レーザスペックルとフラクタル解析による
アルミニウム多結晶板の表面あれの評価*三浦 節 男^{*1}, 小林 道 明^{*1}
村 中 一 裕^{*2}, 大 崎 誠^{*3}Evaluation of Surface Roughening in Polycrystalline Aluminum
by Laser Speckle Technique and Fractal AnalysisSetsuo MIURA, Michiaki KOBAYASHI,
Kazuhiro MURANAKA and Makoto OHSAKI

The speckle intensity distributions of a laser beam reflected from a surface of a polycrystalline aluminum specimen were changed due to the plastic deformation of the specimen and were measured using the image processing technique. The cross section of the laser speckle pattern on a same gray level could be expressed quantitatively by an elliptic function; the correlation between an aspect ratio of the ellipsoidal shape and the growth of anisotropy induced by the plastic deformation, the onset of yielding and localized deformation was studied in the preceding paper. In this paper, the effects of the grain size and the rolling reduction of an aluminum specimen upon both the reflected speckle intensity distribution of the laser beam from the surface of the specimen and the optical surface image obtained by the optical microscope under the plastic deformation were studied through the fractal dimensional analysis. The results obtained are summarized as follows; (1) The speckle intensity distribution expanded with increase of plastic strain; the degree of the expansion was increased with the growth of the grain size of specimen, while the change of aspect ratio was very small. (2) At the initial stage of the plastic deformation, the aspect ratio of rolled specimen rapidly decreased, and the change of the aspect ratio was dependent upon the rolling reduction of the specimen. (3) The good correlation between the plastic strain and the fractal dimension of the speckle intensity distribution due to the surface roughening of the specimen was obtained.

Key Words: Plasticity, Surface Roughening, Laser Speckle, Fractal Analysis, Polycrystalline Aluminum, Grain Size, Rolling Reduction

1. 緒 言

金属の粗面にレーザ光を照射すると、その反射光はレーザ光特有の干渉効果によってスペックル状を呈する。このスペックルパターンは材料粗面の状態に応じて変化するため、スペックル濃度分布を計測することによって表面粗さや、塑性ひずみを非接触で推定することができる^{(1)~(9)}。著者らはこの方法を応用してアルミニウム多結晶板の単軸引張りにおいて、スペックル濃度分布が材料の異方性に依拠してだ円状に広がることに着目し、分布状態をだ円関数で近似し、だ円のアスペクト比と塑性ひずみの関係を調べた。そして、焼なまし材と圧延材とでそれぞれ特徴的な挙動を示すなど二、三の知見を得ている⁽¹⁰⁾。

ところで、塑性変形状態の表面あれの原因は主に結晶粒の回転とすべり帯の発達であるといわれている

が⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、これらの変化は結晶粒径や圧延材の場合は圧下率の影響によって異なる⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。前報においては結晶粒径、圧下率の影響については検討していなかった。したがって本報では焼なまし材の結晶粒径を種々変えた場合と、圧延材の圧下率を変えた場合についてそれぞれ実験を行い、アスペクト比の変化に及ぼす影響について検討を行った。

さらに、スペックル濃度分布の変化や分布の異方性を定量化するために、近年材料力学の分野においても取り入れられているフラクタル幾何学による解析^{(15)~(21)}を試みた。この方法は波形や幾何学的形状等の乱雑さを、比較的簡便な手法により定量的に評価できる特徴がある。本研究では、レーザスペックル濃度分布データが表面あれに伴って散乱していくために、このフラクタル次元を求め塑性ひずみとの関係を調べた。また塑性変形に伴う多結晶鉄の自由表面あれをフラクタル次元解析した例⁽¹⁸⁾のように、本研究でも一部の試験片では試料表面あれの状態を金属顕微鏡で撮影し、その画像に対してもフラクタル次元を求めてその変化を検討した。

* 原稿受付 1997 年 3 月 19 日。

^{*1} 正員, 北見工業大学 (☎ 090-0015 北見市公園町 165)。^{*2} 三菱重工業(株)横浜製作所 (☎ 231-0812 横浜市中区錦町 12)。^{*3} 北見工業大学大学院。

2. 実験方法

2.1 試験片 結晶粒径の影響を調べるため試験片は市販の純アルミニウム板材(A 1100 PH 24, 板厚 3 mm)から短冊状に切り出し, 350°C, 3 時間の焼なましを行い, 結晶粒径を変えるものについてはその後万能試験機によって種々の圧下率で圧縮塑性変形させ, さらに 500°C, 90 分の焼なましを行った。以上の処理によって平均結晶粒径約 50 μm , 90 μm , 220 μm , 930 μm の 4 種類の材料が得られた。以後これらの材料は G 50, G 90, G 220, G 930 と呼ぶ。なお粒径の測定は面積計量法によった。

