インテリジェント・ローカルアプローチによる自動要素分割法*

(第1報, 手法の提案と四辺形要素分割)

和田 義孝^{*1}, 吉村 忍^{*2}, 矢川 元基^{*2}

Development of New Automatic Mesh Generation Method, Intelligent Local Approach (1st Report, Proposal of the Algorithm and Quadrilateral Mesh Generation)

Yoshitaka WADA, Shinobu YOSHIMURA and Genki YAGAWA

This paper describes a new mesh generation algorithm, namely Intelligent Local Approach, which controls well size and aspect ratio of quadrilateral and hexahedral element simultaneously. Here we define the following three fields, i. e. a distribution of element size, that of aspect ratio and that of priority of element creation. The ILA also ensures mesh quality. In ILA, elements are created sequentially considering local information on geometrical constraints and user's demand on quality of the element to be created. To efficiently deal with various complicated geometrical constraints in a local region, a fuzzy knowledge processing technique is effectively utilized. Fundamental performances of the ILA are examined in detail through generating several quadrilateral meshes.

Key Words: Intelligent Local Approach, Fuzzy Knowledge Processing, Quadrilateral Element, Mesh Generation, Finite-Element Method, Object-Oriented Design

1. 緒 言

計算力学シミュレーションは, コンピュータ性能の急速な発展を背景として, 複雑化・大規模化の一途を辿ってきた。その過程において, 要素分割(メッシュ)作業の負荷が著しく増大し, その軽減が解析作業全体の中で最もクリティカルな課題の一つとなっている。

現在, 数万節点規模の有限要素モデルに関しては, 幾何モデル作成から要素分割, 境界条件付与, 解析, ポスト処理までを完全に自動化する試みが進められている⁽¹⁾。また, 単独の解析としては, 百万から一千万節点規模の超大規模モデルの解析も次第にターゲットに入ってきており⁽²⁾⁽³⁾, 解析モデル作成の効率化が課題となっている。

著者らは, これまで有限要素メッシュの自動分割法に関する研究を精力的に進めており, 解析者の有する先験情報をファジィ理論を用いて処理して解析領域内の節点密度分布を構築し, 計算幾何学手法の一つであるバケット法(ハッシュソーティングを用いた検索法)

を用いて節点密度分布に従う節点群を高速に発生させ, Delauney 法を用いて節点群を結んで二次元三角形要素や三次元四面体要素を作る手法を開発した^{(4)~(6)}。本手法は, その三次元薄板シェル構造の要素分割機能が, 国内の自動車会社各社の自動車ボディー解析用 CAE システムに採用され, 設計作業効率の向上に大いき寄与している⁽⁷⁾⁽⁸⁾。三次元ソリッドの要素分割機能についても, 最近商用の CAE システムの最新バージョンに実装され, 汎用化が図られた⁽⁹⁾。また, 事後誤差分布に基づき節点密度を再定義すれば, あとは同様の手法で良質のメッシュを作成することができ, 完全リメッシング形のアダプティブ解析システムも容易に構築できる⁽⁶⁾。

このように二次元三角形, 三次元四面体要素分割については, 自動要素分割手法は完成したといえる。一方で, 三角形要素や四面体要素の解析精度では不十分であり, 四辺形要素や六面体要素が必要となる解析対象も多い。特に低次の三角形要素や四面体要素の形状が極めていびつな(アスペクト比が大きい)場合には極端な精度低下が大きな問題となる。曲げの解析や大変形を伴う塑性解析などでは, それぞれせん断拘束(shear locking)や体積拘束(volumetric locking)により剛性が高まることも問題となる。流体計算の境界

