DEM によるぜい性材料板の多重破壊現象の解析*

尾 田 十 八^{*1}, 臧 孟 炎^{*2}Analysis of Multiple Fracture Phenomena of Brittle Material Plate
Using Discrete Element Method

Juhachi ODA and Mengyan ZANG

This paper describes the multiple fracture phenomena of brittle material plate using the discrete element method (DEM). As an analytical model, triangular plaster of Paris plate is selected and explosively loaded at the center of the base. The obtained analytical results using DEM are compared with the corresponding experimental results. The fracture patterns are almost identical each other. Moreover, we observed how different explosive loads influence the fracture pattern. From the numerical simulation, it is obvious that reflecting tensile stress is sole reason causing the fracture of brittle material plate, and multiple fracture phenomena can be forecasted by analyzing whole stress distribution of sample varying with time.

Key Words: Computational Mechanics, Structural Analysis, Discrete Element Method, Triangular Plaster of Paris Plate, Spalling, Multiple Fracture

1. 結 言

構造物の破壊は自然的, 人為的な要因によって発生し, その進展過程や破壊後の挙動を知ることは設計上あるいは防災上重要な課題となっている. 特にコンクリート, ガラスなどの構造物においては大地震時の崩壊, 爆発事故による破壊はぜい性材料特有のバラバラな多重破壊になるのが一般的である. それゆえぜい性材料の衝撃破壊挙動に関する研究は連続体解析手法としての FEM などの数値解析法を用いて事実上解明できず, わずかに川井⁽¹⁾が提案した剛体ばねモデルの FEM がき裂場解析に有効である. ただこれでも完全に分離した後の動的破壊挙動を明らかにすることは難しい. つまりここで扱う問題はこれまでほとんど実験的手法によっていた⁽²⁾⁽³⁾.

本研究は近年特に注目されている連続体から離散体までの破壊挙動の解明に有効である個別要素法(Discrete Element Method, 以下 DEM と略す)⁽⁴⁾⁽⁵⁾を用い, 脆性材料の多重破壊メカニズムを解明する. 具体的には Al-Hassani らが実施した三角形石こう板爆発実験モデルを対象に, 頂角 20° の三角形石こう板の衝撃

破壊挙動の解析を DEM により試み, それに生ずるき裂群の発生メカニズムを通して, ぜい性材料板の多重破壊挙動を明らかにする.

2. 脆性板の多重破壊例について

多重破壊例として London ら⁽⁶⁾による細長いコンクリート棒の単純な多重スポーリング破壊から著者ら⁽⁷⁾による合わせガラスの数え切れないき裂の衝撃破壊例など多くのものがある. ここでは Al-Hassani らの実施した三角形石こう板の爆発実験モデルを考える. それはこの実験から得られる多重き裂は2次元的で複雑であるが, その数は比較的少なく理論的に解明しやすいものと考えられるからである. この実験とは, 底辺 14.38cm(5.66in)で厚み 2.54cm(1in)である頂角 20°, 30° と 35° の等厚三角形石こう板(そのヤング率は 1.6GPa, ポアソン比 0.24, 引張強さ 0.96MPa, 圧縮強さ 7.3MPa, 質量密度 $0.239 \times 10^{-5} \text{kg/cm}^3$) の底辺中央に I.C.I. No. 6 火薬を付けて爆発させたものである. 図 1 はそのような実験での破片を集めて, 組み合わせた破壊後の石こう三角形板を示す. この図から爆発点に近い部分の石こうは飛び散って穴ができていますが, 爆発点の上に一本か二本の明確な縦き裂が, あるところまで進展し, その後左右に分かれている. また頂角 20°

* 原稿受付 1997 年 10 月 1 日.

^{*1} 正員, 金沢大学工学部(☎ 920-8667 金沢市小立野 2-40-20).^{*2} 正員, 金沢大学大学院.

