複数モードの弾性表面波による異方性弾性定数の同定*

井原 郁夫^{*1}, 内田 直樹^{*2}, 古口 日出男^{*1}
相澤 龍彦^{*3}, 木原 諄二^{*3}Determination of Elastic Constants of Anisotropic Materials
by Multiple Mode Surface WavesIkuo IHARA, Naoki UCHIDA, Hideo KOGUCHI,
Tatsuhiko AIZAWA and Junji KIHARA

An efficient inversion technique to determine elastic constants of anisotropic solids from the leaky surface acoustic wave (LSAW) is presented. In the present inversion two types of LSAW velocities, the leaky Rayleigh mode and the pseudo-leaky Rayleigh mode, have been used as known parameters. Both the velocities in specified directions on the solid surface can be obtained from either the phase change or the amplitude change of the ultrasonic reflection coefficient of the surface. The elastic constants are determined from the directional variations of both the LSAW velocities using an optimization procedure. Based on the investigations of the stability and accuracy of the solution in inverse problems defined on a cubic crystal, it has been shown that the use of dual mode LSAWs enables us to make better elastic constants determination with a high precision than the use of a single mode LSAW. In addition, it has been confirmed that, by performing a series of numerical simulations using a synthetic data and an experiment, all the elastic constants of the crystal can be determined accurately by the present inversion with the knowledge of the crystallographic orientation and the density.

Key Words: Nondestructive Inspection, Ultrasonic Inspection, Anisotropy, Inverse Problem, Surface Acoustic Wave, Elastic Constants

1. 緒 言

材料の強度や力学的挙動を論じる上で弾性定数は重要な物性値の一つであり、それを得るために種々の実験的アプローチがなされている。弾性定数の測定は一般に静的手法と動的手法に大別される。前者では材料の荷重-変位応答の測定に基づいて、後者では材料の弾性波伝搬速度の測定(パルスエコー法)または共振周波数の測定(共振法)に基づいて弾性定数が決定される⁽¹⁾。これらの手法により、これまでに多くの工業材料の弾性定数の値が調べられている⁽²⁾⁽³⁾。ところで、いずれの手法を適用する場合でも、通常 10 mm 程度以上の大きさの特定形状、あるいは特定方位に切り出された材料が試験片として要求される。一方、強度や機能の向上を目的として日々開発されている種々の薄膜材料や、マイクロメカニズム等に用いられるミリメートルオーダー以下の微小材料では、その弾性特性が必ずしもそのバルク材の特性に一致すると

は限らないことが知られている。したがって、それらの実用化における信頼性向上のためには弾性定数の実測が不可欠となるが、既存の評価手法では、先に述べたような試験片の寸法形状に対する制約のため、もはや十分な対応ができなくなっている。それゆえ、薄膜材料や極微小材料の弾性定数の測定を可能にする新たな評価手法の開発が急務となっている。

このような背景のもとで、近年、主に超音波顕微鏡を用いた弾性表面波による弾性特性評価が着手されている^{(4)~(11)}。そこでは、音響レンズによる収束超音波を利用することで空間分解能の高い弾性表面波計測が可能となり、それに基づく定量的かつ汎用的な弾性定数の評価が期待されている。特に、表面波を用いることにより、コーティング薄膜の評価への適用が容易となることに加え⁽¹²⁾、材料表面のみが測定に用いられることで、試験片の切り出しの労力やその寸法形状に関する制限も大きく軽減されることが考えられる。このような利点に着目し、弾性表面波の伝搬速度を指標とした逆問題解析による異方性弾性定数の同定がいくつか試みられている⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。限られた表面波速度の情報から異方性弾性定数を解析的に求めることは一般に困難であるため、このような逆解析手法の適用は

