短繊維を含む二相材料の二次元メソ解析*

都 井 裕^{*1}, 李 廷 権^{*2}2-D Mesoscopic Simulation of Two-Phase Materials
Containing Short Fibers

Yutaka TOI and Jeoung-Gwen LEE

The two-dimensional mesoscopic simulation method previously proposed by one of the authors for brittle microcracking solids is applied to the analysis of two-phase materials containing short fibers. Numerical results are presented to demonstrate validity of the proposed method. The effect of elastic property, slenderness, volume fraction, fiber-end cracks and orientation-distribution function of short fibers on overall elastic properties of two-phase materials has been studied. The microcracking behavior under tensile, shear and bending stress conditions accompanied by crack deflection, crack bridging and fiber pull-out has also been analyzed by the proposed mesoscopic simulation method.

Key Words: Computational Mechanics, Composite Material, Micromechanics, Short Fiber, Two-Phase Material, Microcrack, Mesomechanics

1. 序

多相材料は、個々の構成要素では達成し得ない性質を複合効果によって得られるという利点を有するが、複合化によりその力学的挙動はより複雑となる。短繊維分散形の二相材料は、含有短繊維の方向性、含有率、長さなどに依存して材料内部に不均質性、異方性が発現するため、その力学的評価には多くの困難が伴う。Takao⁽¹⁾⁽²⁾らは、Eshelby⁽³⁾の等価介在物法に基づき、三次元短繊維ランダム分散形材料の力学特性に関する解析を行い、また短繊維一方向配列形材料に対しては繊維端クラックの効果を考慮している。

一方、著者の一人はマイクロクラッキングを伴う多結晶脆性固体に対し、計算不連続体力学モデルである剛体・ばねモデルを用いた二次元および三次元メソ解析手法を考案し、様々なマクロ応力下におけるマイクロクラッキング脆性固体の損傷挙動をメソスケール(多結晶体の場合は結晶粒スケール)で直接解析するとともに、その結果を用いて既存の連続体損傷力学モデ

ルの評価と改良を試みてきた^{(4)~(7)}。

本研究では、短繊維分散形の二相材料において観察される様々な力学現象、すなわち、短繊維の方向性、含有率、繊維端クラックなどが強度や剛性に及ぼす影響、あるいは母材クラック、繊維破断、繊維の引抜けなどによるクラック偏向、繊維架橋のような力学挙動に対し、メソスケール(この場合は短繊維長スケール)の直接解析を試みる。

2. 二次元メソ解析モデル

2.1 二相材料モデル 短繊維を含む二相材料のメソ解析モデルは、図1に示すような母材モデルと短繊維モデルから成る。母材モデルは一様分布ランダム母点に基づくヴォロノイ分割により任意多角形メッシュとして生成し、短繊維モデルはその任意多角形要素の母点間に位置するものと仮定する。解析モデルとしては計算不連続体力学モデルである剛体・ばねモデルを用いる。すなわち、母材モデルにおいては任意多角形要素と要素境界線をそれぞれ、剛体要素とそれを結合するばね系に置換する。結合ばね系は、並進相対変位に抵抗するばね k_x^e, k_y^e と回転相対変位に抵抗するばね k_θ^e から成る。また、短繊維モデルについても同様に、母点間距離を長さとする短繊維に対し、母材要

* 原稿受付 1996年11月20日。

^{*1} 正員、東京大学生産技術研究所(☎106-8558 東京都港区六本木7-22-1)。^{*2} 正員、東京大学大学院。

(a) Matrix model

(b) Short fiber model

Fig. 1 Two-dimensional mesomechanics model

素境界線上で3種類のばね k_d^f , k_s^f および k_r^f により結合された剛体要素を仮定する。この解析モデルにおいては、母材要素と短繊維要素はともに剛体として一体的に運動することになり、繊維端クラック、繊維引抜けなどの母材・短繊維間の変位の不連続性は直接的には考慮されないが(間接的には考慮される)、総自由度数はそれだけ低減されることになり、多数の短繊維を含む二相材料の力学挙動に対するメソ力学モデルとしての実用性を重視した選択である。短繊維モデルの適当な配置により、短繊維の幅、方向、含有量などをほぼ任意に設定できる。なお、上述の説明からも明らかなように、本メソ解析モデルにおける一要素は一結晶粒を意味しておらず、単に連続的な母材を計算不連続体力学モデルで要素分割した場合の一要素に過ぎない。ヴォロノイ分割に基づく計算不連続体力学モデルを用いた理由は、ランダムな方向性を有するマイクロクラックの陽的表現を可能にするためである。

