Kaye 法を援用した微粒子の断面形状不規則性に関する フラクタル定量解析法*

酒井達雄^{*1}, 藤川雅史^{*2}

Fractal Analysis of Sectional Shape Irregularity of Small Aggregates Combined with Kaye's Method

Tatsuo SAKAI and Masashi FUJIKAWA

The shape irregularities of graphite particles and ceramic aggregates are separately analysed by the different procedures in the last papers. In order to establish the common analytical procedure, the concept of fractal analysis was combined with Kaye's method and Fourier analysis in the present study. Three kinds of graphite particles in cast iron and two kinds of ceramic aggregates processed by different methods were here employed as samples. The shape irregularity of each object was actually analysed by the present method, and the excellent applicability was successfully confirmed. It is finally found that the shape irregularity of the actual aggregates is effectively evaluated by the combination of the microscopic and macroscopic aspects of the shape irregularity.

Key Words: Fractal, Kaye's Method, Shape Irregularity, Fractal Dimension, Cast Iron, Graphite, Ceramic Aggregate

1. 緒言

新しい空間論として Mandelbrot によって提唱された「フラクタル」の概念⁽¹⁾⁽²⁾は形状や時間的変動の不規則性に対する定量解析法として有効であり、理学・工学^{(3)~(11)}に限らず、生物学⁽²⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾や経済学⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾等の分野でも広く応用されている。

著者らは先に安全ガラスの複雑破壊における破壊形態の定量評価をはじめ、セラミックス粒子や黒鉛粒子の形状不規則性の定量評価に関して、「フラクタル」を応用した解析法を提案し、その有効性を確認した^{(16)~(18)}。前報^{(16)~(18)}では、対象とした課題ごとに個別の解析法を用いており、手法ごとに得失があることがわかった。そこで、本研究では評価対象として铸铁内部に含まれる黒鉛の形状と、耐火レンガの素材に用いるセラミックス粒子の形状に関してこれらを統一的に評価するための新たな定量的解析法を検討した。

铸铁は形状が複雑で機械加工による成形が困難な製品や部品を簡単かつ安価に成形できることから、従来

より広く利用されてきた^{(19)~(21)}。このような铸铁には内部に黒鉛が含まれており、その形状が溶湯処理、化学成分、熱処理条件等により大きく変化する。铸造時に添加剤を用いなかった場合黒鉛は片状になり、これは片状黒鉛铸铁と呼ばれる。また、球状化剤を添加することで黒鉛を球状に晶出させ、引張強さ・靱性・被削性・耐摩耗性を向上させたものを球状黒鉛铸铁と呼び、熱処理により鋼に匹敵する機械的性質も得られるので機械構造用材料としてよく用いられている^{(22)~(25)}。しかし、球状黒鉛铸铁は溶湯の流れが悪く凝固時の縮み代が大きくなるという欠点を持つので、中間的な黒鉛形状を持つ CV 黒鉛铸铁 (Compacted Vermicular Cast Iron) が利用されることも多い⁽¹⁹⁾⁽²¹⁾。

次にセラミックスは耐熱性が高く、高温にさらされる構造用材料として広く用いられており、耐火レンガ・耐火タイル等の耐火物としても利用されている⁽²⁶⁾。このようなセラミックスは粒径数 mm 程度の粒子を焼結してつくられており、粒子の形状もその製法により球形、角形など様々に変化する。その表面性状についてもざらついたり、つるつるしていたりしている。このような粒子形状や表面性状はセラミックスの強度や熱衝撃特性に大きな影響を与える重要因子と考えられる⁽¹⁷⁾。

* 1997年3月31日 第75期通常総会講演会において講演、原稿受付 1997年10月20日。

^{*1} 正員、立命館大学理工学部(☎525-8577 草津市野路東111)。

^{*2} 正員、立命館大学大学院。

本報では前報⁽¹⁸⁾で巨視的な形状不規則性を定量評価するために援用した Kaye の方法⁽⁸⁾⁽²⁷⁾をさらに発展させて、巨視的形状特性のみならず、微視的な形状不規則性に対してもこれを利用し、より一般的な定量的評価法を開発した。また、鋳鉄内の黒鉛形状と、セラミックスの素材粒子の形状不規則性について、本法による定量解析を行い、その有効性を確認した。