次に, 圧下率の影響を調べるための試験片は上記と同種の材料で板厚 15 mm のものから, 所定の圧下率で圧延後の板厚が 3 mm になるような初期板厚に機械加工した。その後 350°C, 2 時間の焼なましを行い, 圧延機により圧下率 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60% の圧延と圧延しないものの合計 7 種類を用意した。以後これらの材料を R 10, R 20, R 30, R 40, R 50, R 60 と呼ぶ。

以上のすべての材料は図 1 のような形状寸法に機械加工し, 耐水ペーパーとダイヤモンドペーストにより鏡面仕上げした。本実験ではスペックル濃度分布のだ円形状の変化を調べるため, 初期状態でできる限りスペックルパターンが円形になるように, また微細な傷を少なくするよう注意深く研磨した。

2.2 実験装置 図 2 のように, He-Ne レーザ (出力 5 mW, 波長 632.8 nm) から出た直径約 2 mm のビームは試験片に直接照射され, 試験片表面の凹凸に対応したスペックル状の反射光は光軸に垂直に置か

Fig. 1 Specimen

Fig. 2 Experimental setup for image processing system

れた拡散板に結像される。これを CCD カメラ (SONY XC-77 RR-CE) で撮影し画像ボード (アルテックシステム社製 MLT-1024-8-DMA) により 768 × 512 ピクセル, 256 階調のデータとして取り込みパーソナルコンピュータにより処理した。

また, 一部の試験片においては試験片表面あれの変化を金属顕微鏡を用いて撮影しているが, この場合通常の金属顕微鏡により 10 倍の対物レンズと接眼レンズ取付部に CCD カメラを取付けて撮影している。これらの撮影データはスペックル濃度分布の測定に用いたものと同様の画像ボードに取り込みパーソナルコンピュータで処理した。さらに圧延材の R 10, R 30, R 60 と焼なまし材については試験終了後触針式表面粗さ計 (東京精密, SURFCOM 200 B) によって中心線平均粗さ R_a を測定し比較検討した。

実験において, 試験片への単軸引張負荷装置は自作のものを用い, 負荷時の荷重と伸びをひずみゲージを用いた自作のロードセルと伸び計によって計測した。その応力-ひずみ線図の一例を図 3 に示す。なお, スペックル濃度分布等の画像データ採取は負荷前と一定のひずみを加えた後負荷を停止して撮影した。

2.3 スペックル濃度分布のアスペクト比 本研究では特にスペックルパターンの濃度分布の外形形状の変化に注目しており, 外形形状が試験片表面の凹凸の変化に対応してほぼだ円状に変化していくため, 最小二乗法を用いてだ円関数で近似し, その長短軸の半径比であるアスペクト比を求め, 試験片のひずみ等との関係を調べた。具体的方法は前報⁽¹⁰⁾を参照されたい。また, 以後のだ円の半径, アスペクト比等の結果のとりまとめはスペックル濃度分布の濃度値 10 におけるものを用いた。この理由は前報で述べたように低濃度値側がばらつきが少なく変化も大きいためである。

2.4 フラクタル次元解析 時系列データや表面形状の複雑さ等を定量的に表現する方法としてフラク

Fig. 3 Stress-strain curve

タル次元が利用されており^{(15)~(21)}, その解析方法としていくつかの方法があるが, 本研究ではレーザスペckル濃度分布データと金属顕微鏡による試験片表面画像の輝度分布データの両方ともに三次元 Box count 法⁽²²⁾を用いてフラクタル次元解析を行った。すなわち, CCD カメラで得られた 768×512 ピクセル, 濃度値 256 の原画像から 256×256 ピクセル, 濃度値 256 のデータに切り取り, 立方体の三次元データを用意した。これを図 4 のように各辺を基準寸法 r の立方体に分割する。この r の大きさを種々変化した場合データを含む Box 数 $N(r)$ を測定するとフラクタル性があれば式 (1) が成立する。

$$N(r) \propto r^{-D} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Fig. 4 Schematic illustration of fractal analysis by Box counting method

(a) Speckle intensity distribution

(b) Image data by optical microscope

Fig. 5 Sample data obtained on the surface under plastic deformation (strain 2%, reduction 30%)