2.2 計算法 図1(a)に示す母材モデルにおける、3種類のばね k_d^m , k_s^m および k_r^m により結合された隣接多角形要素の相対変位成分3自由度に関する増分形剛性方程式の誘導手順は、文献(4)と同様である。

さらに、短繊維要素の相対変位成分3自由度を考慮すると、相対変位増分ベクトル $\{\Delta d\}$ は次式により計算される。

$$\begin{aligned} \{\Delta d^m\} &= [B^m] \{\Delta u_e\} \\ \{\Delta d^f\} &= [B^f] \{\Delta u_e\} \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、各成分の具体形は次のように表せる。

$$\{d^m\}^T = [\delta_n^m \quad \delta_t^m \quad \phi^m]$$

$$\{d^f\} = [\delta_n^f \quad \delta_t^f \quad \phi^f]$$

$$\{u_e\}^T = [u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2]$$

$$[B^m] = \frac{1}{l_{43}} \begin{bmatrix} y_{43} & -x_{43} & \Delta_{13} & -y_{43} & x_{43} & \Delta_{16} \\ -x_{43} & -y_{43} & \Delta_{23} & x_{43} & y_{43} & \Delta_{26} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[B^f] = \frac{1}{l_{43}} \begin{bmatrix} y_{43} & -x_{43} & 0 & -y_{43} & x_{43} & 0 \\ -x_{43} & -y_{43} & 0 & x_{43} & y_{43} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2\Delta_{13} = (x_{31} + y_{41})x_{43} + (y_{31} + y_{41})y_{43}$$

$$2\Delta_{23} = -(y_{31} + y_{41})x_{43} + (x_{31} + x_{41})y_{43}$$

$$2\Delta_{16} = -(x_{32} + y_{42})x_{43} - (y_{32} + y_{42})y_{43}$$

$$2\Delta_{26} = (y_{32} + y_{42})x_{43} - (x_{32} + x_{42})y_{43}$$

ここで、 x_{43} , y_{43} は l_{CD} の x および y 方向長さで、 m , f の添字はそれぞれ母材と短繊維を示す。 δ_n^m , δ_t^m , ϕ^m , δ_n^f , δ_t^f , ϕ^f はそれぞれ境界線 CD に対する母材および短繊維の垂直、水平方向および回転相対変位である。

各相対変位成分に抵抗するばねに生ずる内力増分ベクトル $\{\Delta S\}$ と相対変位増分ベクトル $\{\Delta d\}$ の関係は、次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \{\Delta S^m\} &= [D^m] \{\Delta d^m\} \\ \{\Delta S^f\} &= [D^f] \{\Delta d^f\} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、

$$\{\Delta S^m\}^T = [N^m \quad F^m \quad M_\phi^m]$$

$$\{\Delta S^f\}^T = [N^f \quad F^f \quad M_\phi^f]$$

$$[D^m] = [k_d^m \quad k_s^m \quad k_r^m]$$

$$[D^f] = [k_d^f \quad k_s^f \quad k_r^f]$$

ただし、「 $\dots$ 」は対角マトリックスを意味する。

以上の関係式を要素境界線 CD のばね系に対する増分形の仮想仕事式に代入すると、次の増分形剛性方程式を得る。

$$[K] \{\Delta u_e\} = \{\Delta f\} + \{f_r\} \quad (3)$$

ここに、

$$\begin{aligned} [K] &= [K^m] + [K^f] \\ [K^m] &= [B^m]^T [D^m] [B^m] \\ [K^f] &= [B^f]^T [D^f] [B^f] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \{f_r\} &= \{f_r^m\} + \{f_r^f\} \\ \{f_r^m\} &= -[B^m]^T \{\Delta S^m\} \\ \{f_r^f\} &= -[B^f]^T \{\Delta S^f\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\{\Delta f\}$ は外力増分、 $\{f_r^m\}$ と $\{f_r^f\}$ は増分解析の前ステップにおいてマイクロクラックが発生したばね系に対する解放力ベクトルである。