* 原稿受付 1997 年 7 月 24 日。

^{*1} 東京大学大学院工学系研究科(☎ 113-8685 東京都文京区本郷 7-3-1)。^{*2} 正員, 東京大学大学院工学系研究科。

層付近のモデル化のように、解析精度を落とさず総自由度数を節約するためには、アスペクト比が数10にも及ぶ六面体要素の使用が効果的である。

六面体要素分割の研究も古くから行われているが、任意の解析形状を全自動で分割可能な方法はこれまで存在しなかった。しかし最近になって、いくつかの商用のソフトウェア、例えばシリコングラフィックス・クレイ社の HEXAR 1.0⁽¹⁰⁾ などで、ほとんどの任意形状に対して自動要素分割が可能となってきた。しかし、これらのシステムにしても、要素サイズの制御機能が不十分であり、アスペクト比の制御に至ってはほとんど不可能である。多くの場合に要素数が不必要に膨大となり、通常の計算機環境では解析が困難になってしまう。

本研究では、六面体要素分割法に関わる従来の問題

点を解決すべく、人間の試行錯誤的な要素分割作業を分析し、新たにインテリジェント・ローカルアプローチ (Intelligent Local Approach: ILA) と名付ける手法を開発した。これを四辺形要素分割用にシステム化し、いくつかの例題を通してその基本性能の確認を行った。なお、四辺形要素分割を行うだけであれば、まず三角形要素を作成し、それを基に四辺形要素を構築することも可能である⁽⁵⁾。しかし、このようなアルゴリズムでは、三次元ソリッド問題に拡張したときに、良質の六面体要素を生成することが不可能となる。これに対して ILA では、同一のコンセプトに基づき良質の四辺形要素や六面体要素を構築することができる。

2. 基本 原 理

現在、四辺形要素や六面体要素の自動分割に関しては、HEXAR 1.0⁽¹⁰⁾ や Whisker Waving 法⁽¹¹⁾ に基づくシステムなどが開発されている。しかし、要素サイズやアスペクト比の制御を自動的にかつ自在に行える分割手法は存在しない。この点が依然として六面体自動要素分割システムの実用上の課題である。一方、人間は小規模な領域であれば、高度な形状認識能力と状況判断能力を駆使して、四辺形や六面体分割を行うことができる。本研究では、このような人間の手動による要素分割プロセスを分析、抽出して、それを最新の計算機科学技術を用いてシステム化することを考えた。まず、著者ら自身の手動による要素分割作業を分析することにより、次のような要素生成手順に関する仮説を得た。

(1) 領域全体にわたる要素サイズやアスペクト比の分布に関する情報をイメージする。

(2) 形状を定義する外側あるいは内側境界から順次要素を生成する。

(3) 視覚情報処理能力により、要素を生成しようとする周辺から幾何情報(角度や長さ、ゆがみ度など)を収集する。

(4) 要素や節点を仮想的に生成し(イメージし)、その位置を試行錯誤的に変更する。そして、その要素形状やサイズの良否をあいまいに判断し、その結果を基に適切な要素、節点配置位置を決定する。

(5) 既に生成された要素であっても、新たに生成しようとする要素との幾何学的な関係から見て、不具合であることがわかった場合には、その要素を修正する。

逐次的に要素と節点が発生されるという点では、この仮説は、アドバンシング・フロント法と同じであ

Fig. 1 Flowchart of ILA

る。しかし、他の処理は全く異なる。

本研究では、この仮説に基づく要素分割アルゴリズムをインテリジェント・ローカルアプローチ (Intelligent Local Approach 以下 ILA) と名づけ、具体的なシステムの構築を行う。

3. アルゴリズム

2章で述べた仮説に基づき構成した ILA のフローチャートを図1に示す。これに従い順次アルゴリズムを述べる。なお、図中の各処理の右上の数字は2章で述べた仮説に対応する。

3・1 フロント境界 図2(a)に示すような、幾何モデル形状を表す節点からなる閉じた線分の集合を初期フロント境界と定義する。モデル形状の外側形状を表すフロント境界を外部フロント境界(外部境界)と呼び、内部境界を表すフロントを内部フロント境界(内部境界)と呼ぶ。また境界を構成するひとつひとつの線分(セグメント)をフロントと定義する。初期のフロント境界の一部のフロントを出発点として、要素生成が逐次行われ、それに伴って、図2(b)に示されるように、フロント境界が逐次更新されていく。