2. 解析対象

本研究では、形状不規則性の解析対象として、最初に片状黒鉛鋳鉄、CV 黒鉛鋳鉄、球状黒鉛鋳鉄の各鋳鉄内に含まれる黒鉛の断面形状を取り上げ、その幾何学的な特徴について解析を試みた。今回対象とした片状黒鉛鋳鉄、CV 黒鉛鋳鉄、球状黒鉛鋳鉄はいずれも高周波加熱炉において溶解を行い、JIS の Y ブロックに铸込んだ後、ブロック本体の中央部付近から切り出した試料をもとに組織写真を撮影した。このように撮影された各鋳鉄の組織写真を図 1 に示した。これらの中から各鋳鉄に含まれる黒鉛の形状として最も典型的と思われるものを選んで写真中に矢印で示すようにそれぞれ FC-1, CV-1, FCD-1 と名付けた。

さて、フラクタル解析にあたり、コンピュータによる画像処理が欠かせないため、上記の各黒鉛形状を以下のように数値化しておくことにする。最初に上記の組織写真中の当該黒鉛部を拡大して CCD カメラで撮影し、パーソナルコンピュータ上に取り込んで画像鮮明化処理を行い、適度なしきい値を与えることで画像に対し白黒の 2 値化処理を行った。以上の処理を各図形に対して繰り返し行い、オリジナル写真に最も近い画像を数値化画像とした。上記各黒鉛に対し、このように数値化された各鋳鉄の数値化画像を図 2 に示す。図中の数値化画像は各鋳鉄内に含まれる図 1 の各黒鉛の形状をよく再現している。

次に、セラミック粒子の形状不規則性についても同様の解析を行うため、本報では耐火レンガの素材として用いられているアルミナ粒子を選んだ。ここでは 2 種類の異なる製法で得られた ALCOA 社製のアルミナ粒子を選び、各粒子の写真を図 3 に示した。図 3(a) はアルミナ焼結体をボールミルで破碎して製造されたもので、粒子の全体的形状が角ばっていると同時に、表面に細かい凹凸があり不規則なざらつきが見られる。他方、図 3(b) はアルミナ粉末を斜面上に散布し、小さな核粒子を湿潤状態で転動させながら微粉末を吸着させる方式で製造されたもので、比較的球形に近く、表面も滑らかである。これらの粒子のうち、前者を粒子 A、後者を粒子 B と呼ぶことにする。

Fig. 1 Microscopic surface observation of respective cast irons

Fig. 2 Digitized graphite shapes of respective cast irons

Fig. 3 Sample of ceramic aggregates

3. 解析法

図形の形状不規則性の定量評価を目的として本研究で提案した解析法は、Kaye の方法⁽⁸⁾⁽²⁷⁾を基礎として得られる不規則波形にフーリエ解析を応用する手法である。フーリエ解析については 4・3 節で説明することとし、3 章では Kaye の手法を援用したフラクタル次元の解析法を説明する。

図 4 に示すように、最初に対象となる図形に対して、輪郭線上で最遠となる A, B 2 点間の距離を d とする。この 2 点 A・B を結ぶ線分の垂直二等分線が図形の輪郭線と交わる 2 点 CD 間の midpoint O を求める。こ

Fig. 4 Method of Kaye analysis

の点を原点とする極座標 (r, θ) を図のようにとり、角度のきざみ $\Delta\theta$ を設定して順次輪郭線上の座標 $(r_0, \theta_0), (r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2), \dots, (r_i, \theta_i), (r_{i+1}, \theta_{i+1}), \dots$ を計測する。なお、動径と輪郭線が複数の交点を持つ場合は、便宜上、最遠点までの距離を r とすることとした。各座標に対応する輪郭線上の点を、それぞれ $S_1, S_2, S_3, \dots, S_i, S_{i+1}, \dots$ とおいて、隣接点間距離すなわち線分 $S_i S_{i+1}$ の長さ l_i を順次、以下の式から求める。

$$l_i = \sqrt{r_i^2 + r_{i+1}^2 - 2r_i r_{i+1} \cos(\theta_{i+1} - \theta_i)} \quad \dots\dots (1)$$

