ひずみ硬化を考慮した圧力容器構造の崩壊圧力に関する検討*

(第1報, 厚肉円筒および皿形鏡による崩壊点の力学的検討)

早 川 悌 二^{*1}

On Collapse Pressure for Pressure Vessel Components of Strain Hardening Materials

(1st Report, Mechanical Definition on Plastic Collapse for Tori-Spherical Head under Internal Pressure)

Teiji HAYAKAWA

Elastic-Plastic analyses for tori-spherical head of strain hardening material, which is a typical gross structural discontinuity of pressure vessels, are carried out in the practically wide geometrical range of the component. Plastic behaviors, such as yield zone, deformation, stress and strain in plastic range are investigated in detail. As a result, plastic collapse point is mechanically defined as the turning point of the plastic strain increment ratio at the maximum stress point of the component, which is qualitatively characterized as the starting point to excessive plastic deformation.

Key Words: Structural Analysis, Nonlinear Problem, Plastic Design, Plastic Collapse, Pressure Vessel, Strain Hardening

1. 緒 言

圧力容器構造の設計においては, 保持すべき圧力による塑性崩壊を防止することが強度計算の第一ステップであり, 各種設計規格^{(1)~(4)}においても塑性崩壊を防止することに基礎をおいて許容応力を定めていることは周知のとおりである。この意味で崩壊荷重は設計の基礎として重要な意味をもっており, 実用設計規格においては, 弾性設計法あるいは弾性簡便評価法による崩壊防止設計が採用されているが, これらは安全側の設計を与えることを第一義として, 非硬化理想塑性材に対する極限荷重を基礎として定めている。

崩壊荷重に及ぼすひずみ硬化の影響は, 従来, 非硬化理想塑性材における極限荷重に対する安全側の余裕と考え, したがって, 極限解析による極限設計に対する実用上の安全性を保証するものとしての意味づけがなされてきた。

ひずみ硬化材の場合には, 非硬化理想塑性材における無制限塑性流れのような崩壊限界が明確に現れないために崩壊荷重の定義づけが難しく, 非硬化理想塑性

材の極限荷重に対応するものとして, 変形が急に著しく増大する傾向を示し始めるとき, すなわち, 過度塑性変形が開始するときの荷重として定性的意味づけがなされているに過ぎない。このような定性的定義に基づく崩壊荷重決定法について, 従来から種々の検討が行われ, いくつかの提案^{(5)~(9)}があるものの, いずれも力学的根拠に乏しく, いまだ確立された方法はないようである。

本検討では, 二直線ひずみ硬化モデルによってひずみ硬化の影響を考慮した塑性変形挙動から, 崩壊点に対する力学的定義づけを追求し, 力学的根拠に基づく崩壊荷重決定法を提案することを目的とした。

2. 崩壊に係わる力学的特性の検討

2.1 検討の方針

ひずみ硬化材からなる皿形鏡に代表される圧力容器の総体的構造不連続部が内圧を負荷される場合, 漸増的な塑性変形挙動を示す。その中から過度塑性変形状態とそれへの開始点を力学的に明確に定めることは難しい問題である。そこで, まず予備的検討として, 内圧を受ける厚肉円筒について弾塑性挙動の検討を行うこととする。厚肉円筒は, 本研究で対象としている総体的構造不連続部を完全に模擬するものではないが, 不静定問題としての共通性がある。

* 原稿受付 1997 年 8 月 18 日。

*¹ 正員, 三井造船(株)CAE センター(〒706-0014 玉野市玉原 3-16-1)。

り、その弾塑性挙動として得られる塑性域の進展、応力、ひずみ、変形における変化の特性について総体的構造不連続部との対応づけが期待される。

これらの対応づけを調べ、皿形鏡における過度塑性変形状態の力学的特性と崩壊点の力学的定義づけの検討に供することとする。

2.2 厚肉円筒の弾塑性解析による予備的検討

図1に解析モデルを示す。材料は図2に示す二直線ひずみ硬化 (E , E_p は縦弾性係数および接線係数) とし、 $E_p/E=0.05$ と 0.1 に対して計算したが、比較のために、 $E_p/E=0$ の弾完全塑性材に対する結果も示している。ここでは、有限要素法解析プログラム MARC により軸対称体要素を用いてひずみ増分理論に基づく解析を行った。本問題は、外内半径比 $K=b/a=2$ の場合であり、結果を以下に述べる。