3・2 局所的な幾何情報の収集 要素生成を開始するフロントを決定したら、その周辺の幾何情報を収集する。二次元要素分割問題では、具体的には線分の長さおよび隣り合う線分のなす角度を収集する。三次元要素分割問題では、隣接する面のなす角度および面

の大きさを収集する。図3に幾何情報の例を示す。今回構築した二次元平面を四辺形要素に分割するシステムでは、要素生成を開始するフロントを決定すると、その左右七つの線分を探索し、関連する角度や線分長さに関する計14個の幾何情報を収集する。

3・3 角度分割に関するカテゴリー分類 3・2節で収集された幾何情報を基に角度の分割数を決める。表1に示すように角度分割に関する5種類のカテゴリー C1, C2, C3, C4, C12 を用意する。図4(a)に事例を示す。カテゴリー C1 では、節点を一つ、線分を二つ、要素を一つ生成する。カテゴリー C2, C3 および C4 では、それぞれ角度を2, 3 ないし 4 分割し、節点を1, 2 ないし 3 個、線分を1, 2 ないし 3 個生成する。カテゴリー C12 では、図4(b)に示されるように周囲の状況に応じて、カテゴリー C1 ないし C2 として処理する。4種類の基本カテゴリーのうち、要素生成において最も優先されるのはカテゴリー C1 である。14個の幾何情報に基づいて近傍の角度を四つの基本カテゴリーに分類したとき、その中に C1 が存在

Table 1 Definition of division categories

Division Category	Number of Divisions	An Angle of Two Segments (degree)
C1	1	45 - 105
C12	1 or 2	105 - 155
C2	2	155 - 200
C3	3	200 - 300
C4	4	300 - 360

Fig. 2 Front boundary

Fig. 3 Example of geometrical information along front boundary

すれば、まずそこに要素を生成する。

3・4 特殊処理の判断 3.6節で述べる特殊処理が必要かどうかを局所的な幾何情報とカテゴリより判断する。もし通常の要素生成が可能であれば、3・5節の処理を行い、そうでなければ3・6節の特殊処理へと分岐する。

3・5 ファジィ推論による節点位置の決定 3・3節の処理により角度の分割カテゴリが決まり、生成すべき節点数が決まったら、次に節点の配置位置を決める。節点位置は、その節点を生成することによって新たに生成される線分や要素が適切な形状になるように決定される。線分や要素形状の良否の判断には、ファジィ理論を用いる。

(1) 要素分割制御情報

自動要素分割法の成否の鍵を握るのが、要素サイズやアスペクト比の制御法である。ILAでは、この目的のために、次に述べるような要素サイズ場、アスペクト比場および要素生成優先度場の三つの場を定義し用いる。これらの場は、幾何モデル全体を包含する二次元平面上に等間隔で設定された空間格子の格子点量として離散的に保持され、中間値は適宜格子点量から補間することにより求められる。それぞれの場は次のように定義される。

○要素サイズ場

これは、要素寸法を定めるスカラー情報であり、その値を定める基準位置は、線分では線分の中心点、平面と立体ではそれらの重心点である。

○アスペクト比場

これは要素のアスペクト比を定めるスカラー情報であ

る。この情報は境界に十分に近い領域では要素生成に優先的に反映されるが、境界から離れた領域では無視される。それは、アスペクト比と要素サイズを同時に満足させようとする、幾何的拘束が強くなり過ぎゆがみの少ない要素生成が困難になることと、境界に近い領域ほどアスペクト比指定の要求が強いという経験則を考慮してのことである。