*2 原稿受付 1997 年 5 月 20 日。

*1 正員、長岡技術科学大学工学部 (☎ 940-2137 長岡市上富岡町 1603-1)。

*2 動力炉核燃料開発事業団東海事業所 (☎ 319-1112 茨城県那珂郡東海村大字村松 4-33)。

*3 正員、東京大学工学部 (☎ 113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1)。

工学上有意義であると考えられる。しかし、これまでにこの種の逆問題における解の安定性や精度に関する検討はなされておらず、同定値の信頼性については不明確であった。

本研究では、弾性表面波による異方性弾性定数の同定の実用化を目指して、解析と実験を交えた基礎的検討を行う。ここでは、典型的な異方性材料である立方単結晶を評価対象とし、弾性表面波速度の方位角依存性に基づく弾性定数同定逆解析における解の安定性ならびにその精度向上のための方策について検討する。特に、伝搬モードの異なる二つの弾性表面波を併用した手法を提案し、これにより同定精度の向上がはかれることを実証する。

2. 弾性表面波速度の方位角依存性

異方性材料の表面波速度がその伝搬方位によって顕著に変化することはよく知られている⁽¹⁵⁾。本論文ではこれを方位分散と呼ぶことにする。さて、表面波はいくつかの種類があるが、液体／固体界面上を伝搬する表面波は伝搬とともにそのエネルギーを液中に放射することから漏洩表面波と呼ばれる。超音波顕微鏡による計測では通常この漏洩表面波の挙動を観察することになる。漏洩表面波の位相速度（以下、表面波速度と略す）は、液中から材料表面上に平面波を斜入射したときの超音波反射率（以下、反射率と略す）の位相または強度の入射角依存性から決定できる⁽¹⁶⁾。著者らはこの反射率測定法により精度の高い表面波速度の評価が可能であることを実験的に示すとともに^{(17)~(19)}、反射率の方位角依存性から表面波速度の方位分散が得られることを示した⁽²⁰⁾。

図1はGaAs立方晶の(111)面における反射率の一例を示したものである。ただし、 $[10\bar{1}]$ 方向を基準に方位

角 $\phi=20^\circ$ のときの反射率の入射角依存性を計算したもので、図中にはその強度と位相の変化が示されている。計算に用いたGaAsの弾性定数は $c_{11}=119.0\text{ GPa}$ 、 $c_{12}=53.8\text{ GPa}$ 、 $c_{44}=59.5\text{ GPa}$ 、密度は 5317 kg/m^3 とした⁽²¹⁾。なお、反射率の計算方法は既に前報⁽²⁰⁾で示したので、ここでは省略する。さて、図1において入射角が 37° を越えた付近で急激な位相変化が見られる。この約 $2\pi\text{ rad}$ の位相変化はレーリー波(Rayleigh mode)の励起に基づくもので、位相変化が最も急峻となる角度がレーリー波を励起する臨界角に相当する⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。また、入射角が 28° 付近でわずかな位相変化とともに急激な強度の低下が見られるが、これは擬レーリー波(Pseudo-Rayleigh mode)^{(20)(22)~(24)}の励起を表している。この強度の低下は材料内部へのエネルギーの放出によるもので、弾性異方性材料の表面波伝搬における特徴の一つである。なお、この強度が最小となる入射角度が擬レーリー波を励起する臨界角に相当する⁽²³⁾⁽²⁴⁾。このようにGaAs(111)面ではレーリー波と擬レーリー波の二つのモードの表面波が存在することがわかる。材料表面上の種々の方位 ϕ においてこれらの臨界角 θ_c を求め、スネルの法則に基づく次式を用いることで、表面波速度の方位分散 $v_m(\phi)$ を得ることができる。

$$v_m(\phi) = v_w / \sin \theta_{cm}(\phi) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 θ_{cm} は臨界角、添字 m は表面波のモードを表し、 v_w は水中での音速である。