2.2.1 解析結果 図3に、無次元表示した塑性域の進展状況を示す。図3において、 $\bar{P}$ は内圧 P の初期降伏圧力 P_y による無次元圧力 P/P_y 、 K_r は塑性域の半径/内半径比 r/a である。弾性域の拘束がなく、全域塑性化以後の塑性状態が過度塑性変形状態であり、 $K_r=2.0$ がその開始点として明確に定められる。 $K_r=1.0\sim 2.0$ は過渡的塑性変形状態を表し、全域塑性化の手前で進展速度の減少点が見られる。

Fig. 1 Thick cylinder model

Fig. 2 Bi-Linear hardening material

Fig. 3 Plastic zone of thick cylinder

図4に、無次元表示した半径方向の変位、変位速度、変位速度の変化率を示す。まず圧力の増加とともに漸増する変位の状況を調べ、さらにその漸増状況の中から特徴的な変化を見出すために変位速度およびその変化率を求めた。図4において $\bar{\delta}$ は半径方向変位 δ の初期降伏変位 δ_y による無次元変位 δ/δ_y である。また、増分計算の各圧力レベルでの P_i と δ_i の値を用いて、

$$(\Delta\delta/\Delta P)_i = (\delta_{i+1} - \delta_i) / \Delta P_i$$

$$(\Delta^2\delta/\Delta P^2)_i$$

$$= \{(\Delta\delta/\Delta P)_{i+1} - (\Delta\delta/\Delta P)_i\} / \Delta P_i$$

によって求めた $\Delta\delta/\Delta P$ と $\Delta^2\delta/\Delta P^2$ をそれぞれ無次元化した値を×印と●印でプロットし、プロット点の傾向に従って $d\bar{\delta}/d\bar{P}$ 、 $d^2\bar{\delta}/d\bar{P}^2$ の両曲線を滑らかに描いて示している。圧力の増加とともに、変位 $\bar{\delta}$ は漸増する一方、変位速度 $d\bar{\delta}/d\bar{P}$ は過渡的塑性変形過程で変曲し、それに対応して変化率 $d^2\bar{\delta}/d\bar{P}^2$ は極値を示す。

図5に、内面における応力経路を示す。弾完全塑性材の場合に見られる降伏後の応力再配分に対応する応力経路の変化状況を調べるためである。全域塑性化の手前で塑性経路は方向転換を示し、その後、弾性経路

Fig. 4 Deformation of thick cylinder

Fig. 5 Stress path of thick cylinder

と同じ向きの直線経路となる。

図6に、内面における塑性ひずみ増分比の変化を示す。応力経路の変化を変形に関連する変数で確認するために、ひずみ増分理論による下記の関係式から塑性ひずみ増分比を計算した。

$$d\epsilon_R^p/d\epsilon_\theta^p = \{2(\sigma_R/\sigma_\theta) - 1\} / \{2 - (\sigma_R/\sigma_\theta)\}$$

ここに、 $d\epsilon_R^p$ 、 $d\epsilon_\theta^p$ は半径方向および周方向の塑性ひずみ増分であり、 σ_R 、 σ_θ は半径方向および周方向の応力である。圧力の増加とともに、応力の塑性経路の方向転換に対応した塑性ひずみ増分比の極値が現れる。

2・2・2 過度塑性変形状態 $K_r=2.0$ に達した後の過度塑性変形状態の力学的特徴を以下のように結論することができる。

- (1) 全域が塑性化し、塑性域の進展速度 $dK_r/d\bar{p} = 0$ 。
- (2) 変形速度 $d\bar{\delta}/d\bar{p}$ は、ほぼ一定の大きさになる。
- (3) 応力経路は方向転換後、弾性経路の向きに直線的に変化する。
- (4) 塑性ひずみ増分比の変化は小さく、一定の値に漸近してゆく。