式(1)で求められた l_i を $i=0$ から図形を一周する最終点 $i=N-1$ まで順次求め、この図形の周囲長さ L を次式で求める。

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} l_i \quad \dots\dots (2)$$

式(2)に関して角度のきざみ $\Delta\theta$ を小刻みに変化させて、その都度、この周囲長さ L を求める。また、点 O を中心とし、 r_0 を半径とする円に対して各 $\Delta\theta$ から得られる弦の長さを a とする。この a の大きさは $\Delta\theta$ に支配され、周囲長さ L も $\Delta\theta$ に支配される。このとき図形の形状不規則性にフラクタル性があれば、周囲長さ L と a の間に次式が成立する⁽²⁾⁽²⁸⁾。

$$\ln L = (1-D) \ln a + B_1 \quad \dots\dots (3)$$

すなわち、両対数座標上で L と a の間に直線関係があれば、その図形の形状不規則性についてフラクタル性が確認されたことになる。ただし、上式中の D はフラクタル次元であり、 B_1 は図形の大きさに対応するパラメータである。

ここで、本研究では測定図形の大きさによるばらつきを解消するために、以下の手法による標準化を試みた。まず、各図形において得られた L をそれぞれ線分 AB の長さ d で割り、 $L_s = L/d$ と置く。このとき L_s と a の関係は次式で与えられる。

$$\ln L_s = (1-D) \ln a + B_2 \quad \dots\dots (4)$$

ただし、 $B_2 = B_1 - \ln d$ である。

したがって、 L_s と a の関係を両対数座標上にプロ

Fig. 5 $\ln a - \ln L_s$ (Graphite particles)

ットし、その直線性の有無からフラクタル性の確認が可能となり、直線性が認められた場合、そのこう配 $(1-D)$ からフラクタル次元 D が求められることになる。

なお、Kaye⁽⁸⁾⁽²⁷⁾ は輪郭線の表示に上述の極座標を用いているが、周囲長さ L の算出には極座標を利用せず、輪郭線上の等間隔分割点の間隔の和を求める手法をとっている。したがって、3章の取扱いの中で、輪郭線を極座標で表示する点だけがKaye法⁽⁸⁾⁽²⁷⁾に準ずるものであることを付記する。

4. 結果と考察

4.1 鋳鉄内黒鉛形状のフラクタル次元

3章で述べた手法により、先に示した3種類の鋳鉄内の黒鉛形状に対して $\Delta\theta$ を 1 deg. から 10 deg. の範囲で 1 deg. きざみにて周囲長さ L を測定した。最初に片状黒鉛(FC-1)について得られた測定結果 $\ln a - \ln L_s$ 座標上にプロットしたのが図5(a)である。続いて、CV黒鉛(CV-1)および球状黒鉛(FCD-1)について同様に得られた測定結果を図示したのが、それぞれ図5(b),

(c)である。図中の直線は最小2乗法により得られた回帰直線で、各図形とも明瞭な右下がりの傾向、すなわち Richardson 効果⁽²⁸⁾が現れており、鑄鉄内の黒鉛形状の不規則性についてフラクタル性を持つことが確認される。

なお、以上の解析は始点を任意の位置に決めて行ったもので、始点位置の選び方により解析結果が変化する可能性が予想される。そこで本研究では、 $\Delta\theta = 8 \text{ deg.}, 9 \text{ deg.}, 10 \text{ deg.}$ の場合について、始点 (r_0, θ_0) から次の点 (r_1, θ_1) までの間を1 deg.ずつ分割し、始点を1 deg.ずつ移動させて周囲長さ L を繰返し測定した。また、 $\Delta\theta = 15 \text{ deg.}, 30 \text{ deg.}$ の場合には同様に始点 (r_0, θ_0) から次の点 (r_1, θ_1) までの間を3 deg.ずつ分割し、始点を3 deg.ずつ移動させて同様の測定を行った。