図2は上のような反射率の計算に基づいて式(1)より求めたGaAs(111)面内におけるレーリー波と擬レーリー波のそれぞれの表面波速度の方位分散を示したものである。レーリー波の臨界角は前報⁽²⁰⁾で示したように位相変化の最急勾配位置を求めることによって、また擬レーリーの臨界角は強度の極小位置を求めることによって決定した。さて、図2のそれぞれはGaAs立方晶の三つの弾性定数のいずれかの変化が方位分散に及ぼす影響を示したもので、図(a)は c_{11} を $\pm 30\%$ 変化させたときの影響を、図(b)および(c)はそれぞれ c_{12} および c_{44} の変化の影響を示している。これらの図が示すとおり、方位分散は弾性定数の変化に対して極めて敏感であり、かつ、その感度は変化させる弾性定数によって異なっている。したがって、このような方位分散が弾性定数を同定するための有効な指標となり得るであろうことがわかる。また、弾性定数に対する方位分散の変化の様子は、表面波のモードによって顕著に異なることから、これら二つのモードの方位分散を指標として併用することで、より精度の高い弾性定数の同定が可能になると考えられる。

Fig.1 Amplitude and phase of reflection coefficient calculated as a function of incident angle for (111) plane of GaAs.

Fig.2 Influence of changes of c_{11} , c_{12} , and c_{44} of GaAs on the directional variation of surface wave velocities on the (111) plane of GaAs. The solid lines represent Rayleigh mode and dashed lines represent Pseudo-Rayleigh mode.

なお、上記のような各モードの方位分散は、反射率の測定のみならず市販の超音波顕微鏡を用いた $V(z)$ 曲線法によっても得ることができる⁽⁴⁾。

3. 逆解析

3・1 逆問題の設定と解析手法 本研究では、GaAs 立方晶を対象とし、その(111)面における表面波速度の方位分散から GaAs の二つの弾性定数を同定する逆問題を設定した。ただし、材料の密度と測定面内の結晶方位は既知とした。ここでは、レーリー波モード

の表面波速度を指標とした場合 (Single mode) と、レーリー波モードと擬似レーリー波モードの両方を指標とした場合 (Dual mode) の二つについて考え、両者を比較することとした。これらの逆問題は、計算による方位分散と真の方位分散との差を最小にするような未知量を探索する最適化問題に帰着させた。この残差最小化法による最適値探索において、最小化目的関数 (評価関数) r として次式を定義した。

$$r = \frac{1}{\sum_{m=1}^M N_m} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} W_m(n) |\dot{v}_m(n) - v_m(n)| \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\dot{v}_m(n)$ および $v_m(n)$ はそれぞれ仮定した未知量 (弾性定数) を用いて計算した方位分散および真の方位分散 (測定値) の離散データであり、 N_m は方位角軸上で離散化したデータ点数、 M は用いる表面波モードの数で、レーリー波と擬似レーリー波を用いる場合には $M=2$ となる。また、 $W_m(n)$ は各データ点における重み係数で、ここでは $W_m(n)=1$ とした。このように本逆解析では評価関数 r を最小にする最適値探索を行うが、このための最適化手法には非線形計画法の一つである Complex 法⁽²⁵⁾を用いた。図3に逆解析のフローチャートを示す。図中の ε は最適化処理における収束判定の基準値で、 r の値がこの ε より小さくなるまで最適値探索が繰り返される。

ところで、図2に示したような方位分散の形状をよりの確に捕らえるためには、それを離散化するデータ数 N_m が多いことが望ましい。したがって、 N_m が多いほど弾性定数の同定精度もまた向上するであろうことは容易に理解できるが、反面、 N_m の増加は解析時間の増大というデメリット

Fig.3 Flow chart of the inverse analysis.