この指数部 D がフラクタル次元となる。式 (1) の r と $N(r)$ を両対数線図で整理したとき直線の傾きからフラクタル次元 D が求まる。

本研究で用いる解析データは $256 \times 256 \times 256$ の離散形であり, 基準寸法 r の最小値は $1/256$ となりこのときの $N(r)$ はすべての画像において 256^2 と一定値になる。しかしすべての画像において $N(r)$ が 10^4 以下においては両対数線図上で $N(r)$ と r は直線的であったため, 本研究では $2 \leq N(r) \leq 10^4$ の範囲内において最小二乗法により直線近似し D を算出した。さらに表面形状画像データにおいては表面あれの異方性を調べる目的で, 得られた試験片表面画像に対して試験片の軸方向 (0° 方向) とそれに直交した幅方向 (90° 方向) のそれぞれの一直線上の輝度分布データを取り出し, 二次元の Box count 法を用いてフラクタル次元を求めた。ただし結晶粒径を変えた試験片は等方的であるため, この場合の試験片は焼なまし材と圧延材の R 10, R 30, R 60 のみである。解析に用いたスペckル濃度分布データと表面形状画像データの一例を図 5

strain reduction	0 %	0.67 %	1.33 %	2 %
anneal				
10 %				
30 %				
60 %				

(a) Various reduction at plastic strains 0~2%

strain grain size	1 %	2 %	3 %	4 %
50 μm				
90 μm				
220 μm				
930 μm				

(b) Various grain size at plastic strains 1~4%

Fig. 6 Laser speckle distributions

Fig. 7 Relative aspect ratio and relative radius vs. strain

に示した。

3. 実験結果および考察

3.1 スペックル濃度分布と結晶粒径 図6(a)は各圧延材の、また図6(b)は各結晶粒径材の得られたスペックル濃度分布の変化を示したものである。図6(a)で焼なまし材は円状に広がるのに対し圧延材はだ円状に広がっていくのがわかる。また結晶粒径の異なるG 50, G 90, G 220においては塑性ひずみの増加に伴ってスペックル濃度分布が広がっていき、結晶粒径が大きいほどその程度が顕著である。また外形形状がほぼ円形に近い形で変化している。これに対してG 930では、図6(b)には示していないが $\epsilon=0.33\%$ の負荷後1回目の撮影画像において大きくだ円状に変化し、図6(b)のように $\epsilon=1\%$ 以降においては外形形状がくずれ一定ではなかった。

これらの原因としては、レーザ光の照射領域内に含まれる結晶粒の数が考えられる。すなわち、G 50, G 90, G 220のように結晶粒径が小さい場合、個々の結晶による散乱が平均化されるためにスペックル濃度分布が全体的に均一になる傾向があるが、他方G 930のように結晶粒径が大きい場合、レーザ光の照射直径が約2 mmであるためにその領域内には数個の結晶しか含まれていないため特定の結晶による散乱光が支配的になったためと思われる。またレーザ光の試験片での照射位置は塑性ひずみの増加に伴って移動するが、G 930ではこの影響もあるものと思われる。しかし他の結晶粒径では粒径が小さいほどこの影響が小さいと考えられる。さらに、結晶粒の回転とすべり帯の発達の相違もスペックル濃度分布の違いの原因と考えられるがこれについては今後の課題としたい。

図7は、図6(b)のスペックル濃度分布データをだ円近似しその半径 a, b を求めて、 $\epsilon=0\%$ のときの a, b で除した相対半径 a', b' 、相対アスペクト比 b'/a' の

Fig. 8 Effect of rolling reduction on change of relative radius a' and b'

塑性ひずみに対する変化を示したものである。図7では、G 50, G 90, G 220について示しているがG 930はだ円で近似することができなかったため示していない。いずれの結晶粒径においても初期の段階では塑性ひずみに対して半径 a, b は同程度に増加し結晶粒径が大きいほどその変化の程度が大きい。なお、アスペクト比の変化は小さく、スペックル濃度分布はほぼ等方的に拡大していることがわかる。これは結晶粒の大きさに依存して、結晶粒の回転やすべり帯の発達の程度には差はあるものの変形がほぼ等方的に生じていることを反映しているものと考えられる。図中の a', b' の変化において屈曲点が認められるが、これはスペックル濃度が大きく減じたためであり試験片の局部収縮は認められなかった。