ここで、各黒鉛の中から最も始点位置の影響が予想される片状黒鉛(FC-1)に対する上記の測定結果をもとに、周囲長さ L に対する始点位置の影響を図示したのが図6である。図より、 $\Delta\theta$ が10 deg.程度まで減少すると、 L の測定値に対する始点の移動による影響はほとんど認められないため、これを無視して差し支えないと考えられる。以上より、図5(a)~(c)はすべて $\Delta\theta$ が10 deg.以下の解析結果であるから、いずれも始点位置による影響は無視することとする。

ここで、前節で述べたとおり、式(4)のこう配から各鑄鉄内の黒鉛形状に関するフラクタル次元 D が求まることになる。図5(a)~(c)中の回帰直線のこう配 $(1-D)$ から求められたフラクタル次元 D の数値を表1の上段に示した。なお、各黒鉛に対して Yard-

stick 法で求めた前報⁽¹⁸⁾の結果も比較のため同表の右欄に併記した。両解析法で得られたフラクタル次元 D を詳細に比較すると、片方の値が傾向的に大きかったり、逆に小さくなることはなく、必ずしも大小関係が一律に決まらない。このことは、これらの解析法の精度がほぼ同程度であることを意味するものと思われる。

また、巨視的に見て黒鉛形状は片状黒鉛(FC-1)→CV 黒鉛(CV-1)→球状黒鉛(FCD-1)の順に不定形から球形に近づくのにもかかわらず、フラクタル次元の値は必ずしもこの順にならない。すなわち、黒鉛の輪郭線の凹凸に関してフラクタル性があり、フラクタル次元も決まるが、これは上述のような巨視的な形状特性を表示するには適切でないようである。

4・2 セラミックス粒子のフラクタル次元 先に示した粒子A、粒子Bなる2種類のセラミックス粒子について、各粒子の断面形状としては、ある方向か

Table 1 Analytical results of fractal dimension

Type of aggregate	Fractal Dimension (Kaye's method)	Fractal Dimension (Yardstick method)
FC-1	1.081	1.086
CV-1	1.105	1.107
FCD-1	1.078	1.028
Aggregate A	1.018	1.055
Aggregate B	1.003	1.000

Fig. 6 Effect of starting point on analytical results

Fig. 7 $\ln a - \ln L_s$ (Ceramic aggregate)

ら投影されたシルエットを基礎とし、このシルエットの輪郭線に対して、黒鉛の場合と同様の解析を行った。標準化周開長さ L_s と弦の長さ a の関係を $\ln a - \ln L_s$ 座標上にプロットしたのが図7である。比較の便を考慮して縦軸は図5と共通にし、横軸の尺度も統一してある。図より、いずれの粒子についても前述の黒鉛の場合と同様に、図中で実測点が右下がりの直線上に現れており、本研究で対象としたセラミックス粒子形状の不規則性について明瞭なフラクタル性をもつことが確認される。

なお、図5の結果と比べていずれも回帰直線のこう配が緩やかであるが、粒子Bに比較して粒子Aの方がこう配が急で、フラクタル次元は大きい値をとる。各粒子ごとに回帰直線のこう配から求められたフラクタル次元 D の値を表1の下段に示した。粒子Bの場合には図7において回帰直線の傾きがほとんど0となり、フラクタル次元が限りなく1に近いことがわかる。これは先に示した写真からもわかるように粒子Bの外周線の形状が円に近く、かつ粒子表面が非常に滑らかでつるつるしていることに対応するものである。

以上のとおり、本報の解析法で得られたフラクタル次元は Yardstick 法で得られた前報の結果⁽¹⁸⁾ とほぼ一致する結果を与えることがわかった。フラクタル次元はここでも解析法によりかなり変動があり、精度の高低は論じられないが、粒子Aの方が粒子Bよりフラクタル次元が大きいことは明らかである。

4・3 巨視的形状特性の定量化 形状不規則性の定量評価に当たり、3章に示した手法は輪郭線のフラクタル次元を決めることはできるが、形状全体の巨視的な形状特性を定量化することは困難であった。そこで本節では Kaye の方法⁽⁸⁾⁽²⁷⁾ を援用して、この巨視的形状特性に対する定量評価法を検討する。