Table 1 Values of geometrical parameters of tori-spherical head

Knuckle	$r/2a$	a/t	E_p/E
6 %	0.06	50 ~ 200	0 ~ 0.1
10 %	0.1

Fig. 6 Plastic strain increment ratio of thick cylinder

Fig. 7 Tori-spherical head

2・2・3 過度塑性変形状態への傾向を示し始める事象 $K_r=2.0$ の過度塑性変形状態開始点の手前で生ずる顕著な変化として、以下のものが見出される。

- (1) 塑性域の進展速度が全域塑性化の手前で減少。
- (2) 変形速度 $d\bar{\delta}/d\bar{p}$ が変曲、これに対応して、 $d^2\bar{\delta}'/d\bar{p}^2$ が極値を示す。
- (3) 応力経路が方向転換。
- (4) 塑性ひずみ増分比が極値を示す。

2・3 皿形鏡の弾塑性挙動の検討 皿形鏡は、図7に示すように球かくのクラウン部、円環かくのナックル部、および円筒部からなる鏡板で、従来から多くの研究があり^{(10)~(15)}、実用上広く使用されている压力容器構造である。

図2の材料特性を用い、表1に示す形状範囲で内圧を受ける皿形鏡に対して、著者らが開発した微小変形ひずみ増分理論に基づく軸対称かく構造の有限要素法解析プログラム⁽¹⁶⁾により弾塑性解析を行った。6%皿形鏡と10%皿形鏡の代表例($a/t=100$)について、解析結果を2・2節で述べた厚肉円筒の場合と対応させて

Fig. 8 Propagation of plastic zone of 6% tori-spherical head ($a/t=100$)

以下に述べる。

(1) 塑性域の進展：進展状況の例(6%皿形鏡, $E_p/E=0.05$)を図8に示す。初期降伏圧力 P_y に達するとナックル部内面の弾性解析での最大相当応力点(以下、最大応力点と略記する)に塑性域が発生し、さらに、板厚全域塑性圧力 P_1 で塑性関節円が生ずる。さらに圧力が増加すると、外面側のほうが進展速度を速め、 P_2 に達したときはクラウン部～ナックル部全域～円筒部にわたり、併示した弾完全塑性材の崩壊時(⑩は塑性関節の位置を示す)と同じ範囲以上に広く塑性化するとともに進展速度が減少し始める。これは、厚肉円筒が全域塑性化の手前で進展速度を減少することに対応する。その後、速度は緩慢になり P_3 近くになると、周囲の弾性域の拘束をほとんど受けずに進展が一時停止するかに見えるほどに速度を減じながらゆっくりと拡がってゆくのが見られる。これは、厚肉円筒が全域塑性化の後 $dK_r/dp=0$ なる過度塑性変形状態に対応づけられる。

(2) 変形挙動：クラウン部頂点の軸方向変位と圧力との関係の例を図9(a)および(b)に示し、対応する変位速度とその変化率の例を図10(a)および(b)に示す。圧力の増加とともに、変位 δ は漸増変化を示す。変位速度 $d\delta/dP$ は、厚肉円筒の場合と同様に、初期降伏 P_y 後単調に増加し、一定の値に漸近してゆく傾向がみられるが、その途中で変曲点が見出される。一方、変位速度の変化率 $d^2\delta/dP^2$ は、板厚全域が降伏する P_1 近傍で少し立上りを示し、その後増加を続けながら P_2 に近い圧力レベルで変位速度の変曲点に対応する極大点に至り、以後、減少しながら零に漸近し

てゆく傾向が見られる。

(3) 応力経路：ナックル部内面の最大応力点における応力経路の例を図11(a)および(b)に示す。 σ_r , σ_θ は子午線方向および周方向の応力である。塑性経路において、厚肉円筒の場合と同様に、圧力 P_2 で方向転換を生じた後、弾性経路に近い向きに直線を示す過度塑性変形状態に至る様子が見られる。