Fig. 1 Fracture in 1 in thick plaster of Paris triangles loaded with No. 6 detonators

と30°の場合、頂角付近にスポーリング現象が起きていることが分かる。本研究はこれらの中で典型的な多重破壊を示した頂角20°の三角形石こう板を対象に、その多重破壊挙動をDEMで解析してみることにする。

3. DEMによる三角形石こう板の破壊解析

3.1 DEMについて FEMは1つのき裂発生までは予測できるが、図1のような複数のき裂の発生順序やその伝播などを把握できない。これに対して、DEMは連続体から離散体までの破壊挙動解析に有効な方法であることが知られている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。DEMの場合、解析対象物の構成物体一つ一つを剛性要素として表現し、材料の持つ弾性的および非弾性的性質を剛体の接触点間に挿入したばね（弾性定数 K ）と粘性ダッシュポット（減衰定数 η ）で表現する（図2参照）。このとき、一つの要素（半径 R 、質量 m 、慣性モーメント I ）に注目すれば、外力 $f(t)$ と外力モーメント $g(t)$ が作用するときその並進（ u ）および回転（ φ ）に関する運動方程式は次式で表される。

$$m[\ddot{u}]_i + \eta[\dot{u}]_i + K[u]_i = f(t) \quad \cdots \cdots (1.a)$$

$$I[\ddot{\varphi}]_i + \eta R^2[\dot{\varphi}]_i + K R^2[\varphi]_i = g(t) \quad \cdots \cdots (1.b)$$

与えられたすべての要素について、同様な運動方程式を構成し、これらを連立して解くことによって対象物体の変形、き裂発生から分離までの挙動を解析できる。しかしながら、通常一つの要素は周囲の数個の要素と接触しているため、式(1)の η や K はそれら数個の節点に挿入されたばねやダッシュポットの合成されたものとなり、解くことが困難である。そこでこのような個々の要素の運動方程式を差分近似し、次のように時刻 t の慣性項で表現し時間増分 Δt ごとに逐次計算を進める方法を用いる。

Fig. 2 Discrete element model

$$m[\ddot{u}]_i = F(t - \Delta t) \quad \cdots \cdots (2.a)$$

$$I[\ddot{\varphi}]_i = G(t - \Delta t) \quad \cdots \cdots (2.b)$$

ここに $F(t - \Delta t)$ と $G(t - \Delta t)$ は Δt 前の時刻に接触している複数の隣接要素から着目要素に作用する力と要素に直接作用する外力の合力と合モーメントである。式(2.a)より現在の時刻 t の加速度 $[\ddot{u}]_i$ を求め、これらを順次数値積分することにより速度 $[\dot{u}]_i$ 、変位 $[u]_i$ そして要素中心の座標を求めることができる。回転についても式(2.b)から同様に求めることができる。要素間の弾性力に対応する強度を超えた時点で、この二つの要素間に破壊があったとする。

3.2 解析モデル 解析モデルとして、図3に示すような頂角20°、底辺長14.38cm、厚み2.54cmの石こう三角形板を対象に、実験時の支持条件を考慮して無支持状態にする。底辺の真ん中に上向きの爆発力が作用しているとする。DEM解析を行うためにまずこの三角形板を図3に示すように半径 $r=0.266$ cm、奥行き2.54cmの六角形配置の様な円柱剛要素1158個に分割する。そして最下層の真中の要素に、上方へ向かう爆発荷重 P を作用させる。実験での爆発力を正確に把握することは難しいが、本研究はこれを図4に示すような三角形荷重に近似した。この持続時間 t_1 、ピーク値 P_{max} を決めれば荷重が決まる。解析用の主なパラメータは表1に示す。また計算時間を短縮するためにモデルの対称性を利用した。

3.3 解析結果 実験に対応した爆発力としての P_{max} や t_1 を具体的に決めることは難しいが、それら P_{max} と t_1 の組み合わせを種々変化させることは可能である。そこでまず石こうの強さと試算したモデルに発生する応力を考慮し、その基本条件として P_{max} を5500N、 t_1 を500 μ sに設定する。 $\Delta t=0.042\mu$ sとして、爆発荷重が作用してから10msまで解析した。その破壊挙動を図5に示す。爆発してから1msで、爆発点の真上に爆発点を

Fig.3 Analytical model

Fig.4 Explosive load

中心とする下開きの半円状のき裂ができ、また頂点に近いところでスポーリング現象の起きていることが図 5(a)より確認できる。2ms (図 5(b)) になると、爆発点近傍の要素が固まりとして下へ飛び出し、爆発点をすこし離れた真上に一本の縦き裂が生ずる。その後 3ms (図 5(c)) になると、縦き裂の上方向への伝播が進む。さらに 10ms になると、この縦き裂が二本に分かれて、左右に伝播していくことがはっきり確認される (図 5(d))。また以上発生したき裂はすべて引張応力破壊によることも解析で明らかになった。さらに図