図形の輪郭線を極座標 (r, θ) で表示する方法を3章に示したが、本報で対象とした先の3種類の黒鉛について、角度 θ を横軸にとり、距離 r を縦軸にとって極座標 (r, θ) を直角座標上に再プロットしたのが図8である。図8(a)は各黒鉛についてきざみ角度を $\Delta\theta = 1 \text{ deg.}$ とした場合の結果で、形状の不規則性が詳細に再現されている。これに対し、 $\Delta\theta = 10 \text{ deg.}$ および $\Delta\theta = 30 \text{ deg.}$ とした場合の結果は図8(b), (c)に示すように輪郭線の細かい変動が順次減少し平滑化されてゆくことがわかる。図において、巨視的な形状不規則性が顕著な片状黒鉛(FC-1)については動径 r が1周(360°)する間にピークが三つ現れており、曲線の変動が激しい。次にCV黒鉛(CV-1)については、図

の左右両端が動径 r の丁度1回転に対応するから、原理的に連続していることを考慮すれば、動径が1周する間に二つの大きなピークが現れている。これは図1の写真からわかるように、CV黒鉛がその名称のとおり芋虫のような太い棒状の形状をしており、必ず頭と尾が反対側にあることに起因するものである。これに対して先の片状黒鉛は薄片状になっており、三つ又状の場合は図中の○印で示すように動径1周の間に三つのピークが現れるし、枝分かれしていない場合はピークが二つ現れるが、黒鉛が相対的に細いので、 r の変動が平均的に激しいことになる。他方、図中に▲印で示した球状黒鉛(FCD-1)については断面が円に近いので、 r の変動は少なく、ほぼ水平で平滑な結果を与えている。

なお、前報⁽⁶⁾ では $\Delta\theta = 10 \text{ deg.}$ を固定し、各黒鉛形状に対する $\theta-r$ 関係の特徴を比較したが、本報では $\Delta\theta$ を広範囲に変動させて $\Delta\theta$ の増大に伴う $\theta-r$ 関係の平滑化の状況も調べた。

次に、先に示した2種類のセラミックス粒子について同様の座標上に再プロットしたのが図9である。黒鉛の場合と同様に図9(a)~(c)はそれぞれきざみ角度 $\Delta\theta = 1 \text{ deg.}$, $\Delta\theta = 10 \text{ deg.}$, $\Delta\theta = 30 \text{ deg.}$ の各場合における波形を表している。ここでも図中の変動波形はきざみ角度の増大とともに順次平滑化される傾向があ

Fig. 8 Fluctuation of r as function of θ

Fig. 9 Fluctuation of r as function of θ

る。

両図に見られるこのような不規則波形の変動特性はフーリエ解析の有効性を示唆するものである。そこで各黒鉛およびセラミックス粒子とも形状の不規則性を最も詳細に再現しているきざみ角度 $\Delta\theta = 1$ deg. の場合の変動波形に関して高速フーリエ変換(FFT)を行い、得られたパワースペクトルを図 10 および図 11 に示した。図 10 において片状黒鉛(FC-1)に関しては広い次数(n)にわたりフーリエ成分(振幅 a_n)としてのスペクトルが分散して現れ、CV 黒鉛(CV-1)については $n=0$ の成分が増大して、他の成分が相対的に減少する。さらに球状黒鉛(FCD-1)については、 $n=0$ の成分にスペクトルが集中し、他の成分は著しく小さくなってほとんど現れない。図中の m については後で説明する。

他方、セラミックス粒子については図 11 からわかるように、粒子 A、粒子 B ともに $n=0$ の成分が大きく、他の成分が著しく小さい特徴がある。しかし、図 11(a), (b) を詳細に比較すると、 $n=0$ の成分は粒子 A および粒子 B ともに $a_n=160$ 程度の値を示すが、粒子 A では $n=20$ 付近までスペクトル成分が現れるのに対して、粒子 B については成分が現れる領域が $n < 10$ 程度の低次数域に限られる特徴がある。このような結果は、粒子 B が球形に近く、粒子 A が角ばっ

Fig. 10 Results of FFT analysis(Graphites)

Fig. 11 Results of FFT analysis(Ceramics)