をもたらす。そこで、ここでは結晶の対称性に基づく方位分散の形状を考慮して、Single modeでは方位角 0° から 30° の範囲を 5° 間隔で分割したデータ($N_m=7$)を、Dual modeでは両モードにおける方位角 10° と 20° のデータ($N_m=4$)を逆解析の指標として用いることにした。なお、これらのデータ点数には特別な根拠はないが、測定した表面波速度データが正規分布に従う測定誤差をもつ場合には、より多

くの N_m をとることで同定精度の向上がはかれることは言うまでもない。

3・2 解空間における r の挙動 設定した逆問題の解の安定性と同定精度を把握するために、その解空間における評価関数 r の挙動を調べる。

今、同定すべき未知量は c_{11} 、 c_{12} および c_{44} の三つである。したがって解空間は三次元となるが、まず始めに二

(a) $c_{12}-c_{44}$ (d) $c_{12}-c_{44}$ (b) $c_{11}-c_{44}$ (e) $c_{11}-c_{44}$ (c) $c_{11}-c_{12}$ (f) $c_{11}-c_{12}$

Fig. 4 Contour plot of fitness function r in the vicinity of true values: the center ($r=0$) corresponds to the true values. (a),(b), and (c) are for Single mode; and (d), (e), and (f) are for Dual mode.

次元の解空間において r の挙動を調べる。図4は、三つの未知量のうちいずれか一つを固定したときの解の探索領域すなわち解空間での r の分布を等高線で表示したものである。この r の計算には第二章で示したGaAsの弾性定数を真の値として用いており、これを中心とした $\pm 30\%$ の範囲内の解空間で r の挙動を調べた。図(a)から図(c)はSingle modeに対する結果で、図(a)は c_{11} を真の値に固定したときの c_{12} - c_{44} 解空間での r の分布を、図(b)および図(c)は c_{12} および c_{44} をそれぞれ固定したときの r の分布を示したものである。また、図(d)から図(f)はそれぞれDual modeに対する同様の結果を示す。なお、図(d)から図(f)には黒く塗りつぶされた不連続部が存在する。これは弾性定数の組み合わせによって反射率の強度や位相の変化が不明瞭となるため、表面波速度が的確に算出されていないことによるものである。しかし、 r の最小値探索を行う本逆解析では、このような不連続部の存在は障害にはならない。

さて、まずSingle modeでの結果を見ると、図(a)では c_{12} と c_{44} の変化率が0%の位置すなわち両者が真の値のとき r が最小値($r=0$)をとること、また、その最小位置から離れるにしたがって r が徐々に増加すること、さらにその最小位置を囲むように等高線がほぼ同心的に広がっていることが確認される。この最小位置($r=0$)以外にも r の極小点がわずかに存在する。これらの局所極小点は逆解析における局所解すなわち正しくない解を与える可能性がある。しかし、この局所極小点での r の値は最小位置での値($r=0$)に比べて著しく大きいので、収束判定基準値 ε を適宜小さく設定することで、探索結果が局所解に陥ることを回避できると考えられる。 c_{11} - c_{44} 解空間を表す図(b)もまた図(a)と同様の傾向を示している。したがって、これらの探索領域では解がほぼ安定的に存在することがわかる。一方、図(c)に示す c_{11} - c_{12} 解空間では図(a)や図(b)のような閉曲線は形成されておらず、扁平な等高線となっている。このような等高線の形態は、 c_{11} と c_{12} に関してその解の安定性が極めて悪いことを意味している。ただし、図(c)のデータを詳細に調べたところ、 r の最小値($r=0$)は図(a)や図(b)と同様に弾性定数の変化率が0%のときにのみ存在することが確認された。

一方、図(d)から図(f)に示すDual modeに対する結果を見ると、いずれも先に示したSingle modeの結果と定性的には同様である。しかし、図(d)と図(e)における r の最小値($r=0$)近傍の閉曲線に着目すると、その分布領域の大きさは図(a)や図(b)のそれよりも小さいことがわかる。これは、Single modeとDual modeとで r が同じ値をとるとき、同定される弾性定数のばらつきの範囲はDual modeの方が小さくなることを意味している。この

(a) Single mode

(b) Dual mode

Fig. 5 Three dimension surface plot of fitness function r in the vicinity of true values. Arrows denote the direction of the projection on each surface of cubic error space.