(4) 塑性ひずみ増分比：ナックル部内面の最大応力点における塑性ひずみ増分比の変化の例を図12(a)および図12(b)に示す。 $d\epsilon_r^p$, $d\epsilon_\theta^p$ は子午線方向および周方向の塑性ひずみ増分である。

塑性ひずみ増分比 $d\epsilon_r^p/d\epsilon_\theta^p$ は、厚肉円筒の場合と同様に、圧力の増加とともに、圧力 P_2 で応力の塑性経路の方向転換に対応した極値を生じ、その後、ほぼ一定の変化速度でそれまでと逆向きに变化してゆく過度塑性変形状態に至る様子が見られる。なお、これらの解析結果は、表1に示す $a/t=100$ 以外の皿形鏡についても同様に確認している。

3. 崩壊点の力学的定義づけ

3・1 過度塑性変形状態の力学的特性 2・3節での検討を基に、皿形鏡における過度塑性変形状態の力学的特性をまとめると次のようになる。

(1) 塑性域の進展は、減速後、極めて緩慢となる。塑性域は、弾完全塑性材における無制限塑性流れの崩壊時と同じ範囲以上に発達している。

(2) 変形速度は、増加の途中で変曲後、ほぼ一定の大きさになる。

(3) 最大応力点における応力の塑性経路は、方向

(a) Pressure-deflection curve of 6% tori-spherical head

(b) Pressure-deflection curve of 10% tori-spherical head

Fig. 9

(a) P - $d\delta/dP$ and P - $d^2\delta/dP^2$ curves of 6% tori-spherical head (b) P - $d\delta/dP$ and P - $d^2\delta/dP^2$ curves of 10% tori-spherical head

Fig. 10

転換後、弾性経路に近い向きに直線的に移動する。

(4) 最大応力点における塑性ひずみ増分比は、反転後、一定値に漸近してゆく。

これらの特性を総合してみると、初期降伏後の塑性域、変形、応力、ひずみの挙動がある変化を示した後、それぞれの変化速度がほぼ一定に近くなっている。したがって、過度塑性変形状態とは、構造の総体的不連続部において、弾完全塑性材の崩壊時と同じ範囲以上に広く塑性化し、その挙動が周囲の弾性域の拘束をほとんど受けることなく、塑性化した部分の塑性剛性部材単独の挙動に近くなる状態であるということが出来る。

3・2 崩壊点の力学的定義 皿形鏡の場合、3・1 節

(a) Stress path of 6% tori-spherical head

(b) Stress path of 10% tori-spherical head

Fig. 11

で述べたような過度塑性変形状態の力学的特性は見出されたものの、厚肉円筒の全域降伏圧力のように、この状態の開始点を明確に規定することは難しい。そこで、皿形鏡のような総体的構造不連続部に対しては、過度塑性変形状態への傾向を顕著に示し始める点として崩壊点を規定するのがよいと考える。この考え方によれば、控え目に崩壊点を規定することになる。

このような観点から、過度塑性変形状態への傾向を示し始める点の力学的特性として、厚肉円筒との対応づけから、以下のものが挙げられる。

- (1) 塑性域の進展速度が減少
- (2) 変形速度が変曲
- (3) 応力の塑性経路が方向転換
- (4) 塑性ひずみ増分比が反転

(a) Plastic strain increment ratio of 6% tori-spherical head

(b) Plastic strain increment ratio of 10% tori-spherical head

Fig. 12

これらの力学的特性(1)～(4)は、いずれも過度塑性変形状態への傾向を示し始める崩壊点を定義づけるものと考えられるが、これらのうちから以下のことを基準として力学的定義を定めることとする。