○要素生成優先度場

ILAでは要素を逐次生成する。その際、要素生成の順序を定める指針が、この場である。要素生成の順序としては、境界から順に要素を生成するという手順が一つ考えられる。これに加えて、一方向の単調増加ポテンシャル場を定義し、あたかも入れ物に水を注ぐように、ポテンシャルの低い位置から高い位置に順次要素を生成することもできるようにした。後者の要素生成順序を採用すると、要素未生成領域は最後まで一部に外部境界を含むこととなり、要素生成が最終段階に至っても、ある程度幾何的拘束を緩やかに保つことができる。

(2) 要素形状の評価パラメータ

図5に示されるような、四辺形要素の形状の良否を判定するパラメータ(良否判定パラメータ)としては、対辺の比、 S_1/S_3 , S_2/S_4 , 対角線の比、 l_1/l_2 , 対角の比、 θ_1/θ_3 , θ_2/θ_4 , 対辺の比の平均、 $(S_1/S_3 + S_2/S_4)/2.0$, 隣接する二辺の和の比、 $(S_1 + S_2)/(S_3/S_4)$ の5種類を用いる。数値場への適合性を判定するパラメータ(適合性パラメータ)としては、面積の平方根、 $\sqrt{A}/l_0$, 隣接する辺の比、 S_2/S_1 , S_3/S_2 , S_4/S_3 , S_1/S_4 のどれかの値を a としたときの a/a_0 の2種類を考える。面積の平方根の式中の l_0 は要素サイズより得られる基準要素サイズである。同様に隣接する辺の比の式中の a_0 はアスペクト比場より得られる基準アスペクト比であ

Fig. 4 Examples of element generation based on division category

Fig. 5 Geometrical parameters of quadrilateral element

る。これら良否判定パラメータ五つと適合性パラメータ二つの合計七つの形状を評価するパラメータを用いる。良否判定パラメータは、長方形になるとすべて1.0となる。また適合性パラメータは、基準値である場の値と一致すると1.0となる。

(3) メンバシップ関数とファジィ推論

(1), (2)で定義される3種類の場情報および要素形状の良否パラメータを総合的に判断して、節点配置位置が決定される。この過程に次のようにファジィ推論を用いた。図6に本システムに用いられた典型的なメンバシップ関数を示す。図6において横軸が各要素の良否判定パラメータや適合性パラメータを表す。縦軸が、0.0~1.0に規格化されたメンバシップ関数値(適性が高いものほど1.0に近い)を示す。

第一段階では、節点を配置しようと考えている局所領域[四辺形要素生成問題では二次元($X-Y$)空間]を図7(a)に示すような規格化された二次元($\xi-\eta$)格子空間上に写像する。ここで太線は要素を生成するフロントである。第二段階では、この一つ一つの格子点について、仮に節点が配置された場合に生成される要素(1ないし複数)を仮想的に作り、各仮想要素の要素良否パラメータや場への適合性パラメータを計算する。パラメータごとに図6に示されるようなメンバシップ関数と照らし合わせ、メンバシップ関数値を計算する。図7(b)にカテゴリーC2の場合に生成される仮想要素の角度の比に関するメンバシップ関数値を($\xi-\eta$)格子空間上に描いた分布(μ_a)を示す。また、図7(c)には、対辺の比に関して描いたメンバシップ関数値分布(μ_l)を示す。このように各判定パラメータに対して描いた分布の積演算($\mu_l \wedge \mu_a$)を施すことにより、図7(d)のような分布を得ることができる。さらに複数の仮想要素が生成される場合には、要素ごとに得られた図7(d)をさらに合成する。このようにし

Fig. 6 Membership function

(a) Normalized grid

(b) μ_a distribution over the grid

(c) μ_l distribution over the grid

(d) $\mu_l \wedge \mu_a$ distribution derived from fuzzy product operation

Fig. 7 Node generation based on fuzzy set operation

(a) Process deleting sharp angle

(b) Process reducing number of segments

Fig. 8 Special processes

て最終的に得られた分布の中からメンバシップ関数値が最大となる格子点位置を決定し、そこに新しい節点を配置する。ILA では、このプロセスが、最も演算量を要するが、格子点ごとのメンバシップ関数値の演算は完全に独立であるために、並列処理を導入することによって容易に高速化できる。