3.2 スペックル濃度分布と圧下率 スペックル濃度分布と圧下率の相関を調べるために近似だ円の半径 a, b とひずみの関係を圧下率の違いにより示したのが図8である。図8より b の変化に対する圧下率の影響がほとんど見られないのに対して、 a については圧下率が大きくなるに従い a の変化の程度は小さくなっている。これらに対する金属組織学的な検討は

行っていないが、アルミニウムと同じ格子構造を持つ銅の場合の塑性変形に伴う表面粗さの変化に及ぼす圧下率の影響についての報告⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾では、本報とは圧下率の範囲は異なるが、塑性変形に伴い表面粗さは増加するが圧下率が高いほどその増加の程度が小さいという結果が得られており、このことからスペckル濃

度分布への圧下率の影響を説明することができる。図9はアスペクト比とひずみの関係を圧下率の違いで示したもので、アスペクト比は $\varepsilon=0.7\sim1\%$ 程度で屈曲しその後変化が小さくなっている。この屈曲点は同時に測定した荷重-伸び線図において最大荷重点とほぼ一致しており、したがって屈曲点以降の挙動は、試験片に局部変形が生じたためと考えられる。いずれにしても圧下率に依存したアスペクト比の変化の程度の違いは、圧延による集合組織の程度の差が結晶粒の回転やすべり帯の発達に差をもたらすスペckル濃度分布に反映したものと考えられる。次に、図9における初期のアスペクト比の低下する領域を $\varepsilon=1\%$ 程度まで直線で近似し、この直線の傾きを求めて圧下率との関係として示したのが図10である。図10より $b'/a'/\varepsilon$ は圧下率とよい相関があることがわかった。

Fig. 9 Relation between relative aspect ratio and strain

Fig. 10 Correlation of parameter $b'/a'/\varepsilon$ with rolling reduction

Fig. 11 Relation between number of box $N(r)$ and size r

(a) Various reduction

(b) Various grain size

Fig. 12 Relative fractal dimension changes of speckle intensity distributions obtained by laser speckle

くまではよい直線関係を示している。このような結果はすべての場合について得られた。この方法を用いて求めたフラクタル次元 D を無負荷時の D_0 で無次元化し、塑性ひずみとの関係を示したのが図 12(a) で圧下率をパラメータとして示している。図 12(a) で特に $\epsilon=1\%$ 付近までにおいて、焼なまし材でフラクタル次元はほぼ直線的な増加を示しているのに対して、圧延材では D/D_0 の増加する位置は焼なまし材に比べて遅れ、圧下率の大きいほどその傾向が強いようである。以後の D/D_0 の変化は圧下率の差による傾向は見られないがいずれにおいても同程度に増加していくのがわかる。この結果は前述のアスペクト比の変化への圧下率の影響と定性的に一致し、試験片表面のあれの変化をとらえているものと思われる。次に結晶粒径の

異なる場合については図 12(b) に示した。結晶粒径の違いによってフラクタル次元のひずみに対する変化の程度が大きく異なるのがわかる。

3・4 試験片表面形状画像のフラクタル次元 金属顕微鏡で撮影した試験片表面形状画像のフラクタル解析はスペックル濃度分布の場合と同様に $2 \leq N(r) \leq 10^4$ の範囲で直線近似を行ったが、 D の値は 756×512 の原画から 256×256 の画像を 5 枚切り取りそれぞれについて D を求め 5 個の平均値とした。 $\epsilon=0\%$ 時の D_0 で無次元化した D/D_0 の塑性ひずみに対する変化を図 13 に示す。この場合ばらつきが大きく圧下率の差による傾向は明瞭ではないが、いずれの圧下率でもひずみに対して D/D_0 は増加しており表面あれの変化を反映している。

3・5 異方性とフラクタル次元 試験片表面あれの異方性とフラクタル次元との相関を調べるために、試験片の軸方向 (0° 方向) とそれに直交した幅方向 (90° 方向) のそれぞれの二次元データに対してフラクタル次元を求めた。この場合は試験片表面形状データ内において 0° , 90° 両方向ともに同方向の 256 個の二次元データのフラクタル次元を求め、その平均値を最

Fig. 13 Relative fractal dimension changes of surface profile image data obtained by optical microscope

Fig. 14 Relative fractal dimension changes of two dimensional surface profile image data

Fig. 15 Changes of relative fractal dimension ratio of $D/D_0(0^\circ)$ to $D/D_0(90^\circ)$