ていることに起因して現れており、この特徴をもとに以下のような手順で、巨視的な形状特性の定量評価を試みる。

最も平滑な平面図形と考えられる真円については明らかに $n=0$ の成分だけが現れて、他の成分は消滅する。このように最も滑らかな閉曲線である円に対して次元 $D=1$ を与え、最も複雑な平面閉曲線としては重ならないように平面を埋め尽くした曲線を考えれば平面そのものを与えるので、このとき次元 $D=2$ を与えるような形状特性値を定義するのが合理的であろう。

以上の観点から、図 10 および図 11 のパワースペクトルに関して、各次数 n に対する成分を a_n とし、次

Table 2 Macroscopic shape index

	m	D^*
FC-1	30.71	1.607
CV-1	24.35	1.545
FCD-1	4.71	1.254
Aggregate A	2.36	1.184
Aggregate B	0.78	1.110
Circle	0.00	1.000
Koch curve	5.02	1.262
White noise	90.00	2.000

式で n の平均を求める。

$$m = \frac{\sum n a_n}{\sum a_n} \dots\dots\dots (5)$$

上式の m はスペクトル密度分布の重心位置を与えるものである。もちろん、円については $m=0$ となる。他方、最も複雑な閉曲線のスペクトルとして白色ノイズに対するスペクトルを対応させ、その平均を M で表すこととする。本報の解析においてはフーリエ変換前のデータが 360 個あるため、変換後の n の有効データ数は 180 個である。よって $M=180/2=90$ となる。そこで巨視的な形状特性を定量的に評価するため、次式の D^* を定義し、これを巨視的形状指数と呼ぶことにする。

$$D^* = 1 + \left(\frac{m}{M} \right)^\alpha \dots\dots\dots (6)$$

上式の形状指数 D^* はすべての平面閉曲線に対して $1 \leq D^* \leq 2$ なる範囲の値をとることになる。上式中のパラメータ α については次のように求めた。すなわち、Koch 曲線について $D=1.262$ としてフラクタル次元が既知⁽²⁾ であるので、Koch 曲線についても同様の解析を行って得られた $m=5.02$ および $M=90$ を式(6)へ代入し、 $D^*=1.262$ となるように一義的に $\alpha=0.464$ が決まる。

以上の手法で求めた黒鉛とセラミックス粒子に関する巨視的形状指数 D^* および m の値を表 2 に示した。また、表中には参考のために、円、Koch 曲線、白色ノイズに対する計算結果も併せて示した。この結果からわかるように、黒鉛の形状特性に着目すると片状黒鉛に対する D^* 値が最も大きく、CV 黒鉛、球状黒鉛の順に指数が低下しており、目視的に把握される巨視的な形状不規則性が、片状黒鉛→CV 黒鉛→球状黒鉛の順に平準化される事実とよく整合している。

次に、セラミックス粒子については粒子 A の指数が粒子 B の指数よりいくぶん大きい値を示しており、

粒子形状がやや角ばっていることをよく定量化している。すなわち、本節で導入した形状指数 D^* に関し、巨視的な形状不規則性が顕著なものは D^* が大きくなり、不規則性が少ないものはこの値が小さくなることわかる。これより、本節の巨視的形状指数 D^* が巨視的な形状不規則性の定量評価の上で、一つの試みとして十分有効であると考えられる。したがって、断面形状の不規則性を総合的に定量評価するためには、フラクタル次元 D だけでなく、本報で提案した巨視的形状指数 D^* と組み合わせた総合評価が必要である。

なお、前報⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾ ではセラミックス粒子および黒鉛粒子の形状不規則性について個別の解析法を検討したが、本報では一貫して θ - r 関係を基礎とし、 $\Delta\theta$ と周囲長さ L の関係からフラクタル次元 D が決まり、 θ - r 関係のフーリエ解析をもとに巨視的形状指数 D^* が決まることを明らかにした。

5. 結 言

巨視的な形状不規則性を定量的に評価するために Kaye の手法を援用する解析法を前報に示したが、本報ではこれをさらに発展させて、鋳鉄内に含まれる黒鉛粒子の断面形状とセラミックス粒子の断面形状の不規則性に関する定量評価法を検討した。本研究で得られた結論を要約すれば以下のとおりである。