3・6 特殊処理 3・2 節から 3・5 節に述べたものが ILA の基本アルゴリズムであるが、さらにいくつかの特殊な処理を用意している。

(1) 鋭角の処理

図 8(a) に示すように角度がカテゴリ C1 に満たないほど鋭角な場合には、無理に要素を生成すると許容できないほどゆがみが大きくなる。そこで、図 8(a) にあるように、節点 A, B を同一の節点とし、鋭角を消去する。この鋭角処理により、カテゴリ C1 ないし C2 に変更できる。

(2) フロント境界の線分数の削減処理

例えば、真円形状のフロント境界から内側に要素分割を行っていくと、陽に要素サイズを指定しないにもかかわらず、要素サイズが次第に小さくなる。一方、指定された要素サイズを優先させようとするとうがみの大きな要素が生成される。そこでフロント境界の長

(a) Example of interference between different parts of front boundary

(b) Interference releasing process

Fig. 9 Interference and its releasing process

さが次第に減少してゆく場合には、線分数を減少させる目的で、図 8(b) に示すような特殊な要素を挿入する。

(3) フロント境界の干渉判定と処理

図 9(a) に示すように、多連結体を要素分割する問題では、次第に生成されてきた要素と内部フロント境界がしばしば干渉を起こす。また、単連結体の場合であっても、生成されてきた要素が、外部フロント境界と干渉する。そこで次のようにして干渉を判定する。

まず、要素サイズ場の情報から生成予定の要素サイズ l を決める。一方、要素を生成しようとしているフロント線分とそれに近接する外部ないし内部フロント境界上の節点や線分との距離を求める。その距離が l の 0.7~1.7 倍の範囲にある場合には、それらを結び要素を生成する。図 9(b) に干渉処理の例を示す。カテゴリ C1 の場合には、A, B の節点とフロント境界上の一つの節点とを結び要素を生成する。カテゴリ C1 以外ならば、C, D の節点とフロント境界上の 1 線分を結び付けて要素を生成する。

3・7 フロント境界の更新と要素分割終了判断

新たに要素が生成される度に、フロント境界の更新を行う。また、フロント境界の線分数を調べることに

より要素分割が終了したかどうかを判断できる。フロント境界の線分数が4となれば、この四つの線分から一つの要素を生成し、処理を終了する。

3.8 平滑化処理 ILA では、可能な限り要素形状が良好になるように要素分割を行うものの、幾何的な拘束が強過ぎる場合には、一部の要素が大ききゆがむこともある。そこで、要素生成が終了した後に、ラプシアン・スムージングを行う。

3.9 オブジェクト指向設計 ILA 開発の発想は、「人間が行う手動の要素分割作業のシステム化」である。人間の手法を分析すると、比較的単純と思われる感覚的な方法で絶妙な状況判断を行っていることがわかる。一つ一つの作業は比較的単純であるものの、全体的な処理は極めて複雑である。それゆえ構造化言語の FORTRAN や C など ILA を実装することはかなり困難である。そこで、本研究ではオブジェクト指向設計を行い、ILA の個々の概念をクラスとして抽象化した。

クラス設計はオブジェクト設計化技法(OMT)⁽¹²⁾に従い行った。図10に本システムの主要クラス関係図を示す。四辺形要素の分割機能を有する本システムでは、クラス数約120、メソッド数約800を定義した。オブジェクト指向言語C++を用いてILAを実装した。定義したクラスには、C++標準ライブラリーの Standard Template Library (STL)を利用した。基本データ構造を表すテンプレートクラスの再利用性は極めてよい。また、概念を表したクラスの利用は、プログラミング効率を著しく向上させる。