ことをさらに明確にするために、次に三次元解空間での r の分布について検討する。

図4のような等高線の全てを三次元的に表示することは実際上困難であるので、ここでは、特定の値をとる r に着目し、それがつくる閉曲面(等高面)を三次元的に描くことによって r の分布を調べる。図5は $r=0.5\text{m/s}$ に対する等高面で、図(a)はSingle mode、図(b)はDual modeに対する結果である。これらの図の各稜線はそれぞれ c_{11} 、 c_{12} および c_{44} の変化率を表しており、この立方体で表される解空間の重心が、各弾性定数の真の値の位置($r=0$)に対応している。また、各立方体の端面には $r=0.5\text{m/s}$ がつくる等高面の射影像が描かれている。この等高面ならびにその射影像に着目すると、その大きさはSingle modeよりもDual modeの方が格段に小さいことから、この逆解析における解の同定精度はDual modeの方が高くなることが容易に理解できる。また、この射影像の大きさや形状、すなわちこの射影像をさらに各稜線(c_{11} 、 c_{12} または c_{44} の変化率を表す軸)に射影したときの分布領域の大きさから、弾性定数の同定精度は c_{44} が最もよく、次いで c_{11} 、 c_{12} の順であることもわかる。

以上のように、 r の等高線または等高面の形状は、Single modeでは扁平であるのに対し、Dual modeではそれが改善されている。これはDual modeとすることで弾性定数の同定精度の向上がはかれることを明確に示すものである。

3・3 同定精度の検討 ここでは、GaAsの弾性定数の文献値⁽²¹⁾を用いてその(111)面での方位分散を計算し、これを指標としてGaAsの弾性定数を同定する。この逆解析のシミュレーションにより、前節で示したSingle modeに対するDual modeの優位性を確認する。Single modeでは方位角 0° から 30° の範囲を 5° 間隔で分割したデータ($N_m=7$)を、Dual modeでは方位角 10° と 20° のデータ($N_m=4$)を指標として用いた。なお、探索範囲は真の値の $\pm 30\%$ とし、同定値のばらつきに及ぼす収

束判定基準値 ε の影響を調べるために ε を $0.5\text{m/s} \sim 10\text{m/s}$ の範囲で適宜変え、それぞれについて15回の独立した逆解析を行った。図6は得られた結果をまとめたもので、図(a)から図(c)はSingle modeでの結果を、図(d)から図(f)はDual modeでの結果を示す。これらの図は同定結果の平均値とその95%信頼区間に及ぼす ε の影響を表しており、図の縦軸は同定値を真の値で割ることで規格化されている。いずれの結果もその平均値が真の値とほぼ一致していることから、得られた解は真の値の周りで正規分布的に存在していることがわかる。また前節の図4から予想されたとおり、 ε が小さいほど同定値のばらつきが小さくなっている。さらに、弾性定数のばらつきの大きさは c_{44} が最も小さく、次いで c_{11} 、 c_{12} の順となっていることも図4および図5で示唆されたとおりであ

Fig. 6 The effect of change in convergence criteria ε on deviations of elastic constants estimated by inversion on synthetic data.

る。また、これらの事項は Single mode と Dual mode とに共通している。図 6 において注目すべきことは、図 5 から予測されたとおり同定値のばらつきが Dual mode の方が Single mode よりも格段に小さいということである。一般に測定データには何らかの誤差が含まれるため、それに基づく逆解析を行う場合には、この誤差の影響を考慮した適切な ε を設定することが重要となる。この詳細な議論は今後委ねるとするが、少なくとも、 ε がある程度大きい場合でも Dual mode の解析を行うことで十分に信頼性の高い弾性定数の同定が可能であることを図 6 は示している。

4. 実験

4・1 表面波速度の測定と方位角の決定 前章と同様に測定対象は GaAs(111)面とし、反射率測定法によりその表面波速度ならびに方位分散を測定した。その測定法の詳細は前報^{(17)~(20)}に譲るが、基本的には、超音波の送受信のための一対の音響センサーを用いて、試料表面上にインパルス波を斜入射したときの反射波を受信することにより反射率を測定するものである。音響レンズを用いてインパルス波を試料表面上に収束させることで、空間分解の高い測定も可能となる⁽¹⁷⁾⁽²⁰⁾。本研究では入射角を 20° から 40° まで 0.05° 間隔で変化させて反射波を測定し、その受信信号を FFT 解析することにより、入射角変化に対する反射率の位相と強度の詳細な変化を捕らえた。さらに、このような測定を試験片表面内の種々の方位角について行い、第 2 章で述べた手法によりレーリー波モードならびに擬似レーリー波モードの方位分散を得た。

