場合も含めて、形状最適化を行った。最適化により得られる形状は、中間層が存在しても、基本的には中間層がない場合と同様になることが明らかとなった。また、いずれの場合でも、形状最適化により、応力の分布状態が変化して、自由縁近傍での主応力の増加が抑制されることが明らかとなった。これは、形状最適化により、自由縁の特異応力を減少させることが可能であることを示している。また、最適化処理により、接合体の自由縁形状が、理論的考察をもとにした特異性消失の条件を満たす方向に近づく傾向があることが明らかとなった。以上のように、有限要素最適化CAEシステムの利用により、自由縁特異応力を減少させる形状設計が可能であることが

Fig.10 Optimum shape of the plain strain and plain stress models of dissimilar material joint without interlayer. The shape derived from theoretical calculation⁽²⁾ is also represented.

示され、その実用性と将来への発展性が認められる。
本研究を行うに当たり、当時的大阪大学学生、下入佐広光君の協力を得た。ここに謝意を表する。

文 献

- (1) 結城, 界面の力学, (1993), 培風館, 第1, 2章.
- (2) 久保・大路, 機論, 57-535, A (1991), 632-636.
- (3) Murakawa, H. and UEDA, Y., Transactions of JWRI, 19-2 (1990), 231-239.
- (4) 上田・村川, 溶接学会誌, 60-7 (1991), 587-591.
- (5) 日本機械学会編, 構造・材料の最適設計, (1989), 技報堂出版, 第7章.
- (6) 山川, 最適化デザイン, (1993), 培風館, 第8章.
- (7) Engineering Mechanics Research Corporation 著, (株)ゼクセルインテリジェンス 訳, NISA II ユーザーズマニュアル (1992), ゼクセルインテリジェンス.
- (8) Engineering Mechanics Research Corporation, SHAPE User's Manual, Version91.0 (1991).
- (9) Atrek, E., Agarwal, B., Shape Optimization of Structure Design, Paper entered in the 1990 IBM Supercomputing Competition, January (1991).
- (10) 酒井・和内・渡辺, 日本機械学会第5回計算力学講演会講演論文集, No.920-92 (1992), 297-298.
- (11) 村田・向井, 機論, 58-556, A (1992), 169-174.