Table.1 Basic constants used in calculation

Name of constant	Plaster of Paris
Material density(kg/m ³)	2.39
Young's modulus(GPa)	1.6
Poisson's ratio	0.24
Tensile strength σ_t (MPa)	0.96
Compressive strength σ_c (MPa)	7.3
Radius of elements(cm)	0.266
Number of elements	1158
Normal spring constant K_n (MN/m)	23.01
Shearing spring constant K_s (MN/m)	9.28
Time interval Δt (μ s)	0.042

5(d)の結果は図1に示す頂角20°の実験での破壊状況とほぼ一致しており、DEM解析方法の有効性も確認される。

次に爆発パルスのピーク値と持続時間をそれぞれ変えて計算した結果を示す。図 6 は持続時間 t_1 を 500 μ s に固定し、ピーク値 P_{max} を 5500N から 3500N (図 6(a))、7500N (図 6(b)) に変化させて計算した荷重負荷後 10ms 時の破壊挙動を示す。図 6 と図 5(d) から、図 6(a) の場合、左右対称軸にある上下方向のき裂がほとんど生じていないのに、図 6(b) では上下方向のき裂が図 5.d よりさらに明確に生じている。このことから P_{max} がある程度以上にならないと縦き裂の生じないことが分かる。

図 7 は P_{max} を 5500N に固定し持続時間 t_1 を 500 μ s から 300 μ s (図 7(a)) と 700 μ s (図 7(b)) にして求められた 10ms 時の破壊挙動を示す。図 7 と図 5(d) からスポーリング破壊の発生場所はパルスの持続時間 t_1 に影響され、 t_1 が長ければ長いほど頂点から遠くなることが分かる。

4. 多重破壊現象のメカニズムについて

4・1 三角形板頂点付近のスポーリング現象 三角形頂点付近のスポーリング現象の発生メカニズムを明らかにするためスポーリング発生までの対称軸上の応力分布の時間変化とスポーリング発生位置の応力の時間変化を求める必要がある。本研究は個別要素法を用いた解析であるから、ここでその応力の算出方法について簡単に説明しよう。図3に示すように三角形板の対称軸方向の要素配置は六角形配置で83層の円柱剛要素からなっている。その底辺から第N層から第N+2層間の対称軸上の要素配置状態を図8に示す。ここでこの図における対称軸上のI要素とJ要素間の法線方向

Fig.5 Explosive fracture behavior of plaster of Paris triangles by DEM

Fig.6 Fracture patterns by changing explosive loads (t_1 is constant) Fig.7 Fracture patterns by changing explosive loads (P_{max} is constant)

弾性力とその2要素間の接触面積 A_c の比を対称軸上節点 N の軸方向応力と定義する。このようにして定義した図5のモデルの対称軸上の応力分布の時間変化を図9に示す。ここで圧縮応力は正、引張応力は負としている。図9の $t=0.3\text{ms}$ の応力分布を見ると、まだ爆発力の影響が大きく、爆発点付近には大きな圧縮応力があり、それを離れるにつれて、節点30ぐらいまで急激に減少してゆく。それからこれは周期圧縮波に変わるが、それは頂点までには届いていない。 $t=0.5\text{ms}$ になると、爆発力がゼロになり、荷重点付近の圧縮応力は小さいが、節点30あたりからこれが大きくなり、その最大値は三角形板の頂点に近づく。 0.6ms になると、圧縮波の大きさは全域でかなり小さなものとなっている。その後圧縮波が自由境界での反射により引張波に変わって、その大きさが増加しながら頂点から底辺に伝播していく。 0.737ms になると節点60(第60層と61層の対称軸上の節点)の引張応力は石こうの引張強さに達しており、この時刻に、この位置で引張破壊(スポーリング破壊)が発生したと言える。

Fig.8 Element layout

Fig.9 Changes of stress distribution with the lapse of time on symmetric axis

この引張破壊が発生した位置(図5(a)での60層要素1048と61層要素1056間)の応力の時間変化を図10に示す。この図から爆発力が作用して0.2msを過ぎたら圧縮応力が伝播してきており、その後だんだん

Fig.10 Changes of stress between elements 1048 and 1056 with the lapse of time

Fig.11 Changes of stress distribution of the spalling component with the lapse of time

Fig.12 Changes of stress distribution of A-A layer with the lapse of time

Fig.13 Changes of stress distribution of B-B layer with the lapse of time

これが大きくなる．そして 0.45ms ごろに最大値に達した後減少し，0.63ms ごろに引張応力に変わってこれが増加していく．0.737ms になるとその値は石こうの引張強さに達し，引張破壊が起こったと言える．解析ではこの引張破壊が発生するより若干早く，この位置の Y 方向断面両側で既に引張応力破壊の生じたことも分かっている．