Fig. 10 Object diagram of mesh generation

4. 結果および考察

円形領域の要素分割例を図11(a)に示す。この例では3.6節(2)に述べたフロント境界の線分数の消滅処理を行っているためにほぼ均一の大きさの要素が得られた。

次に矩形領域に疎密が与えられた要素分割例を図11(b)に示す。この例では上端で要素サイズ1.62、下

(a) Mesh in circle region

(b) Mesh with size change in square region

(c) Mesh with control aspect ratio by ILA

(d) Mesh in complicated region with two holes by KSWAD™

Fig. 11 Examples of meshes

端で要素サイズ1.0を与えた。上端と下端の間のサイズ場の値は線形に1.62から1.0まで変化する。また、アスペクト比は領域全体に1.0を与えた。この場合には途中で特殊なパターンが自動的に導入されることにより、要素サイズのスムーズな変化が実現されている。

最後に多連結体における要素分割を図11(c)に示す。この例では、領域全体に要素サイズ1.0を与えた。内部の二つの円孔の周りにはアスペクト比2.0を与え、それ以外の領域にはアスペクト比1.0を与えた。形状内部に二つの円孔があり、凹凸のある形状であるが、全般に良好な要素分割が得られた。特に円孔近傍ではアスペクト比の制御が行われている。

比較のために、同一の初期境界を用いて、現行の汎用要素分割システム(KSWAD™ 6.02)⁽⁹⁾を用いて四辺形要素分割を行った。図11(d)にその要素分割例を示す。生成される要素サイズの均一さはよく制御できているものの、(LAに比べるとかなり小さい要素が生成される傾向が見られる。また要素サイズの制御は初期フロント境界の線分間隔により行うため、物体内部において要素サイズを指定するなどのユーザの意図を反映した要素分割はむずかしいことが挙げられる。

5. 結 言

人間の手動による要素生成作業を分析し、それに基づく新しい要素分割アルゴリズム、インテリジェント・ローカルアプローチを提案した。ILAの基本は、要素の逐次生成、局所領域からの幾何情報の収集、要

素サイズ場・アスペクト比場などのユーザの要求を反映した場情報の指定、要素の良否に関わる複数のクライテリアのファジィ処理などである。本アルゴリズムをオブジェクト指向設計手法を用いて、計算機上に実装し、四辺形要素分割システムを構築し、具体的に、二次元形状の要素分割問題に適用した。本システムの最も重要な特徴は、要素形状やサイズ、アスペクト比を同時に制御しつつ、直接(すなわち三角形を経ることなく)二次元四辺形要素分割を行える点である。なお、現在ILAに基づく六面体要素の自動分割システムの開発を行っている。

本研究を遂行するにあたり、日本原子力研究所、住友金属工業(株)より援助を得た。

文 献

- (1) 吉村忍・ほか2名, 機論, **61**-587, A(1995), 1580-1586.
- (2) 矢川元基・塩谷隆二, シミュレーション, **4**-3(1995), 19-26.
- (3) 矢川元基・堀江知義, 機械の研究, **49**-1(1997), 139-145.
- (4) 矢川元基・ほか3名, 機論, **56**-532, A(1990), 225-232.
- (5) 矢川元基・ほか3名, 機論, **58**-551, A(1992), 1245-1253.
- (6) 矢川元基・ほか3名, 機論, **61**-583, A(1995), 652-659.
- (7) Yagawa, G., ほか3名, *JSAE Rev.*, **13**-3(1992), 60-64.
- (8) 窪島達雄・ほか3名, 機論, No. 96-13(1996-3), 253-254.
- (9) 長福隆司, 計算工学, **2**-1(1997), 47-50.
- (10) 木村尚人・ほか3名, 第1回計算工学講演会論文集, **1**(1996-5), 683-686.
- (11) Tautges, T. J., ほか2名, *Int. J. Num. Methods Eng.*, **39**(1996), 3327-3349.
- (12) Rumbaugh, J., ほか4名, *Object-Oriented Modeling and Design*, (1991), 1, Prentice Hall.