なお、式(2)中のばね定数は次のように計算される。

(1) 短繊維がない場合(母材のみ)

$$\left. \begin{aligned} k_d^m &= E_m l_{CD} / (d_1 + d_2) \\ k_s^m &= k_d^m / 2(1 + \nu_m) \\ k_r^m &= k_d^m l_{CD}^3 / 12 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(2) 短繊維がある場合

(a) 母材部分

$$\left. \begin{aligned} k_d^m &= E_m (l_{CD} - w) / (d_1 + d_2) \\ k_s^m &= k_d^m / 2(1 + \nu_m) \\ k_r^m &= k_d^m l_{CD}^3 / 12 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(b) 短繊維部分

$$\left. \begin{aligned} k_d^f &= E_f w / (d_1 + d_2) \\ k_s^f &= k_d^f / 2(1 + \nu_f) \\ k_r^f &= k_d^f l_{CD}^3 / 12 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 l_{CD} は要素境界線の長さ、 w は短繊維の幅、 d_1 と d_2 はそれぞれ、図1の点AおよびBから境界線CDに下ろした垂線の長さである。また、 E_m , E_f , ν_m , ν_f はそれぞれ母材と短繊維のヤング率およびポアソン比である。

上式はマイクロクラックが発生していない要素境界線におけるばね定数を与えているが、これらの値を適宜コントロールすることによりマイクロクラックの発生、閉鎖、表面摩擦の効果などを簡単に計算に取り込むことができる⁽⁴⁾。母材におけるマイクロクラックの発生、短繊維の破断、短繊維の引抜けなどについては、要素境界線の母材部分と短繊維部分におけるそれぞれの垂直応力あるいは相当応力により判定する。ばね定数に関する具体的な計算手順については、3・2節に記述する。

3. 計算結果と考察

3・1 マクロ弾性係数の変化

3・1・1 短繊維の方向性と含有量の影響 図2に短繊維を20%含む2000要素数の二相材料モデルを示

Fig. 2 Mesh subdivision (2 000 elements, $A_f=0.2$)

す。このような正方形固体に単軸引張応力を与え、そのマクロ弾性係数(以下では単にヤング率、ポアソン比と記述する)をメソ解析により数値的に評価した。

図3に短繊維含有率 A_f とヤング率(E_e)、ポアソン比(ν_e)の関係に関する計算結果を示す。計算では、解の要素数依存を考慮して500, 1000および2000要素の3種類のメッシュを使用して解の収束を確認した。ここに、 E^* , ν^* はそれぞれ母材のみの場合のヤング率とポアソン比である。材料の物性値は、Carbon短繊維を含むPolyamideを想定して、 $E_f/E_m=20$, $\nu_f/\nu_m=0.75$ の値を用いる。また、短繊維のアスペクト比 l/w (l は短繊維の長さ)は2.0, 方向はランダムであると仮定する。図3より、2000要素程度でほぼ収束解が得られていることがわかる。

一方向長繊維のように繊維の方向性が一意的なものとは異なり、本計算モデルのようにランダム分散形の場合は短繊維の方向分布の影響を把握する必要がある

(a) Overall Young's modulus E_e

(b) Overall Poisson's ratio ν_e

Fig. 3 Overall elastic properties ($E_f/E_m=20.0$, $\nu_f/\nu_m=0.75$, $l/w=2.0$)

Fig. 4 Orientation distribution functions for the case of $\alpha = 90^\circ$

(a) Overall Young's modulus E_e

(b) Overall Poisson's ratio ν_e

Fig. 5 The variation of overall elastic properties with fiber distribution limit angle α ($E_f/E_m=100.0$, $\nu_f/\nu_m=0.4$, $l/w=2.0$)

る。したがって、図4に示すような一様分布関数と実際の分布に近いと思われるCosine形分布関数⁽⁸⁾の2種類について計算した。ここに、 β は荷重方向と短繊維方向の成す角度であり、 α はその限界値である。 A_f は母材面積に対する短繊維面積の割合である。図4で

Fig. 6 Overall Young's modulus versus fiber area fraction ($E_f/E_m=100.0$, $\nu_f/\nu_m=0.4$, $l/w=2.0$)

は $\alpha = 90^\circ$, $A_f = 0.2$ である。

図5は、短繊維含有率 $A_f = 0.2, 0.4$ に対して2種類の方向分布関数を用いて、 α によるヤング率およびポアソン比の変化を計算した。それぞれ $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$ の場合のヤング率(E^*)とポアソン比(ν^*)を基準としている。繊維の方向がより多く荷重方向と一致する場合に剛性への寄与が大きいと予想されるが、この計算結果においても文献(1)と同様に、同一限界角度と含有率では一様分布よりCosine形分布の方が高いヤング係数値を与えている。ポアソン比も定性的にはヤング率の変化と同様である。