(1) Kaye の手法を援用することにより、微視的な形状不規則性に関する Richardson 効果を抽出することができ、 $\ln L$ - $\ln a$ 座標上の直線関係のこう配からフラクタル次元 D を求めることができる。なお、 $\Delta\theta$ が 10 deg. 以下の場合には、本解析における始点の位置の影響がほとんどなく、始点の選び方によらず合理的なフラクタル次元が導かれることがわかった。

(2) 巨視的な形状不規則性については、次式の巨視的形状指数 D^* により、うまく定量化できることを示した。

$$D^* = 1 + \left(\frac{m}{M} \right)^\alpha$$

ここに $M=90$ 、 $\alpha=0.464$ であり、 m は対象図形のフーリエ解析における平均次数である。

(3) 平面図形や断面形状不規則性の定量評価に当たり、フラクタル次元 D だけでなく本報で提案した巨視的形状指数 D^* を併行して解析し、両者を常にセットにして表示するような総合評価が必要である。

文 献

- (1) Mandelbrot, B. B., *Fractals: Form, Chance, and Dimension*, (1977), W. H. Freeman and Company, San Francisco.

- (2) Mandelbrot, B. B., *The Fractal Geometry of Nature*, (1983), W. H. Freeman and Company, New York.
- (3) Pietronero, L., *Fractal' Physical Origin and Properties*, (1989), 229-237, Plenum Press, New York.
- (4) Mandelbrot, B. B., *J. Statis. Phys.*, **34**(1984), 895-930.
- (5) 川口正美, 材料, **38**-430(1989), 861-862.
- (6) Mecholsky, J. J., ほか 2 名, *J. Amer. Ceram. Soc.*, **72** (1989), 60-65.
- (7) Underwood, E. E. and Banerji, K., *Mater. Sci. Eng.*, **80** (1986), 1-14.
- (8) Kaye, B. H., *Powder Technol.*, **21**(1978), 1-16.
- (9) 松岡三郎・ほか 2 名, 機論, **56**-530, A(1990), 2091-2097.
- (10) 黒瀬雅詞・ほか 3 名, 材料, **44**-500(1995), 649-655.
- (11) 高安秀樹, フラクタル, (1986), 第 2 章, 朝倉書店.
- (12) Takayasu, H. and Nishikawa, I., *Proc. 1st Int. Symp. Sci. Form.*, (1986), 15-20.
- (13) West, B. J. and Goldberger, A. L., *Amer. Sci.*, **75**(1987), 354-365.
- (14) Batty, M., *Fractals and Chaos*, (1991), 43, Springer-Verlag, New York.
- (15) Montroll, E. W. and Shlesinger, M. F., *J. Statis. Phys.*, **32**(1983), 209-214.
- (16) Sakai, T., ほか 3 名, *Int. J. Fract.*, **48**(1991), 49-69.
- (17) 酒井達雄・ほか 3 名, 材料, **41**-470(1992), 1605-1610.
- (18) 酒井達雄・ほか 3 名, 機論, **61**-590, A(1995), 2264-2271.
- (19) 鈴木秀人・ほか 3 名, 機論, **50**-451, A(1984), 520-525.
- (20) 古郷佐八郎・ほか 4 名, 材料, **35**-393(1986), 617-622.
- (21) 酒井達雄・ほか 2 名, 材料, **38**-434(1989), 1268-1274.
- (22) Gagne, M., *AFS Trans.*, **95**(1987), 523-532.
- (23) Kogoh, S., ほか 2 名, *J. Mater. Sci.*, **27**(1992), 4323-4328.
- (24) 鈴木秀人・ほか 3 名, 機論, **51**-464, A(1985), 1224-1229.
- (25) 鈴木秀人・国尾武, 機論, **53**-490, A(1987), 1000-1006.
- (26) Laurich-McIntyre, S. E., *Ph. D. Dissertation*, WA 98195 (1990), University of Washington, Seattle.
- (27) Kaye, B. H., *Particle Characterization*, **1**(1984), 15-22.
- (28) Richardson, L. F., *General Systems Yearbook*, **6**(1961), 139-144.