次に図 11 はスポーリングによって飛び離れた頂点部分の，スポーリング発生前後の対称軸上の応力の時間変化である．横軸の目盛は図 9 と同じで，起点 60 はスポーリングの発生した位置を示す．この図から 0.7ms ではまだスポーリングが生じていないので起点には 0.6MPa の引張応力が作用している．0.8ms になるとスポーリングが発生したことによって，起点の応力はゼロになり，この付近は圧縮応力域に変わる．そして 0.9ms で，この部分全体が圧縮応力を受けることになり，1.1ms になると，また全体的に引張応力が発生してくる．このように繰り返して発生する引張応力が石こうの強さを越えれば第 2 のスポーリング破壊が生ずるものと考えられる．そしてそのような連続してスポーリング現象の生ずる実験結果も知られている⁽⁴⁾．つまり多重破壊は発生する応力分布の正確な把握により予測できるが，その応力分布は順次破壊していく過程も考慮したものでなければならぬことが分かる．

4・2 縦き裂の発生と伝ばメカニズム 縦き裂の発生メカニズムを明らかにするために最初に縦き裂の生じた節点での A-A 層 (図 5(b)) の Y 方向の応力分布の時間変化を図 12 に示す．横軸は左からの要素間接触点番号，縦軸は要素間法線方向の弾性応力を表す．この図からみると衝撃を受けてから A-A 層両側近傍の要素は圧縮応力，中央部の要素は引張応力を受けていることが分かる．そして最大引張応力は常に A-A 層の中央で生じている．時間がたつにつれて，引張応力を

受ける範囲はだんだん両側に広がってゆき，しかも中央部の引張応力は速やかに大きくなる．0.952ms になると，その最大引張応力は石こうの引張強さに達し，A-A 層の中央で引張破壊が発生したと言える．その後このき裂は上下方向に伝播していく．以上の考察から明らかなように，縦方向き裂の生じた時点 ($t=0.952\text{ms}$) では，試料上方部で既にスポーリング破壊 ($t=0.737\text{ms}$) は生じている．しかしこの破壊が縦き裂を誘起させる応力と種類も異なりその分布にほとんど影響を与えないことからこの破壊が独自に生じたものと言える．また図 13 は図 5(d) の B-B 層要素間の Y 方向応力分布の時間変化である．これから分かるように，先の A-A 層のその分布と異なり，この位置では時間の経過と共に，引張応力の最大値は試験片中央から，両側へ移動していく．このため，早い時間で中央に発生した縦き裂もしだいに両側へと分岐してゆくものと考えられる．

5. 結 言

本研究は DEM を用いて周辺無支持の石こう三角形板の底辺中央に爆発力を作用させた場合の爆発破壊挙動を解析した．そしてその破壊挙動からぜい性材料板の多重破壊現象のメカニズムの分析を行い，下記の結論を得た．

- (1) 解析結果は Al-Hassani らの実験結果によく似ていることから，ここで用いた解析方法としての DEM の有効性が確認できた．
- (2) DEM による解析結果から，ぜい性材料板の衝撃破壊はすべて引張応力破壊であることが分かった．
- (3) 石こう三角形板の爆発破壊パターンは形状だけでなく爆発力の波形 (三角波の場合，ピーク値と持続時間) にも大きく左右されることが確認された．
- (4) ぜい性材料板の多重破壊現象は破壊状況も考慮した時間的に変化する正確な試料全体の応力分布を求めることで明らかにすることができる．

参考文献

- (1) KAWAI, T. Journal of the Seisan Kenkyu, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Vol. 29, No. 4 (1977), 208-210.
- (2) AL-HASSANI S. T. S., JOHNSON, W. and NASIM, M., J.M.E.S., 14(1972), 173-183.
- (3) JOHNSON, W., Impact Strength of Materials, (1972) Edward Arnold, London, 63-80.
- (4) 木山英郎・ほか1名，土木学会論文報告集，No.333(1983-5), 137-139.
- (5) 尾田十八・ほか2名，機論63-607, A(1997), 178-183.
- (6) LANDON, J. W. and QUINNEY, H., Proc.R.Soc., A.103, 622(1923).
- (7) 尾田十八・ほか4名，機論56-524, A(1990), 924-929.