図6は、限界角度 $\alpha = 30^\circ$ および 90° の場合の2種類の方向分布関数による短繊維含有率とヤング率の関係であり、母材のヤング率(E_m)を基準にしている。物性値としては $E_f/E_m=100.0$, $\nu_f/\nu_m=0.4$, $l/w=2.0$ を用いた。含有率が増大するとCosine形分布の方が荷重方向と一致する繊維が多くなるので、一様分布との差が拡大することがわかる。また、予想されるように、同一の短繊維含有率では $\alpha = 90^\circ$ で一様分布の場合が最小値を与えている。図6の結果は文献(1)の解析結果と定性的には完全に対応している。

3・1・2 短繊維先端クラックの影響 短繊維を含む二相固体には繊維の周囲にクラックが生じる可能性が高い。特に、短繊維が一方向に配列された場合は、図7に示すように短繊維の両端部がクラックの発生点になり、さらに進展する現象が見られる⁽²⁾。Takao⁽²⁾らは、このようにして生じたクラック直径が短繊維径より大きいものを想定し、端部クラックを伴う繊維をクラックを伴わないより短い繊維と仮定することによって、巨視的弾性係数に及ぼす効果を検討した。

Fig. 7 Fiber-edge cracks

本研究におけるメソ力学モデルでは、各要素境界線、すなわち短繊維の中央部においてしかクラックを表現できないため、繊維端クラックについては、クラック長さが大きくなるほど繊維の剛性に対する寄与度が小さくなることを想定し、繊維端クラックを伴う短繊維の剛性 $[D_e^*]$ が c/w に依存して次式のように低下することを仮定した。

$$[D_e^*] = [D^*] \left(1 - \frac{c/w}{l_{AB}/w} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 l_{AB}/w は図7に示すように短繊維のアスペクト比であり、 c は繊維端クラックの長さである。また、短繊維はランダムに発生した母点間に存在するので正確に一方に整列させることはできないため、荷重方向との差が5°以内のものを選択した。5°以外の小さな角度を用いても、以下に述べる結果は定性的には変わらないと考える。

図8は、両端部にクラックが生じた繊維の剛性を考慮あるいは無視した場合のクラック長さとヤング率の関係を示す。図中の F_d は、両端部にクラックを伴う損傷繊維数と総繊維数の比であり、 E_i はクラックが存在しない場合のヤング率である。繊維の剛性を考慮した場合、 $c/w=10$ 程度までにヤング率は急激に低下し、以後は緩やかに低下する。また、 F_d が増大すると低下率も増加することが確認される。両端部にクラックが生じた短繊維の影響を単純に取り扱うためその剛性を無視した結果は、 F_d が小さい場合、 c/w が大きい場合に良好な近似となっている。図9は、損傷繊維比 F_d を横軸にプロットしたもので、 c/w が大きい場合に剛性低下が顕著であることがわかる。図8と図9の計算結果は式(9)に依存するが、文献(2)の解析結果と定性的には一致している。

3・2 マイクロクラッキング挙動 本節では、図2に類似した1650要素モデルと26000要素モデルにより短繊維を含む二相材料の単軸引張応力、せん断応力および曲げ応力下におけるマイクロクラッキング挙動

Fig. 8 The variation of overall elastic properties with crack size ratio of the damaged fibers (c/w) ($E_f/E_m=100.0$, $\nu_f/\nu_m=0.4$, $l/w=50$, $A_f=0.2$)

Fig. 9 The variation of overall elastic properties with ratio of the number of the damaged fibers (F_d) ($E_f/E_m=100.0$, $\nu_f/\nu_m=0.4$, $l/w=50$, $A_f=0.2$)