(A) 力学的に明確に定められるものであること。

(B) 崩壊という塑性変形に関する定義づけに用いるものとして、変形に関連するパラメータで表示するものであること。

これらの基準(A), (B)を満足するものとして、上述の力学的特性(1)～(4)のうち、(2)と(4)を選定することができる。次に、(2)と(4)を比較する。

(2)の変形速度の変曲点は、解析で得られた変形 δ から $\Delta\delta$ を求め、さらに、 $\Delta^2\delta$ を計算して得た $\Delta^2\delta/\Delta P^2$ の離散的プロットから定めることになる。一方、(4)の塑性ひずみ増分比の反転点は、解析で得られる塑性ひずみ増分比 $d\varepsilon_p/d\varepsilon_0$ の離散的プロットから直接に定めることができる。したがって、解析後の手順の煩雑さの観点から(4)のほうがすぐれているといえる。さらに、図 12(a)および図 12(b)に示すように、 $E_p/E = 0.05 \sim 0.1$ の各曲線における反転点を連ねた外挿曲線は、厚肉円筒の場合と同様に、弾完全塑性材の崩壊点に滑らかに結ばれ、現象の連続性が見出される。すなわち、ひずみ硬化材における塑性ひずみ増分比の反転は、弾完全塑性材の崩壊時において塑性ひずみ増分比が一定に固定されることに対応づけられ、ひずみ硬化材の崩壊点としての力学的根拠を与えるものと考えることができる。

以上の検討から、

- (1) 塑性変形に関連するパラメータで表示できる
- (2) 過度塑性変形状態への傾向を顕著に示し始める点として明確に規定できる
- (3) 弾完全塑性材における崩壊点と対応づけられる

ことを論拠として、本検討では、過度塑性変形状態への傾向を顕著に示し始める点としての崩壊点に対する力学的定義を「最大応力点における塑性ひずみ増分比の反転点」と定めることとする。

4. 結 言

ひずみ硬化材からなる压力容器の総体的構造不連続部の代表的構造である皿形鏡について内圧負荷時の弾塑性挙動を調べ、過度塑性変形状態への傾向を顕著に示し始める崩壊点の力学的特性として以下のものを見出した。

- (1) 塑性域の進展速度が減少
- (2) 変形速度が変曲

(3) 応力の塑性経路が方向転換

(4) 塑性ひずみ増分比が反転

これらの特性のうちから、最大応力点における塑性ひずみ増分比の反転点を崩壊点に対する力学的定義と定めた。今後、皿形鏡以外の総体的構造不連続部についてこの定義の有用性を確認し、崩壊圧力の実用的決定法の提案に向けた検討が必要である。

本検討に際して、種々ご指導をいただいた東京理科大学、岡村弘之教授に深甚の謝意を表す。

文 献

- (1) ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Division 1, (1995), ASME.
- (2) ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Division 2, (1995), ASME.
- (3) ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III, Division 1, (1995), ASME.
- (4) JIS B 8270 圧力容器(基盤規格), (1993), 日本規格協会.
- (5) Demir, N. H. and Drucker, D. C., *Progress In Appl. Mech.*, (1963), 205-220, The MacMillan Co.
- (6) Cheung, J. S. T. and Turner, C. E., *The Proceeding of the 1st ICPVT*, I (1969), 597-611.
- (7) Simonen, F. A. and Hunter, D. T., *WRC Bulletin*, 163 (1971), 1-19.
- (8) Augusti, G. and d'Agostino, S., *The Proceeding of the 1st ICPVT*, I (1969), 45-57.
- (9) Save, M., *Pressure Vessel and Piping Design and Analysis*, I (1972), 382-416, ASME.
- (10) Galletly, G. D., *Trans. ASME*, B, 81-1 (1959), 51-62.
- (11) Shield, R. T. and Drucker, D. C., *J. Appl. Mech.*, 28 (1961), 292-297.
- (12) Mescall, J., *NASA Tech. Note*, D-1510 (1962), 671-692.
- (13) Thurston, G. A. and Holston, A. A., *NASA Contractor Report*, 540 (1966).
- (14) Kalnins, A. and Updike, D. P., *ASME PVP*, 272 (1994), 79-88.
- (15) Kalnins, A., Updike, D. P. and Rana, M. D., *ASME PVP*, 313 (1995), 355-361.
- (16) 早川悌二・吉田敏雄・三井達夫・石黒直弘, 三井造船技報, 102 (1978), 23-37.