Fig. 16 Surface roughness R_a at various reductions

最終的な D 値とした。得られた結果を図 14 に示す。ばらつきはあるが焼なまし材といずれの圧延材においても D/D_0 は塑性ひずみに対して増加する傾向にあり、 0° 方向と 90° 方向の差は圧下率が大きいほど大きくなるのがわかる。したがって、異方性の発達の程度を検討するために各材料について 0° 方向の D/D_0 を 90° 方向のそれで除したものと、塑性ひずみとの関係を示したのが図 15 である。図 15 よりばらつきはあるが、焼なまし材、圧延材の R 10 から R 60 の順に異方性の発達の程度が大きいことがわかる。ばらつきの原因としては撮影画面中に含まれる結晶粒数と、金属顕微鏡の焦点深度に対して表面凹凸増加に伴うピントのずれが考えられ、これらの改善によってばらつきを少なくできると考えられる。

図 16 は表面あれの異方性を検証するために、実験終了後に触針式表面粗さ計によって測定した中心線平均粗さ R_a の 0° , 90° 方向の結果である。なお、表面粗さ測定時における試験片の塑性ひずみは、焼なまし材については 5% であるが、圧延材ではどれも 3.33% である。この結果から焼なまし材は異方性が小さく、圧延材では圧下率が大きいほど両方向の表面粗さの差も大きくなり、図 14 に示した両方向のフラクタル次元の変化の傾向と良く対応している。したがって、金属顕微鏡による試験片表面形状画像に対するフラクタル次元解析は表面状態を評価できる可能性のあることがわかった。次にこれらの結果と図 8 の a' , b' との関係は相対フラクタル次元 D/D_0 の試験片と直交する方向 (90° 方向) ではいずれの圧下率においても 0° 方向に比べて変化が小さく図 8 の b' の変化と定性的に一致している。しかし異方性の程度を示す図 15, 16 の結果と図 8 の a' の傾向は一致していない。これはアスペクト比を求める場合はスペckルの分布状態を平面方向の広がりとして求めるために輝度分布は直接反映されない。一方フラクタル次元は平面方向の広がりと同時に輝度分布も併せて計測されるためと思われるが、詳細についてはさらに検討が必要と考える。

4. 結 言

アルミニウム多結晶板の単軸引張変形下における表面あれ状態に関して、レーザスペckル濃度分布の外形形状をだ円で近似し、そのアスペクト比の変化および、これに及ぼす結晶粒径と圧下率の影響を調べた。さらにスペckル濃度分布データと金属顕微鏡による表面形状データに対してフラクタル次元解析を試み、以下の結論が得られた。

(1) スペckル濃度分布は結晶粒径が大きいほど

塑性ひずみの増加に伴うその広がり方が大きい。しかし、アスペクト比の変化に及ぼす結晶粒径の影響は非常に小さく、材料の等方性をとらえたものと思われる。

(2) アスペクト比の変化に及ぼす圧下率の影響は圧延によって生ずる異方性に大きく依存し、試験片の局所変形開始(約 $\epsilon=1\%$)までは圧下率の小さいほどアスペクト比の変化が大きい。

(3) 圧延材におけるスペckル濃度分布データのフラクタル次元は塑性ひずみに伴って増加し、ひずみがほぼ 1% まではアスペクト比の変化と良い対応を示した。また結晶粒径の異なる場合のフラクタル次元の変化は粒径により大きく異なった。

(4) 表面形状画像のフラクタル次元は塑性ひずみの増加に伴って増加し塑性ひずみと良い相関にある。したがって、ばらつきを少なくすることができれば塑性ひずみを評価できる可能性があることがわかった。