をシミュレートした。

計算は増分理論に従い、母材のマイクロクラッキング、短繊維のはく離などの損傷の発生は、次式により判定している。損傷発生後は後述のように、対応するばね定数を零とし、ばね力の解放計算を行っている。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \sigma_{mc} \\ \sigma_f &= \sigma_{fc} \\ \sigma_d (= \sigma_f) &= \sigma_{dc} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 σ_m 、 σ_f および σ_d はそれぞれ、要素境界における母材の垂直応力、短繊維の垂直応力、および母材・短繊維間のせん断応力であり、 σ_{mc} 、 σ_{fc} 、 σ_{dc} はそれぞれの限界値を表す。 σ_d については、本モデルでは直接評価できないため、 σ_f とバランスしているものと仮定し、 σ_f で代用する。

各損傷の発生の判定および発生後のばね定数の扱い

は以下のとおりである。まず、母材のマイクロクラッキングは、式(10)の第1式により判定し、発生後には式(7)の母材ばね定数を零とする。マイクロクラックの発生に対し、ここでは主要因と考えられる垂直応力成分のみを考慮しているが、せん断応力成分の影響を含めることも容易である。短繊維の破断は、式(10)の第2式により判定し、発生後は式(8)の短繊維ばね定数を零とする。短繊維のはく離は、式(10)の第3式により判定し、発生後は式(8)の短繊維ばね定数を零とする。短繊維の引抜けは、式(10)の第1式と第3式がともに満たされることにより判定し、発生後は式(7)の母材ばね定数および式(8)の短繊維ばね定数をともに零としている。短繊維のはく離の発生に、短繊維に直交方向の垂直応力が考慮されておらず、はく離・引抜けは陽的にはモデル化されていないが、これは本メソ解析モデルにおいて変形の自由度を最少に抑えたことによる制約である。しかしながら、各損傷発生後の

(a) Matrix only

(b) $A_f = 0.4$

Fig. 10 Microcracking patterns under the tensile stress condition for the case of matrix only and $A_f = 0.4$

(a) Effect of fiber area fraction ($E_f/E_m = 1.0$, $\sigma_{fc}/\sigma_{mc} = 10$, $\sigma_{dc}/\sigma_{mc} = 9$, $l/w = 2.0$)

(b) Effect of fiber aspect ratio ($E_f/E_m = 1.0$, $\sigma_{fc}/\sigma_{mc} = 10$, $\sigma_{dc}/\sigma_{mc} = 9$, $A_f = 0.4$)

(c) Effect of interface bonding condition ($E_f/E_m = 1.0$, $\sigma_{fc}/\sigma_{mc} = 10$, $l/w = 8$, $A_f = 0.4$)

Fig. 11 Stress-strain relationship under tensile loading condition

応力再配分はほぼ適切にモデル化されていると考えられ、後述のように(3・2・1項)実験結果に基づいて各限界値を設定することにより、定量的にも良好な精度が期待される。

3・2・1 単軸引張応力下のマイクロクラッキング挙動 図10に、母材のみ、および短繊維を40%含む二相固体のマイクロクラック進展図を示す。負荷の増加に伴い最弱位置からマイクロクラックが発生する。短繊維を含む要素境界部分においては、母材、短繊維の破断および母材・繊維間のはく離のそれぞれの条件により、母材のみにマイクロクラックが生じる繊維架橋、母材と繊維の界面にはく離が起こる繊維引抜けなどが起こる。また、繊維補強によりクラックが生じにくくなる代わりに繊維がない所でクラックが生じやすくなるクラックの偏向などが現れる。

図11は巨視的応力・ひずみ関係に関する計算結果である。図11(a)より、短繊維含有率が增大するに伴い残留強度が高くなっていることがわかる。ここで用いた物性値は、 $E_f/E_m=1.0$, $l/w=2.0$, $\sigma_{fc}/\sigma_{mc}=10.0$, $\sigma_{dc}/\sigma_{mc}=9.0$ である。また、短繊維含有率を40%に固定し、アスペクト比(l/w)を変化させた結果が図

Fig. 12 Stress-strain relationship under shear stress condition ($E_f/E_m=1.0$, $\sigma_{fc}/\sigma_{mc}=10$, $\sigma_{dc}/\sigma_{mc}=9$, $l/w=2$)

Fig. 13 Three-point bend model

11(b)である。本メソ解析モデルでは母点間にしか繊維が存在し得ないので、 l/w を大きくすると繊維数が増加するため、脆性的挙動から延性的挙動に変化している。図11(c)は、引抜け条件を変えて計算した結果である。母材・繊維間の接着力を増すと、クラックが進展しにくくなり、延性的な傾向が現れる。