ところで、本研究で設定した逆問題では、測定面内の結晶方位を予め把握しておく必要がある。そこで、次のような手法により測定面内の方位角 ϕ を決定した。一般に材料の結晶系とその格子面が既知であるとき、結晶の対称性より、その方位分散の形状は数値計算によりほぼ予測できる。例えば、図 7 は GaAs(111)面の $[10\bar{1}]$ 方位の近傍でのレーリー波モードの表面波速度の測定結果であるが、立方晶の(111)面ではこのように $[10\bar{1}]$ 方位に方位分散のピークが現れる。したがって、このピーク位置を基準にして測定系の方位角を決定することができる。図 7 はピーク付近の 5 点の測定値に対して最小二乗法により二次曲線をあてはめ、そのピーク位置を $[10\bar{1}]$ 方位として定めた様子を示している。

4・3 弾性定数の同定 上記のようにして定めた $[10\bar{1}]$ 方位を基準として表面波速度の方位分散を測定した結果を図 8 に示す。図(a)は Single mode の解析を

Fig.7 Fitting a quadratic curve to around the peak for $[10\bar{1}]$.

行うためのレーリー波モードの表面波、図(b)は Dual mode の解析を行うための二つのモードの表面波を示す。それぞれの図中には文献値⁽²¹⁾より計算した方位分散も描いてある。測定結果がこの計算結果とよく一致していることから、用いた試験片の弾性定数は文献値のそれとほぼ等しいと予想される。ここでは、この測定結果に対して逆解析を適用し、弾性定数の同定を試みる。解析条件は 3・3 節の解析と同様に、Single mode では方位角 0° から 30° の範囲を 5° 間隔で分割したデータ

(a) Single mode

(b) Dual mode

Fig.8 Angular dispersion of measured and calculated velocities of leaky surface acoustic wave on the (111) plane of GaAs.

Table 1 Mean values and their 95% confidence limits of elastic constants estimated by inversion on experimental data.

		c_{11} , GPa	c_{12} , GPa	c_{44} , GPa	Converged r , m/s
Reference value		119.0	53.8	59.5	
Estimated value	Single mode	116.9 $\pm$ 25.7	51.9 $\pm$ 26.2	60.4 $\pm$ 3.20	2.43
	Dual mode	119.8 $\pm$ 4.0	54.7 $\pm$ 4.10	59.2 $\pm$ 0.07	0.35

($N_m=7$) を, Dual mode では方位角 10° と 20° のデータ ($N_m=4$) を指標として用いた. また, 探索範囲は文献値の $\pm 30\%$ とし, 15 回の独立した解析を行った. 表 1 は得られた結果をまとめたもので, 同定結果の平均値とその 95% 信頼限界を示す. Single mode と Dual mode とともに予想どおり文献値に近い同定結果が得られている. しかし, 解のばらつきは Dual mode の方が格段に小さく, Single mode に対するその優位性が明瞭に現れている. また, 弾性定数の同定精度は c_{44} が最もよく, 次いで c_{11} , c_{12} の順となっている. これらは先の解空間における r の挙動の観察から予測されたとおりである. なお, 両者の平均値を比較すると Dual mode の方がわずかに文献値に近い値をとっている. 文献値が必ずしも真の値であるとは限らないが, 両者にこのような差が現れた原因は, 評価関数 r の収束性の相違によるものと考えられる. すなわち, 表 1 に示す解析終了時の r の平均値は Dual mode では 0.35m/s であるのに対し, Single mode では 2.43m/s とやや大きくなっている. これは測定値に含まれる誤差の影響であると考えられるが, 解析の指標とすべきデータの選び方も含め, それらの影響については今後の課題とした.