(5) 圧延材における表面形状画像の二次元フラクタル次元解析によって圧延による表面あれの異方性を定量化できることを示した。

終わりに、本研究を進めるに当たって圧延材の制作に当たっては北海道大学工学部・機械工学第二学科・塑性加工学講座の藤木裕行、平賀正秋両氏のご協力をいただいた。また実験の遂行においては当時本学学生であった田中孝行君のご協力を得た。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) 栗田政則・佐藤誠・中野一馬, レーザによる表面粗さの迅速な測定法, 機論, 56-532, A (1990), 2588-2592.
- (2) 小豆島明・宮川松男・大平貴規・岸輝雄, レーザ光線による疲労き裂先端塑性域の進展挙動の測定, 日本非破壊検査協会, 第 14 回応力・ひずみ測定シンポジウム前刷集, (1982-1), 57-60.
- (3) 平田利英・川尻明・渡辺正昭・宮川松男, 塑性変形をうける板材の表面変化の測定(レーザスペckルパターンによる塑性ひずみの推定), 日本非破壊検査協会, 第 14 回応力・ひずみ測定シンポジウム前刷集, (1982-1), 77-80.
- (4) 川崎亮・渡辺龍三・島田平八・鈴木英夫, レーザスペckル法による金属 セラミックス接合界面におけるひずみ分布の測定, 日本金属学会誌, 50-12 (1986), 1056-1060.
- (5) Kato, A., Dai, Y. Z. and Chiang, F. P., Damage Monitoring of Aluminium by Laser Speckle, *Proc. of the 9th Int. Conf. on Exp. Mech.*, (1990), 1940-1948.
- (6) Dai, Y. Z., Tay, C. J. and Chiang, F. P., Integrated Autocorrelation method for Plastic Strain Determination, *Strain*, 11 (1990), 145-147.
- (7) 加藤章, Dai, Y. Z. and Chiang, F. P., レーザスペckル法に画像処理を援用した金属材料の損傷の検出, 機論, No. 910-17, A (1991-3), 237-239.
- (8) Dai, Y. Z. and Chiang, F. P., Assessment of Flow Stress and Plastic Strain by Spectrum Analysis, *Exp. Mech.*, 9

- (1991), 197-201.
- (9) Dai, Y. Z. and Chiang, F. P., On the Mechanism of Plastic Deformation Induced Surface Roughness, *Trans. ASME J. Eng. Mat. Technol.*, **114**-10 (1992), 432-438.
- (10) 三浦節男・小林道明, レーザスペckルと画像処理によるアルミニウムの塑性変形状態の評価, *機論*, **60**-574, A (1994), 1402-1407.
- (11) 小豆島明・木村秀途・宮川松男, 塑性変形した金属の自由表面粗さに関する金属学的考察 I, 第 33 回塑性加工連合講演会, 講論, (1982-11), 497-500.
- (12) 康永林・木原諄二・相澤龍彦・王先進・唐荻, 薄鋼板の引張変形による肌荒れ成長挙動に及ぼす変形経路の影響, 塑性と加工, **32**-362 (1991), 274-279.
- (13) 小豆島明・石田正雄・木村秀途・宮川松男, 塑性変形を受けた板材の表面観察 VI (集合組織をもつ板材の塑性変形表面形状), 第 32 回塑性加工連合講演会, 講論, (1981-11), 215-218.
- (14) 木村秀途・小豆島明・宮川松男, 塑性変形を受けた板材の表面観察 VII (集合組織をもつ板材の塑性変形表面性状その 2), 塑性加工春季講演会, 講論, (1982-5), 607-610.
- (15) 津田政明・広瀬幸雄・黒瀬雅詞・松岡三郎・黒部利次・田中啓介, SNCM 439 鋼の応力腐食割れき裂成長に及ぼす結晶粒径の影響とフラクタル特性, *材料*, **40**-455 (1991), 1066-1072.
- (16) 津田政明・広瀬幸雄・黒瀬雅詞・松岡三郎・黒部利次・田中啓介, 高張力鋼 SNCM 439 の応力腐食割れき裂成長に及ぼす電極電位の影響とフラクタル特性, *材料*, **41**-466 (1992), 1178-1184.
- (17) 伊藤憲明・塚田忠夫, フラクタルディメンジョンを利用した工学表面の不規則微細凹凸の生成 (第 2 報, 異方性表面凹凸), *設計工学*, **28**-1 (1993), 38-43.
- (18) 清水一郎・阿部武治, 塑性変形に伴う多結晶鉄の自由表面あれとフラクタル次元, *機論*, **59**-558, A (1993), 367-374.
- (19) 黒瀬雅詞・津田政明・佐々木敏彦・広瀬幸雄・吉岡靖夫, X 線回折図形のフラクタル解析, *材料*, **43**-494 (1994), 1489-1495.
- (20) 黒瀬雅詞・森川晶・津田政明・広瀬幸雄, 画像処理による純銅の腐食形態評価とフラクタル特性, *材料*, **44**-500 (1995), 649-655.
- (21) 酒井達雄・藤川雅史・中辻勝博・古郷佐八郎, 鋳鉄内黒鉛の断面形状不規則性に関する定量的解析法, *機論*, **61**-590, A (1995), 2264-2271.
- (22) Peitgen, H. O., Saupe, D., 山口昌哉編, フラクタル・イメージ, (1990), 53, シュプリンガー・フェアラーク東京.