3・2・2 せん断応力下のマイクロクラッキング挙動

図12は、3・2・1項と同じモデルに単純せん断応力を加えて計算した結果である。図より、引張応力の場合と同様に、短繊維含有率の増加に伴い、破断応力後の残留強度が延性的に増加することが確認される。

3・2・3 三点曲げ応力下のマイクロクラッキング挙動 岸本ら⁽⁹⁾は、図13に示す三点曲げ問題で炭素系短繊維と熱塑性材料である Polyimide からなる複合材料の破壊靱性実験を実施している。本項では、提案手法によりこの問題を解析し、定量面での有用性を検討した。

すなわち、ヴォロノイ分割法より生成された二次元メソ解析モデルに曲げ応力を負荷し、そのマイクロクラッキング挙動をシミュレートした。しかしながら、母材と短繊維の寸法に忠実なメッシュを用いると大規模計算となるため、短繊維の寸法を大きく仮定した(実際の寸法: $l/w=0.13/0.008=16.25$, 仮定した寸法: $l/w=0.572\ 25/0.038\ 15=15$)。また、本解析は二次元解析であるため、実験結果とは定性的に比較することとした。材料の物性値は $E_f/E_m=40$, $\sigma_{fy}/\sigma_{my}=16$, $\sigma_{fc}/\sigma_{mc}=24$, $\sigma_{dc}/\sigma_{mc}=0.7$, $l/w=15$ と仮定した。

(a) Matrix only

(b) $A_f=0.2$

(c) $A_f=0.3$

Fig. 14 Microcracking patterns under bending stress condition

Fig. 15 Load-displacement curves of matrix only, $A_f=0.2$ and $A_f=0.3$

ここに、添字 my , f_y は母材と繊維の降伏応力を意味する。他の記号は前項と同様である。本項では、母材が弾塑性材料のため、要素境界部の母材・弾性ばねが降伏した後は、これを塑性ばねに置き換えて計算を続行した。

図 14 と図 15 は計算結果である。図 14 は、曲げ応力下におけるマイクロクラック進展図である。本モデルでは母材と短繊維のばねが同一場所にあるため、母材と短繊維のクラックあるいは母材・繊維間の引拔けを図上では区別できないが、短繊維の引拔けが多く発生している。ここでも前節同様に、短繊維を多く含むことによりクラックの進展が抑えられていることがわかる。図 15 は、曲げ応力下における荷重・変位曲線である。母材と繊維の弾性係数に関する入力データは、初期剛性が実験結果とほぼ一致するように決定さ

れている。本メソ解析結果と実験結果は二次元と三次元の違いおよび寸法差にも関わらず良好に対応しており、この種の解析の有効性が示唆される。

4. 結 論

分散形短繊維を含む二相材料に対する二次元メソ解析手法を提示し、巨視的弾性係数および引張応力、せん断応力、曲げ応力下におけるマイクロクラッキング挙動に関し解析した。これらの計算から本メソ解析モデルにより、短繊維の方向性、含有率、先端クラックなどがマクロ弾性係数に及ぼす影響、およびクラック偏向、繊維架橋、繊維の引抜けなどを伴うマイクロクラッキング挙動をほぼ適切にシミュレートし得ることが確認された。

文 献

- (1) Takao, Y., Chou, T. W. and Taya, M., Effective Longitudinal Young's Modulus of Misoriented Short Fiber Composites, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **49**(1982), 536-540.
- (2) Takao, Y., Taya, M. and Chou, T. W., Effects of Fiber-End Cracks on the Stiffness of Aligned Short-Fiber Composites, *Int. J. Solids Struct.*, **18**(1982), 723-728.
- (3) Eshelby, J. D., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems, *Proc. R. Soc. London, A* **241**(1957), 376-396.
- (4) 都井裕・諸正信, 機論, **59**-557, A(1993), 240-247.
- (5) 都井裕・諸正信, 機論, **59**-557, A(1993), 248-255.
- (6) 都井裕・清末考範, 機論, **59**-568, A(1993), 2858-2865.
- (7) 都井裕・清末考範, 機論, **59**-568, A(1993), 2866-2871.
- (8) 田谷稔, 機論, **57**-535, A(1991), 3-8.
- (9) Kishimoto, K., Notomo, M. and Koizumi, T., Fracture Toughness of Short Carbon Fibre Reinforced Thermoplastic Polyimide, *Eng. Fract. Mech.*, **49**(1994), 943-952.