5. 結 言

弾性表面波による異方性弾性定数同定の精度向上について検討した. ここでは立方単結晶を対象として, 伝搬モードの異なる二つの弾性表面波を併用した逆解析手法 (Dual mode) を提案し, 従来の手法 (Single mode) と比較した. まず, 設定した逆問題の解空間における評価関数の挙動を 2 次元ならびに 3 次元的に調べることで, Dual mode の方が解の安定性に優れていることを示した. さらに, 文献値に基づいて設定したデータならびに測定データを用いた逆解析により, Dual mode とすることで同定値のばらつきが格段に小さくなることを実証した.

ここではレーリー波と擬似レーリー波の二つの表面波を利用したが, これ以外のモードの表面波が存在し, それを捕らえることができるなら, それらを指標として活用することで, より高精度な弾性定数同定が可能となると考えられる.

文 献

- (1) 日本機械学会編, 金属材料の弾性係数, (1980), 4, 日本機械学会.
- (2) Simmons, G., and Wang, H., *Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties; A Handbook*, (1971), MIT Press, Cambridge.
- (3) Seitz, R., and Turnbull, D., *Solid State Physics, Advances in Research and Applications*, Vol. 7(1958), Academic Press, New York.
- (4) Kushibiki, J., and Chubachi, N., *IEEE Trans. Son. Ultrason.*, SU-32-2(1985), 189-212.
- (5) 山中一司, 機械技術研究所報告, 141(1987).
- (6) Briggs, A., *Acoustic Microscopy*, (1992), Clarendon Press, Oxford.
- (7) 福岡秀和・戸田裕己・平尾雅彦, 音弾性の基礎と応用, (1993), オーム社.
- (8) Mihara, T., and Obata, M., *Experimental Mechanics*, 32(1992), 30-33.
- (9) 轟 章, ほか 5 名, 機論, 59-568, A (1993) 2977-2983.
- (10) 西田政弘・遠藤富男・足立忠晴・松本浩之, 機論, 60-563, A (1994) 236-243.
- (11) 林 康久・小川真吾・長 秀雄・竹本幹男, 非破壊検査, 46-1 (1997), 58-63.
- (12) Weglein, R., D., *IEEE Trans. Son. Ultrason.*, SU-32-2(1985), 225-234.
- (13) Mendik, M. J., ほか 4 名, *J. Appl. Phys.*, 71-6(1992), 2830-2834.
- (14) Lee, Y. C., Kim, J. O., and Achenbach, J. D., *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, 42-2(1995), 253-264.
- (15) Farnell, G.W., *Physical Acoustics VI* (W. P. Mason, and R. N. Thurston, eds.), (1970), 109, Academic Press, New York.
- (16) Bertoni, H.L., and Tamir, T., *Appl. Phys.*, 2(1973), 157-172.
- (17) 井原郁夫・相澤龍彦・木原諄二, 機論, 59-564, A (1993), 1909-1916.
- (18) 井原郁夫・相澤龍彦・古口日出男・木原諄二, 機論, 60-574, A (1994), 1444-1449.
- (19) 井原郁夫・ほか 4 名, 機論, 59-574, A(1994), 2664-2671.
- (20) 井原郁夫・相澤龍彦・古口日出男・木原諄二, 機論, 61-584, A(1995), 769-776.
- (21) Modelung, O., *Landolt-Bornstein Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology New Series* 22, (1987), 88, Springer-Verlag.
- (22) Arikan, O., ほか 2 名, *J. Acoust. Soc. Am.*, 85-1(1989), 1-10.
- (23) Nayfeh, A. H., *Wave Motion*, 14(1991), 55-67.
- (24) Lim, T.C., and Farnell, G.W., *J. Appl. Phys.*, 39-9(1968), 4319-4325.
- (25) Box, M. J., *Computer Journal*, 8-42(1965), 42-52.